

СИБИРСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Научный журнал
Основан в 2006 году

2020. Том 15, № 1

СОДЕРЖАНИЕ

Физика высоких энергий, ускорителей и высокотемпературной плазмы

- Баранов Г. Н., Богомяков А. В., Левичев Е. Б., Сияткин С. В.* Оптимизация магнитной структуры источника синхротронного излучения четвертого поколения СКИФ в Новосибирске 5
- Аржанников А. В., Самцов Д. А., Синуцкий С. Л., Степанов В. Д.* Угловая расходимость электронов при генерации двух ленточных пучков в едином ускорительном диоде (моделирование, эксперимент) 24

Физика жидкости, нейтральных и ионизованных газов

- Лысенко В. И., Гапонов С. А., Смородский Б. В., Косинов А. Д., Ярославцев М. И.* Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя на сублимирующей поверхности 42
- Абдуракипов С. С., Дулин В. М.* Анализ устойчивости прямооточных струй с градиентом плотности 62
- Зудов В. Н., Шмагунов О. А.* Инициирование локальным энергоподводом воспламенения горючей смеси в потоке 80

Физика твердого тела, полупроводников, наноструктур

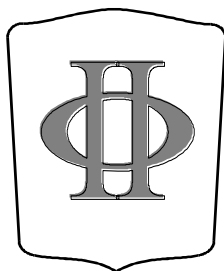
- Ковалёв А. А.* Моды бегущих электромагнитных волн в цилиндрах 90

Физика химическая, биологическая, медицинская Синхротронное излучение: генерация и применение

- Михайленко М. А., Шарафутдинов М. Р., Ельцов И. В., Тренихин М. В., Толочко Б. П.* Исследование комплексообразования калий висмут цитрата с полисахаридами 98

Учебно-методическое обеспечение преподавания физики

- Аржанников А. В., Князев Б. А.* Первые интернет-олимпиады по физике между объединенными российско-американскими командами старшеклассников 106
- Информация для авторов 137



Сибирский физический журнал

Журнал адресован профессорско-преподавательскому составу университетов, научным работникам, аспирантам и студентам, которые интересуются новейшими результатами фундаментальных и прикладных исследований по различным направлениям физики и физико-технической информатики.

Редакция принимает к опубликованию обзоры и оригинальные научные статьи по тем направлениям физики, которые, главным образом, представлены на кафедрах физического факультета НГУ. Принимаются также к рассмотрению статьи по другим направлениям, если в ходе рецензирования подтверждается их высокий научный статус.

Мы приглашаем научные коллективы и отдельных авторов направлять к нам для опубликования материалы по следующим основным разделам:

- квантовая оптика, квантовая электроника;
- радиофизика и электроника;
- теоретическая и математическая физика;
- физика жидкости, нейтральных и ионизованных газов;
- физика высоких энергий, ускорителей и высокотемпературной плазмы;
- физика твердого тела, полупроводников, наноструктур;
- физика химическая, биологическая и медицинская;
- информатика, информационно-коммуникационные технологии;
- учебно-методическое обеспечение преподавания физики.

Периодичность выхода издания – 4 раза в год. Журнал включен в перечень ВАК выпускаемых в Российской Федерации научных и научно-технических изданий, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук.

SIBERIAN JOURNAL OF PHYSICS

Scientific Journal
Since 2006
In Russian

2020. Volume 15, № 1

CONTENTS

High-Energy and Accelerator Physics, Physics of High-Temperature Plasma

Baranov G. N., Bogomyagkov A. V., Levichev E. B., Sinyatkin S. V. Magnet Lattice Optimization for Novosibirsk Fourth Generation Light Source SKIF 5

Arzhannikov A. V., Samtsov D. A., Sinitsky S. L., Stepanov V. D. Angular Divergence of Electrons in Generating Two Ribbon Beams in a Single Accelerating Diode (Simulation, Experiment) 24

Physics of a Fluid, Neutral and Ionized Gases

Lysenko V. I., Gaponov S. A., Smorodsky B. V., Kosinov A. D., Yaroslavtsev M. I. Stability of Supersonic Boundary Layer on the Sublimation Surface 42

Abdurakipov S. S., Dulin V. M. Stability Analysis of Round Jets with Density Gradient 62

Zudov V. N., Shmagunov O. A. Initiation of Ignition of a Combustible Mixture in a Flow by Local Energy Supply 80

Solid-State and Semiconductor Physics, Physics of Nanostructures

Kovalyov A. A. Modes of Travelling Electromagnetic Waves within Cylinders 90

Chemical, Biological and Medical Physics

Synchrotron Radiation: Generation and Application

Mikhailenko M. A., Sharafutdinov M. R., Eltsov I. V., Trenikhin M. V., Tolochko B. P. Investigation of Complexation of Bismuth Potassium Citrate with Polysaccharides 98

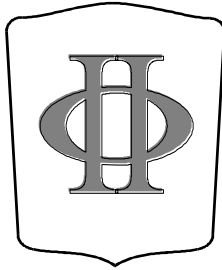
Educational and Methodical Provision of Teaching of Physics

Arzhannikov A. V., Knyazev B. A. First Online Physics Olympiads between United Russian-American High-School Teams 106

Instructions to Contributors 137

ISSN 2541-9447

Сибирский физический журнал. 2020. Том 15, № 1
Siberian Journal of Physics, 2020, vol. 15, no. 1



Siberian Journal of Physics

The magazine is addressed to the faculty of universities, science officers, post-graduate students and students who are interested in the newest results fundamental and applied researches in various directions of physics and physico-technical computer science.

Edition accepts to publication reviews and original scientific articles in those directions of physics which, mainly, are presented on faculties of physical faculty of NSU. Are accepted also to viewing article in other directions if during reviewing their high title proves to be true.

We invite scientific personnel and separate authors to guide to us for publication materials on following basic sections:

- Quantum optics, quantum electronics;
- Radiophysics and electronics;
- The theoretical and mathematical physics;
- Physics of a fluid, neutral and ionized gases;
- High-energy and accelerator physics, physics of high-temperature plasma;
- Solid-state and semiconductor physics, physics of nanostructures;
- Chemical, biological and medical physics;
- Computer science, information-communication technologies;
- Educational and methodical provision of teaching of physics

Periodicity of an exit of the edition – 4 times a year. The magazine is included in list Higher Attestation Committee of scientific and technical editions in Russian Federation in which the publication of the basic results of dissertations on competition of a scientific degree of the doctor and candidate of sciences is recommended.

Editor in Chief Andrej V. Arzhannikov
Executive Secretary Sofiya A. Arzhannikova

Editorial Board of the Journal

S. V. Alekseenko, A. V. Arzhannikov, A. L. Aseev, S. N. Bagaev, A. E. Bondar
S. A. Dzyuba, S. I. Eidelman, V. S. Fadin, V. M. Fomin, A. A. Ivanov, B. A. Knyazev, V. V. Kozlov, E. V. Kozyrev
A. V. Latyshev, I. B. Logashenko, V. P. Maltsev, A. G. Pogosov, A. L. Reznik, A. V. Shalagin
V. I. Telnov, S. V. Tsibulya

*The series is published quarterly in Russian since 2006
by Novosibirsk State University Press*

The address for correspondence
Physics Department, Novosibirsk State University
Pirogov Street 2, Novosibirsk, 630090, Russia
Tel. +7 (383) 363 44 25

E-mail address: physics@vestnik.nsu.ru
On-line version: <http://elibrary.ru>; <http://www.phys.nsu.ru/vestnik/>

УДК 53.082

DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-5-23

Оптимизация магнитной структуры источника синхротронного излучения четвертого поколения СКИФ в Новосибирске

Г. Н. Баранов, А. В. Богомягков, Е. Б. Левичев, С. В. Сияткин

*Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН
Новосибирск, Россия*

Аннотация

Обсуждаются выбор магнитной структуры и оптимизация параметров источника синхротронного излучения (СИ) четвертого поколения СКИФ (Сибирский кольцевой источник фотонов). Рассматриваются и сравниваются различные варианты базовой ячейки периодичности с точки зрения получения как сверхмалого эмиттанта, так и большой динамической апертуры. В результате разработана магнитная структура источника СИ с энергией пучка 3 ГэВ, периметром 476 м и естественным (при нулевых токе и связи бетатронных колебаний) горизонтальным эмиттансом $\epsilon_x = 75$ пм. Полученные с использованием всего двух семейств секступольных линз динамическая апертура и энергетический акцептанс обеспечивают эффективную инжекцию и хорошее время жизни пучка.

Ключевые слова

источник СИ, магнитная структура, эмиттанс пучка, яркость СИ, динамическая апертура

Источник финансирования

Исследования выполнены в рамках государственной программы Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Для цитирования

Баранов Г. Н., Богомягков А. В., Левичев Е. Б., Сияткин С. В. Оптимизация магнитной структуры источника синхротронного излучения четвертого поколения СКИФ в Новосибирске // Сибирский физический журнал. 2020. Т. 15, № 1. С. 5–23. DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-5-23

Magnet Lattice Optimization for Novosibirsk Fourth Generation Light Source SKIF

G. N. Baranov, A. V. Bogomyagkov, E. B. Levichev, S. V. Sinyatkin

*Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation*

Abstract

We study magnetic lattice and optimize parameters for the fourth generation light source SKIF (Russian acronym of Siberian Circular Photon Source) to be built in Novosibirsk. We consider several lattice cells to achieve both low emittance and large dynamic aperture. The resulting lattice provides the natural emittance of the electron beam of 75 pm for the beam energy of 3 GeV and the orbit circumference of 476 m. Only two families of chromatic sextupoles give the dynamic aperture and energy bandwidth enough for both good beam lifetime and simple effective injection.

Keywords

synchrotron light source, magnetic lattice, beam emittance, SR brilliance, dynamic aperture

Funding

The study was carried out in the framework of the State Assignment Program of The Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation.

© Г. Н. Баранов, А. В. Богомягков, Е. Б. Левичев, С. В. Сияткин, 2020

For citation

Baranov G. N., Bogomyagkov A. V., Levichev E. B., Sinyatkin S. V. Magnet Lattice Optimization for Novosibirsk Fourth Generation Light Source SKIF. *Siberian Journal of Physics*, 2020, vol. 15, no. 1, p. 5–23. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-5-23

Введение

Циклический источник синхротронного излучения (СИ) – это накопитель интенсивных пучков релятивистских электронов, которые, двигаясь в поперечном магнитном поле, генерируют мощное электромагнитное излучение в широком диапазоне длин волн (от ультрафиолета до жесткого рентгена), используемое для исследований в самых разных дисциплинах: химии, биологии, материаловедении, геологии и т. п. В мире работают десятки источников СИ; развитые регионы (США, Япония, Европа) имеют по несколько таких установок¹.

Главным критерием эффективности источника СИ является яркость – плотность потока фотонов в фазовом пространстве источника в единицу времени. Основным способом повышения яркости источника является уменьшение поперечного фазового объема (эмиттанса) электронного пучка, который определяется равновесием между радиационным трением и квантовой раскачкой бетатронных колебаний. Пусть магнитная структура накопителя электронов состоит из последовательности одинаковых поворотных магнитов с углом поворота ϕ , тогда горизонтальный эмиттанс записывается как

$$\varepsilon_x = F \frac{C_q \gamma^2}{J_x} \phi^3, \quad (1)$$

где $\gamma \gg 1$ – релятивистский фактор, $J_x \approx 1 \div 2$ – безразмерный декремент затухания бетатронных колебаний,

$$C_q = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{mc} \approx 0.3832 \text{ пм},$$

а фактор F – зависит от типа магнитной структуры и успеха ее оптимизации.

Для магнита с однородным полем функция F минимальна, когда горизонтальные бетатронная β_x и дисперсионная η функции достигают в центре магнита определенных значений, зависящих от его длины L и угла поворота ϕ ,

$$\eta_{min} = \frac{L\phi}{24}, \quad \beta_{xmin} = \frac{L}{2\sqrt{15}}. \quad (2)$$

Такая конфигурация называется TME (Theoretical Minimum Emittance) [1], и для нее

$$F_{TME} = \frac{1}{12\sqrt{15}}. \quad (3)$$

Сложность заключается в том, что получить на практике условия для минимального эмиттанса, приемлемую длину ячейки (чтобы все кольцо не было слишком длинным и дорогим), разумные (технически достижимые) силы квадрупольных и секступольных линз, достаточную поперечную и продольную динамическую апертуру оказывается невозможным, и реальное решение является приближением TME. Чтобы получить в такой простейшей ячейке, построенной вокруг расположенного в центре поворотного магнита, периодическое оптическое решение, нужно как минимум два дублета линз (фокусирующей и дефокусирующей), расположенных слева и справа от магнита. Именно такая ячейка и является базовой для всех источников СИ четвертого поколения.

¹ www.lightsources.org

Получение малого значения F неизбежно приводит к ужесточению фокусировки, увеличению натурального хроматизма, для коррекции которого используют сильные секступольные линзы, в которых поле меняется квадратично с координатой. Кроме технических сложностей создания таких сильнополевых магнитов имеется более фундаментальная проблема – нелинейное движение ограничивает область устойчивых колебаний частицы (динамическую апертуру). Уменьшение динамической апертуры является основной трудностью при разработке магнитной структуры накопителя электронов с малым эмиттансом.

Далее мы показываем, что описанная выше ячейка, состоящая из магнита в центре и двух дублетов линз, допускает, кроме ТМЕ, иные решения с отличающимися оптическими функциями, эмиттансом, хроматизмом, силами секступольных линз и динамической апертурой. После изучения этих решений мы выбираем одно из них в качестве основы магнитной структуры источника СИ четвертого поколения СКИФ, который создается в Новосибирской области. Исходные требования к этой установке: энергия $E = 3$ ГэВ, периметр $\Pi < 500$ м, горизонтальный эмиттанс $\varepsilon_x < 100$ пм.

Выбор базовой магнитной ячейки

Рассмотрим упрощенную модель магнитной ячейки (рис. 1).

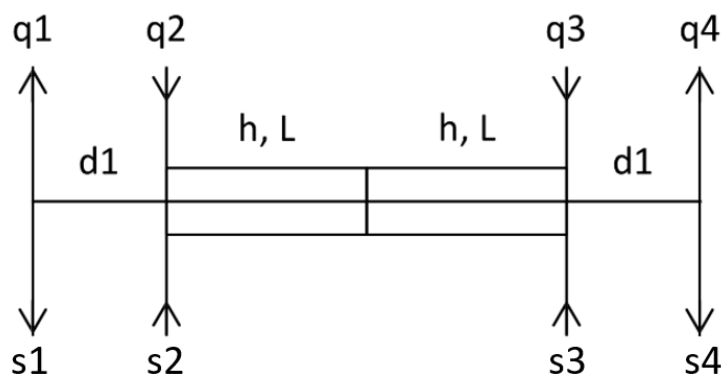


Рис. 1. Модель ячейки магнитной структуры с малым эмиттансом

Fig. 1. Low emittance cell model

В центре расположен поворотный магнит длиной $2L$ с кривизной орбиты $h = B/B\rho$, где $B\rho$ – магнитная жесткость. Слева и справа зеркально относительно центра магнита размещаются «тонкие» квадрупольные $q_{1,2} = q_{4,3} = (B'l)_{1,2}/B\rho$ и секступольные $s_{1,2} = s_{4,3} = (B''l)_{1,2}/B\rho$ линзы с промежутком длиной d_1 между ними. Полная длина ячейки $L_c = 2(L + d_1)$.

Периодические оптические функции ячейки были найдены с помощью системы компьютерной алгебры *Mathematica*²; проверка найденных решений проводилась популярной программой моделирования ускорителей заряженных частиц MAD-8³. Вычисленные и смоделированные характеристики хорошо совпадают.

Типичное поведение оптических функций для четырех найденных решений показано на рис. 2.

² www.wolfram.com

³ <http://project-madwindows.web.cern.ch/project-madwindows/MAD-8/default.htm>

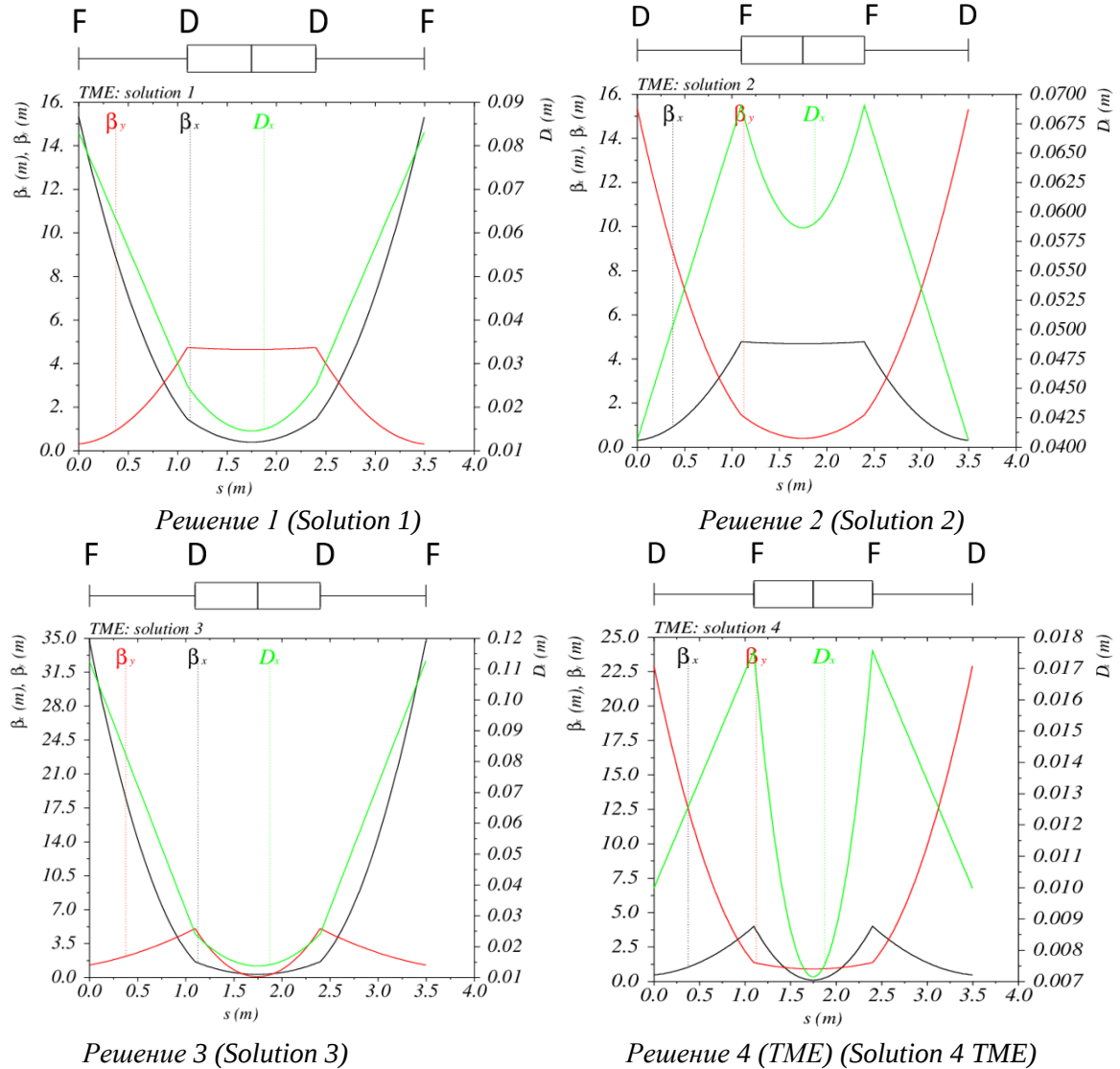


Рис. 2. Четыре периодических решения для магнитной ячейки с рис. 1.
F и D обозначают фокусирующие и дефокусирующие квадрупольные линзы.
Решение 4 соответствует минимально достижимому эмиттансу (TME)

Fig. 2. Four periodic optical solutions for the cell in Fig. 1.

Here F and D denote focusing and defocusing quadrupoles.

The solution 4 corresponds to the minimum emittance (TME)

Уже из графиков рис. 2 можно сказать, что, поскольку дисперсионная функция в центре магнита для решения 2 большая, малый эмиттанс в ней получить невозможно.

Поскольку нашей целью является выбор параметров базовой ячейки источника СИ СКИФ, нас, кроме малого эмиттанса, интересуют необходимые для его получения силы квадрупольных и секступольных линз. И те, и другие хочется иметь поменьше как с точки зрения технической реализации магнитов, так (это касается секступольных линз) и для получения большой динамической апертуры.

Для оценок зададимся величиной горизонтального эмиттанса СКИФ, который хотим достичь, $\epsilon_x = 75$ пм. Для энергии $E = 3$ ГэВ и $J_x = 1$ угол поворота магнита ячейки ТМЕ, согласно (1) и (3) равен $\phi = 0.0641 = 2\pi/98$. Из ≈ 500 м периметра источника СИ 30 % длины

(≈ 150 м) положим на прямолинейные промежутки и согласующие секции, тогда полная длина всех базовых ячеек периодичности составляет ≈ 350 м, а длина одной ячейки $L_c \approx 3.5$ м. В самой ячейке зададим $d_1 \approx 1$ м; тогда половина длины магнита равна $L \approx 0.65$ м. Позже мы исследуем влияние этих длин на эмиттанс и другие параметры накопителя.

Прежде всего вычислим области устойчивости ячейки с рис. 1. График зависимости набег-га горизонтальной бетатронной фазы ячейки (в единицах частоты $\nu_x = \mu_x/2\pi$) от приведенной силы второй квадрупольной линзы q_2 показан на рис. 3 слева. Здесь мы видим четыре устойчивых области, соответствующие решениям рис. 2, причем три первых решения лежат в области $\nu_x = 0 \div 0.5$, а четвертое, которое, собственно, и реализует ТМЕ, при $\nu_x = 0.5 \div 1$.

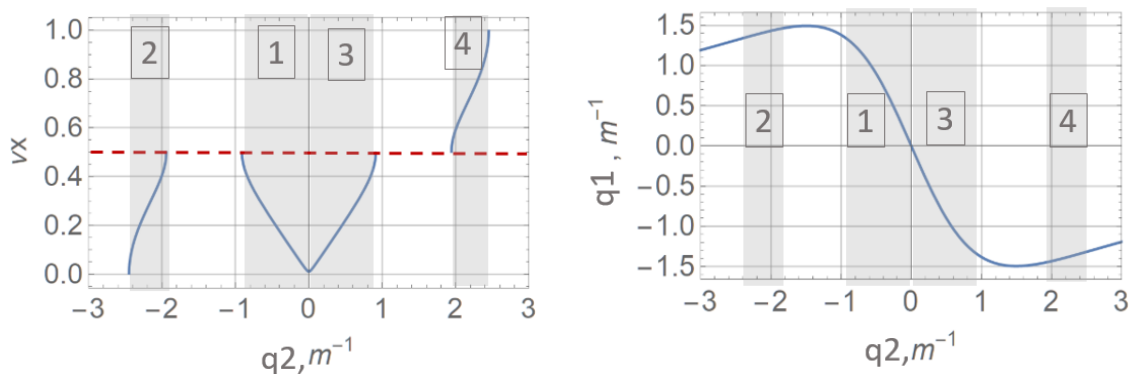


Рис. 3. Зависимость горизонтальной бетатронной частоты (слева) и силы линзы q_1 (справа) от силы второй квадрупольной линзы. Серым обозначены области устойчивого движения, соответствующие четырем решениям рис. 2, белые области неустойчивы и соответствуют целому и полуцелому резонансу

Fig. 3. Horizontal betatron tune (left) and the q_1 quadrupole strength (right) as a function of the second quadrupole strength. Grey bars indicate four possible optical solutions corresponding to Fig. 2. White areas are unstable and relate to the integer and half integer resonances

На рис. 3 справа показана зависимость $q_1(q_2)$. Интересно, что для решения 2 (предположительно, дающее самый большой эмиттанс) и решения 4 (ТМЕ) требуемые силы квадрупольных линз оказываются одинаковыми и большими $|q_2| > 2 \text{ м}^{-1}$, $|q_1| \approx 1.5 \text{ м}^{-1}$, несмотря на то, что для четвертого решения бетатронная частота (являющаяся показателем «жесткости» фокусировки) больше. Если взять длину линзы $l = 0.2$ м, то для энергии $E = 3$ ГэВ и $q_2 = 2 \text{ м}^{-1}$ градиент линзы равен $B' = 100$ Т/м, что является очень большим значением даже для достаточно малых магнитных апертур $\varnothing 25 \div 30$ мм, характерных для источников СИ четвертого поколения. Для решений 1 и 3, чья бетатронная частота лежит ниже полуцелого значения, $|q_2| < 1 \text{ м}^{-1}$, $|q_1| < 1.5 \text{ м}^{-1}$, и квадрупольные градиенты умеренны.

Натуральный хроматизм всех четырех решений показан на рис. 4. Для решений 1 и 3 $|\xi_{x,y}| < 1$, в то время как для решений 2 и 4 либо горизонтальный, либо вертикальный хроматизм по модулю превышает 2, что также приводит к росту силы секступольных линз, которые этот хроматизм компенсируют.

Интегральные приведенные силы секступольных линз $s_{12}(q_2)$ показаны на рис. 5. Для четвертого решения секступольные линзы существенно сильнее, чем для первого и третьего. Для характерного значения, соответствующего диапазону четвертого решения $s_{1,2} = 100 \text{ м}^{-2}$ и длине секступольной линзы $l = 0.2$ м, вторая производная поля $B'' = 5000 \text{ Т/м}^2$, что является большой и трудно реализуемой величиной.

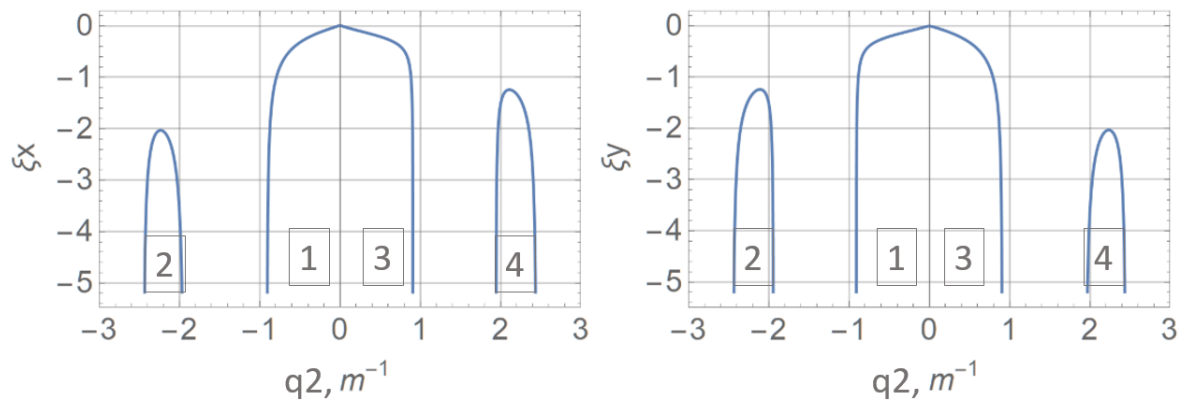


Рис. 4. Зависимость натурального хроматизма от силы второй квадрупольной линзы

Fig. 4. Natural chromaticity vs the second quadrupole strength

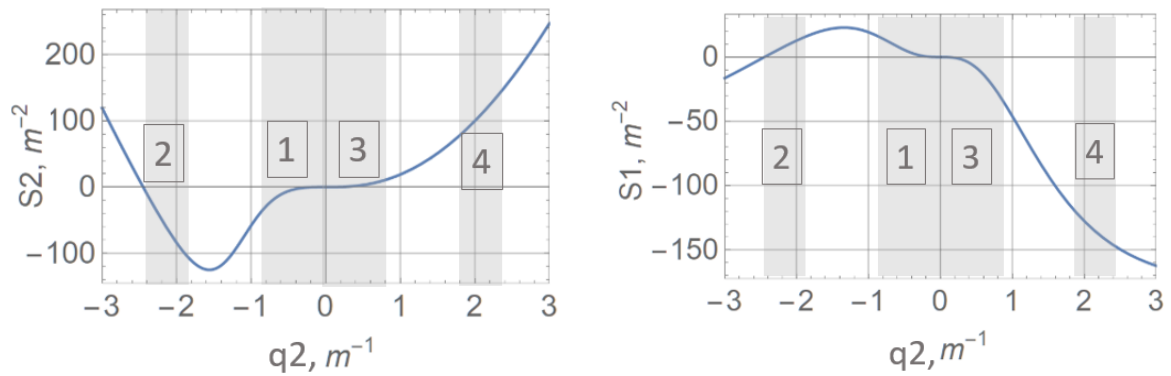


Рис. 5. Силы секступольных линз для четырех решений

Fig. 5. Sextupole strength for the four solutions

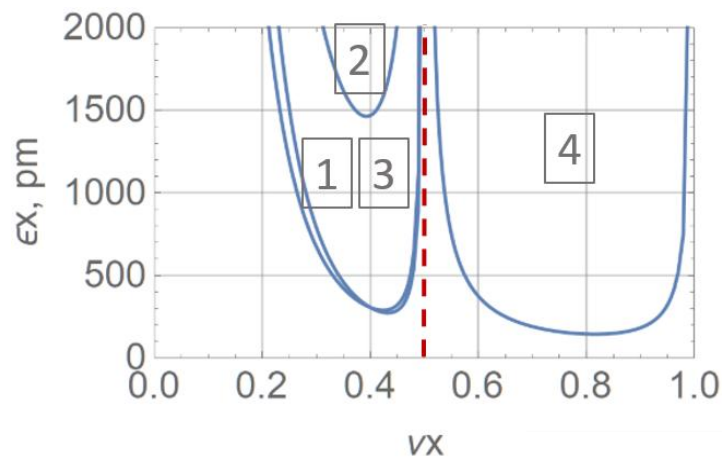


Рис. 6. Зависимость горизонтального эмиттанса от бетатронной частоты ν_x

Fig. 6. Horizontal emittance as a function of the betatron tune ν_x

И, наконец, посмотрим, какой горизонтальный эмиттанс получается для каждого из четырех решений. Соответствующие графики изображены на рис. 6. Решение 2, действительно, дает слишком большой эмиттанс по сравнению с эталонным четвертым (ТМЕ) и не пригодно для построения магнитной структуры СКИФ.

Вместе с тем слегка различающиеся решения 1 и 3 хоть и имеют минимальный эмиттанс примерно в два раза больше, чем для ТМЕ, выгодно отличаются от последнего существенно меньшей величиной силы квадрупольных и секступольных линз, а следовательно, и динамической апертурой. Уменьшить их эмиттанс можно, слегка понизив значение угла поворота магнита (и увеличив периметр). Эти изменения не очень существенны ввиду сильной зависимости $\propto \phi^3$. Так, уменьшение эмиттанса в два раза требует уменьшения угла поворота меньше чем на 30 %: $\sqrt[3]{2} \approx 1.26$.

Таблица 1 суммирует основные параметры четырех решений. Мы выбирали горизонтальную бетатронную частоту ν_x в области минимума графиков эмиттанса на рис. 6. Вертикальная бетатронная частота (набег бетатронной фазы) выбиралась из матрицы оборота так, чтобы $\cos \mu_x = \cos \mu_y$ и $\beta_{x,y} > 0$.

Таблица 1

Основные параметры четырех оптических решений ячейки с рис. 1

Table 1

Four solutions main parameters

	1	2	3	4
Энергия, E (ГэВ)	3			
d_1 (м)	1.097			
L (м)	0.65			
$L_c = 2(L + d_1)$ (м)	3.49			
Периметр, Π (м)	342.49			
Число ячеек, N_c	98			
Угол поворота на ячейку, ϕ	$\pi/49$			
Поле магнита, B (Т)	0.493			
ν_x/ν_y	0.4/0.4	0.4/0.4	0.4/0.6	0.74/0.26
ε_x (пм)	305.5	1470.5	305.6	163.4
Коэф.упл.орбит, $\alpha \cdot 10^4$	3.30	11.39	3.16	1.95
Хроматизм ячейки, ξ_x	-1.36	-0.605	-3.43	-1.36
Хроматизм ячейки, ξ_y	-0.605	-1.36	-1.46	-2.04
Бета в центре магнита, β_{x0} (м)	0.39	4.69	0.32	0.11
Дисперсия в центре магнита, η_0 (м)	0.014	0.059	0.014	0.07
$q_1, \text{м}^{-1}$	1.27	-1.27	1.43	-1.38
$q_2, \text{м}^{-1}$	-0.84	0.84	-2.01	2.22
$s_1, \text{м}^{-2}$	15.35	-31.39	12.71	-138.74
$s_2, \text{м}^{-2}$	-33.59	12.14	-83.04	126.26

Из табл. 1 видно, что, действительно, эмиттанс решения 2 почти в 10 раз больше, чем решения 4, а эмиттансы решений 1 и 3 больше примерно в два раза. Решение 4 хоть и обладает минимальным эмиттансом, но секступольные линзы для коррекции хроматизма в нем очень велики и дают маленькую динамическую апертуру (см. ниже). Для решения 3 отрицательная секступоль также значительно больше, чем для решения 1.

Ячейка магнитной структуры, обеспечивающая минимум эмиттанса, неоднократно исследовалась ранее (см., например, [1–7]), в том числе в конфигурации решения 1. Так, в [4] этот вариант (который авторы называли *simplified TME* – «упрощенный ТМЕ») предлагался для

создания источника СИ с эмиттансом, ограниченным дифракционными эффектами. В [6] такая ячейка исследовалась подробно (под названием modified TME – «модифицированная TME»), причем упоминалось, что диапазон бетатронной частоты для mTME $\nu_x < 0.5$ (в отличие от «истинной» TME, где $\nu_x > 0.5$). В [7] ячейке было дано название relaxed TME. Однако ни в одной из этих работ решение 1 не изучалось подробно и методически с точки зрения получения приемлемых сил квадрупольных и секступольных линз и динамической апертуры.

Поэтому, отбросив решения 2 и 3, ниже более детально рассмотрим решение 1 (которое, согласно [6], будем для краткости называть mTME) как кандидата для базовой ячейки магнитной структуры СКИФ, и решение 4 (TME) для сравнения.

Сравнительный анализ TME и mTME

Для вывода минимального фактора F_{TME} (3) не используются никакие предположения о конкретной магнитной ячейке. Между тем очевидно, что для исследуемой структуры на рис. 1 этот фактор зависит не только от горизонтальной бетатронной частоты, но и от длин L и d_1 . Введем отношение

$$u = \frac{L}{L+d_1},$$

с помощью пакета аналитических вычислений *Mathematica* получим выражение для $F_{mTME}(\nu_x, u)$. Это выражение дает результаты, полностью совпадающие с моделированием, однако оказывается слишком сложным для анализа. Его разложение в ряд по $\mu_x = 2\pi\nu_x$ и $u < 1$ выглядит как

$$F_{mTME} \approx \frac{8}{u\mu_x^3} + \frac{f_{-2}(u)}{\mu_x^2} + \frac{f_{-1}(u)}{\mu_x} + f_0(u) + \mu_x f_1(u) + \mu_x^2 f_2(u) + \dots, \quad (4)$$

где $f_n(u)$ – полиномы по u . Это выражение также оказывается неудобным для исследования, поскольку при малом числе членов оно плохо описывает точное решение, а при большом оказывается слишком громоздким. Пример точного и приближенного (рядом (4) до члена $\propto \mu_x^3$ включительно) описания эмиттанса mTME при $u = 0.372$ показан на рис. 7 слева. Отметим, что при $\mu_x \rightarrow 0$ эмиттанс ячейки mTME растет как $\varepsilon_{xmTME} \sim \mu_x^{-3}$.

На рис. 7 справа приведено поведение эмиттанса ячейки mTME в зависимости от частоты горизонтальных бетатронных колебаний для разных соотношений длин магнита и ячейки. Здесь же показана кривая эмиттанса ячейки FODO с теми же длиной и углом поворота, поскольку область устойчивости FODO тоже $\nu_x = 0 \div 0.5$. Видно, что для разумных значений u , эмиттанс mTME значительно меньше, чем эмиттанс FODO.

Нам не удалось найти аналитически оптимальное соотношение длин магнита и пустого промежутка, при котором эмиттанс ячейки mTME минимален (в отличие от TME, о чем сказано ниже), и соответственно минимальное значение F_{mTME} , аналогичное (3). Как можно предположить из правого рис. 7, минимум эмиттанса mTME реализуется для $u \rightarrow 0$; при этом $\nu_x \rightarrow 0.5$.

Однако цена уменьшения эмиттанса – рост (по абсолютной величине) сил квадрупольных (рис. 8) и, особенно, секступольных линз (рис. 9).

Для TME также можно найти аналитическое решение, описывающее эмиттанс в зависимости от ν_x и u для модели на рис. 1, которое также оказывается весьма громоздким. Характер поведения $F_{TME}(u)$, показанный на рис. 10, существенно отличается от предыдущего случая. При увеличении u (отношения длины магнита к полной длине ячейки) минимальное значение эмиттанса значительно падает, при этом положение минимума по переменной ν_x практически не меняется. Уравнение на абсолютный минимум эмиттанса (TME) для модели на рис. 1 решается численно и дает значение (3) при $\nu_x \approx 0.8$, что согласуется с предыдущими исследованиями, и $u \approx 0.52678$. Иными словами, для достижения значения TME длина

магнита должна составлять приблизительно половину от полной длины ячейки. Компьютерное моделирование ячейки ТМЕ с различными длинами участков хорошо подтверждает этот результат.

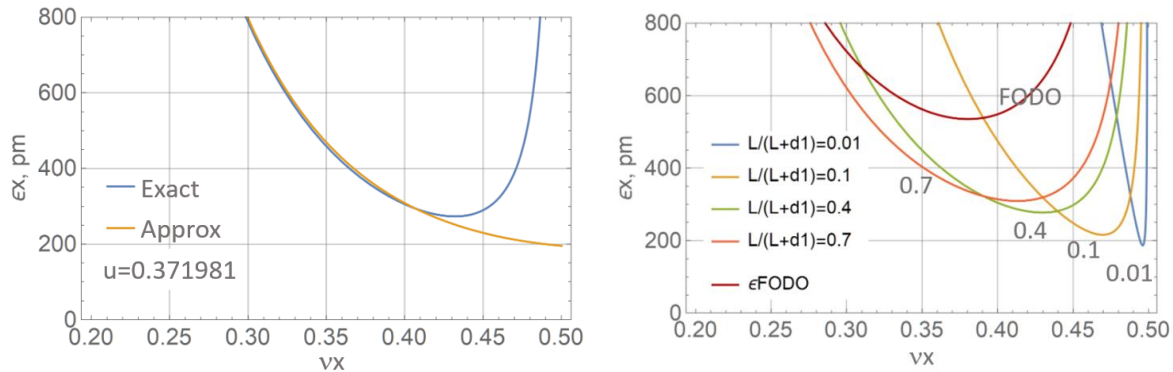


Рис. 7. Слева – точный и приближенный эмиттанс mTME.
Справа – зависимость эмиттанса mTME от горизонтальной бетатронной частоты для разных отношений длины магнита к длине всей ячейки

Fig. 7. Exact and approximate mTME emittance (left plot).
The mTME emittance as a function of the horizontal betatron tune for different ratio of the magnet and cell lengths

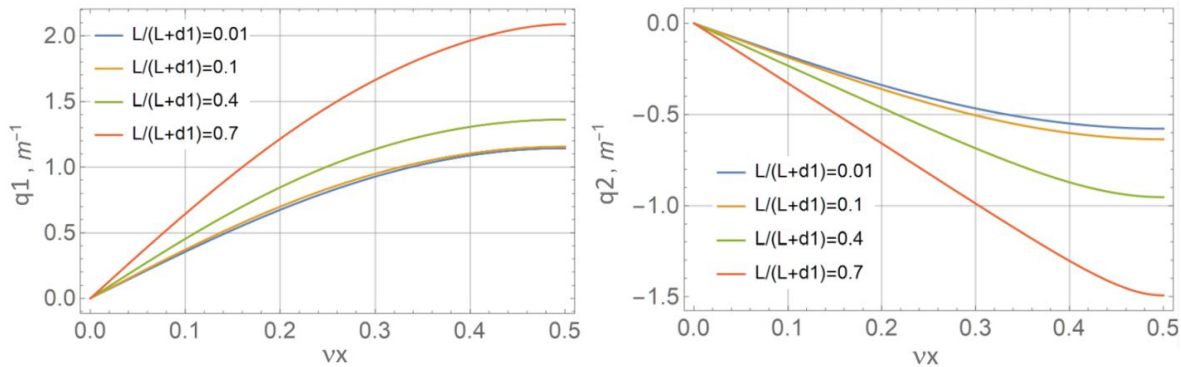


Рис. 8. Зависимость силы квадрупольной линзы q_1 (слева) и q_2 (справа) от горизонтальной бетатронной частоты для mTME

Fig. 8. The mTME quadrupole strength as a function of the horizontal betatron tune: q_1 is on the left plot while q_2 is on the right

Подчеркнем, что вышесказанное справедливо для модели на рис. 1, например, если вставить пустой промежуток между линзой q_2 и магнитом или учесть конечную длину квадрупольей и т. д., это значение может измениться.

Чтобы сравнить динамическую апертуру ячеек mTME и TME, уменьшим эмиттанс mTME (первая колонка в табл. 1) до значения ячейки TME (четвертая колонка). Для этого уменьшим угол поворота ячейки с $\phi = \pi/49$ до $\phi = \pi/58$. Соответственно увеличится число ячеек с 98 до 116, и, если сохранять длину ячейки, полная длина ячеек (периметр) вырастет с 342.5 до 405.4 м. Но, если мы допускаем увеличение периметра кольца, ту же процедуру можно проделать с ячейкой TME. При этом, чтобы сохранить эмиттанс, можно уменьшить набег бетатронной фазы μ_x в надежде, что менее жесткая фокусировка приведет к ослаблению сексту-

полных линз. После этого прямым трекингом можно сравнить динамические апертуры колец, построенных на основе TME и mTME.

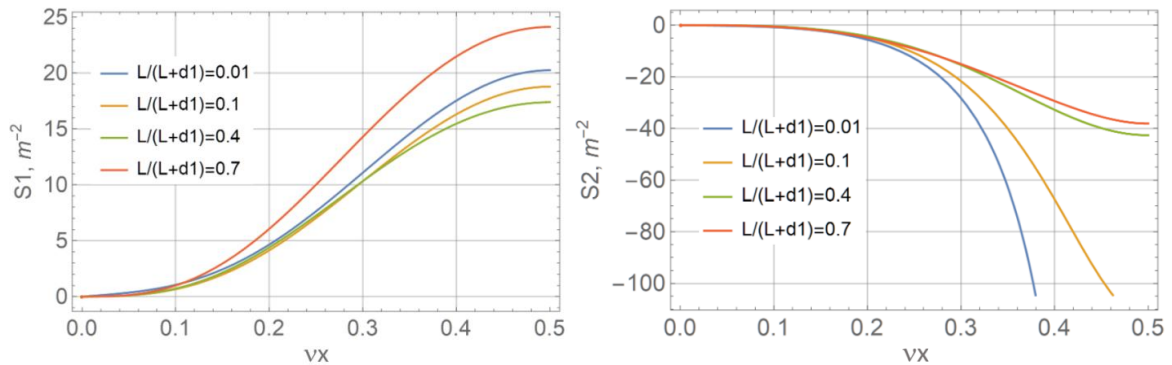


Рис. 9. Зависимость силы секступольной линзы s_1 (слева) и s_2 (справа) от горизонтальной бетатронной частоты для mTME

Fig. 9. The mTME sextupole strength as a function of the horizontal betatron tune: s_1 is on the left plot while s_2 is on the right

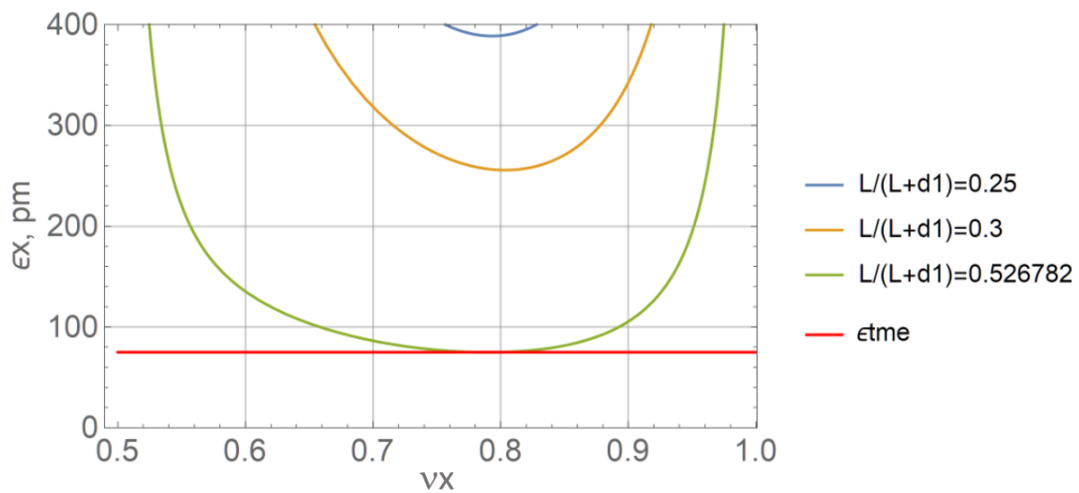


Рис. 10. Эмиттанс ячейки TME для различных значений параметра u . Красная прямая показывает абсолютный минимум (для параметров ячейки из табл. 1 – это 75 пм)

Fig. 10. The TME emittance for different u . Red line indicates the minimum emittance, which for the Table 1 parameters is of 75 pm.

В программе моделирования ускорителей заряженных частиц MAD-8 мы создали две модели согласно правилам, описанным в предыдущем параграфе. Энергия, длина ячейки, магнита и пустого промежутка взяты из табл. 1. Поведение оптических функций показано на рис. 11. Основные параметры приведены в табл. 2. Теперь энергия, эмиттанс и периметр двух колец равны, горизонтальная бетатронная частота структуры TME ослаблена, но сила секступольных линз TME по-прежнему в несколько раз больше, чем mTME.

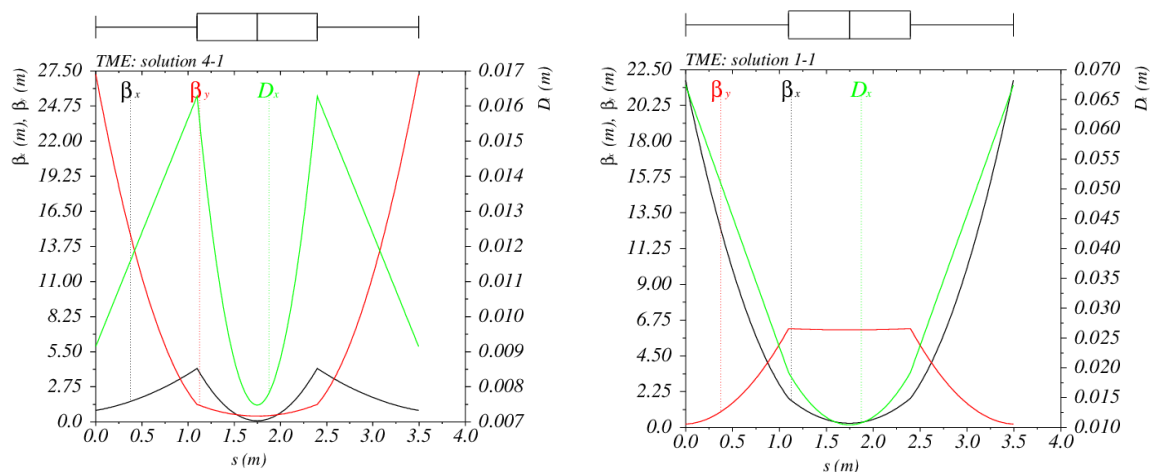


Рис. 11. Модельные структуры TME (слева) и mTME, дающие параметры, приведенные в табл. 2

Fig. 11. Model cells for TME (left) and mTME (right) corresponding to the parameters in Table 2

Таблица 2

Основные параметры магнитных структур с рис. 11

Table 2

Main parameters for the lattices in Fig. 11

	mTME	TME
Периметр, Π (м)	405.4	
Число ячеек, N_c	116	
Угол поворота на ячейку, ϕ	$\pi/58$	
ν_x/ν_y	0.43/0.43	0.62/0.36
ε_x (пм)	165	161
Хроматизм ячейки, $-\xi_x/-\xi_y$	2.0/0.84	1.27/2.62
q_1/q_2 , M^{-1}	1.3/-0.87	-1.42/2.06
s_1/s_2 , M^{-2}	19.3/-45.4	-155.1/126.6

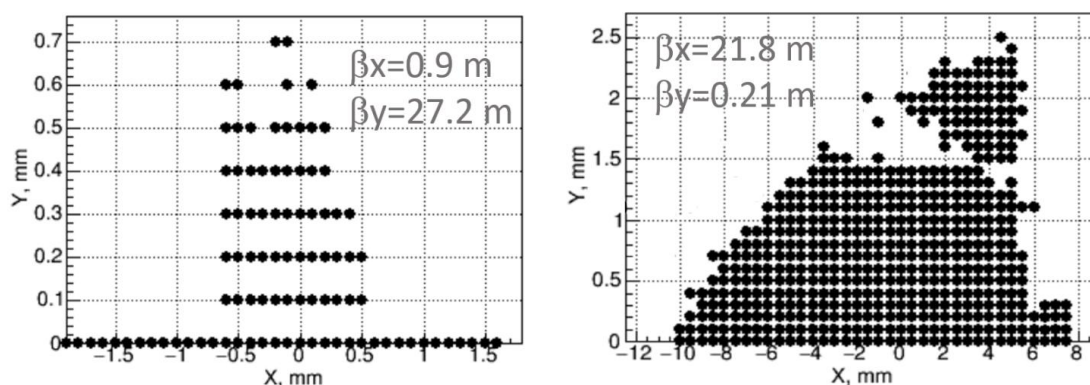


Рис. 12. Динамическая апертура TME (слева) и mTME

Fig. 12. TME (left) and mTME (right) dynamic aperture

Таблица 3
Динамическая апертура ТМЕ и mTME,
приведенная к $\beta_x = 15$ м, $\beta_y = 5$ м

Table 3
The TME and mTME dynamic aperture
normalized to $\beta_x = 15$ м, $\beta_y = 5$ м

	A_x (мм)	A_y (мм)
TME	4.1	0.43
mTME	13.3	14.6

Динамическая апертура обеих ячеек определялась стандартным способом как набор начальных значений $y_0(x_0)$, $x'_0 = y'_0 = 0$, для которых частица остается устойчивой при моделировании 1024 оборотов. Такая апертура для обеих структур приведена на рис. 12. Поскольку она зависит от величины бетатронных функций на азимуте вычисления, приведем оба результата к $\beta_x = 15$ м, $\beta_y = 5$ м. Полученные значения в виде разницы между максимальными положительным и отрицательным значениями даны в табл. 3.

Учитывая явные преимущества в величине динамической апертуры при равных энергии, длине ячейки, периметре и эмиттансе у ячейки mTME, мы выбрали ее для создания магнитной структуры источника СИ СКИФ.

Магнитная структура источника СИ СКИФ

За основу мы взяли ячейку mTME, однако внесли некоторые изменения (рис. 13 слева).

- Для уменьшения длины ячейки дефокусирующий градиент двух линзы q_2 введен в поворотный магнит.
- Для лучшей подгонки дисперсионной функции фокусирующие квадрупольные линзы q_1 слегка сдвинули по горизонтали (reverse bend [7]). Появление магнитов с совмещенными дипольной и квадрупольной компонентами позволило изменять горизонтальный декремент J_x .
- Силы и относительное размещение элементов были численно оптимизированы с целью увеличения динамической апертуры, минимизации эмиттанса, натурального хроматизма и настройки горизонтального декремента $J_x \approx 2$.

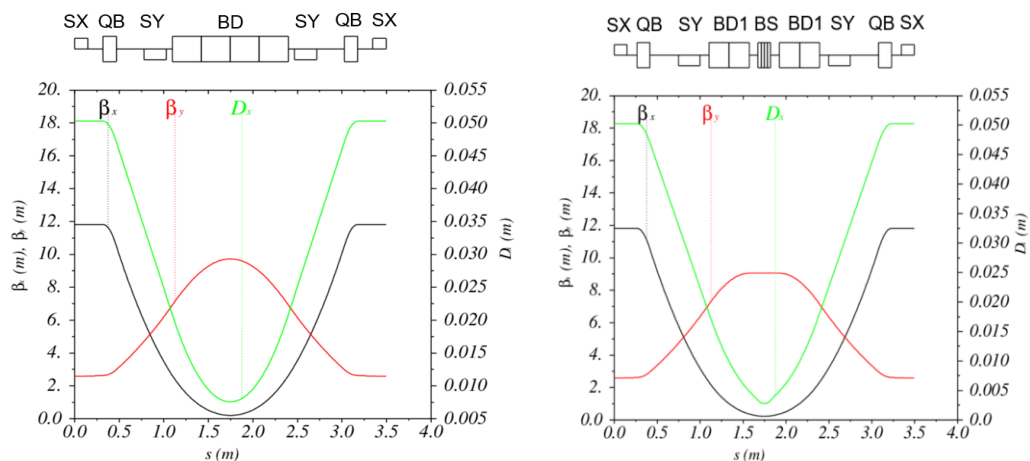


Рис. 13. Базовая ячейка магнитной структуры источника СКИФ (слева).

Ячейка с сильным центральным магнитом (BS) (справа)

Fig. 13. SKIF light source basic cell (left plot). The SKIF strong field dipole cell (BS) (right plot)

Ячейка зеркально симметрична относительно центра, где расположен дипольный магнит BD с небольшим отрицательным градиентом, обеспечивающим вертикальную фокусировку. Две квадрупольные линзы QB фокусируют пучок горизонтально и, будучи слегка смещенными по радиусу, поворачивают пучок в обратном, по сравнению с основным магнитом, направлении (reverse bend), способствуя более точной подстройке дисперсии к оптимальному значению и уменьшению эмиттанса. Две секступольные линзы SY и одна SX (ею ячейка начинается и заканчивается) корректируют линейный хроматизм бетатронных частот.

Малый угол поворота ячейки, необходимый для минимизации эмиттанса, подразумевает слабое магнитное поле центрального диполя (0.55 Т в нашем случае), что является недостатком с точки зрения генерации жесткого рентгеновского излучения. Для устранения этого недостатка в центральной ячейке каждого суперпериода диполь BD со слабым полем длиной 1.3 м заменен на секцию из трех магнитов: по краям два коротких слабых с небольшим отрицательным градиентом BD1, а между ними диполь BS с плоскими полюсами и полем 2 Т (рис. 13 справа). Длина такой ячейки совпадает с длиной регулярной ячейки (около 3.5 м). Параметры магнитных элементов слегка отличаются от параметров регулярной ячейки. Для краткости будем обозначать ячейки LF (low field) и HF (high field) соответственно. Расстояние между магнитными элементами в обеих ячейках представляются достаточными для размещения вакуумного, диагностического и другого оборудования ускорителя.

Таблица 4

Основные параметры ячеек периодичности накопителя СКИФ

Table 4

Main parameters of the Low Field and High Field SKIF cells

Параметр	LF	HF
Длина L_c , м	3.4948	3.4948
Угол поворота ϕ	3°.682	3°.642
Бетатронные частоты ν_x/ν_y	0.446/0.124	0.442/0.122
Коэфф. уплотнения обриту α	1.4×10^{-4}	8.1×10^{-6}
Горизонтальный эмиттанс ε_x , пм	70	75
Энергетический разброс σ_E/E	8.73×10^{-4}	1.3×10^{-3}
Потери энергии за оборот U_0 , кэВ	4.72	9.83
Декременты затухания J_x/J_s	2.24/0.76	1.70/1.30
Натуральный хроматизм ξ_x/ξ_s	-1.32/-0.36	-1.27/-0.34

Теперь можно сравнить сделанные выше оценки mTME (см. табл. 2) с получившимися параметрами реальной ячейки (см. табл. 3). Для выполнения требований на число и длину прямолинейных промежутков и в итоге на размеры установки угол поворота магнита был увеличен до $\phi \approx 3^\circ.6$. Однако горизонтальный декремент затухания $J_x \approx 2$ и повороты с отрицательным радиусом позволили получить эмиттанс $\varepsilon_x \approx 70$ пм. Для ослабления вертикальных фокусировки и хроматизма, вертикальная частота была уменьшена до $\nu_y \approx 0.12$. Соответственно, хроматизм ячейки СКИФ стал $-\xi_{x/y} \approx 1.3/0.4$. Интегральный приведенный градиент в ячейке СКИФ LF $(K_1 l)_y \approx -1.3 \text{ м}^{-1}$ (вместо $2q_2 = -1.74 \text{ м}^{-1}$), а $(K_1 l)_x \approx +0.8 \text{ м}^{-1}$ (вместо $q_1 = 1.3 \text{ м}^{-1}$). Отличия связаны как с другим размещением квадрупольных линз, так и с их реальной длиной. Оценка интегральной силы секступольных линз $s_{1/2} \approx 20/-45 \text{ м}^{-2}$ также отлична от того, что получилось: $(K_2 l) \approx 70/-59 \text{ м}^{-2}$. Это связано с тем, что в модели на рис. 1 секступоли размещались в оптимальной позиции (в максимумах / минимумах соответствующих бетатронных функций). В реальной ячейке положение секступольных линз отличается от модельного и выбиралось из соображения максимальной динамической аперту-

ры по поперечным координатам и по энергии, для чего правильно подбирался набег бетатронных фаз между секступолями.

Магнитная структура СКИФ состоит из 16-ти суперпериодов типа 7BA (7-Bend-Achromat – семь поворотных магнитов образуют ахроматический поворот) с пятью регулярными ячейками, описанными выше, и двумя на краях суперпериода для зануления дисперсионной функции в прямолинейном промежутке длиной 6 м (отсчитывается между краями магнитного поля линз). Два дублета квадрупольных линз настраивают в центре промежутка достаточно большую β_x (для оптимизации горизонтальной инжекции) и достаточно малую β_y (для уменьшения влияния змеек и ондуляторов с вертикальным полем на динамику пучка). Магнитная структура суперпериода, начинающаяся и кончающаяся в центре прямолинейного промежутка, показана на рис. 14. Структуру отличает высокая периодичность поведения оптических функций, которая способствует большой серийности магнитных элементов.

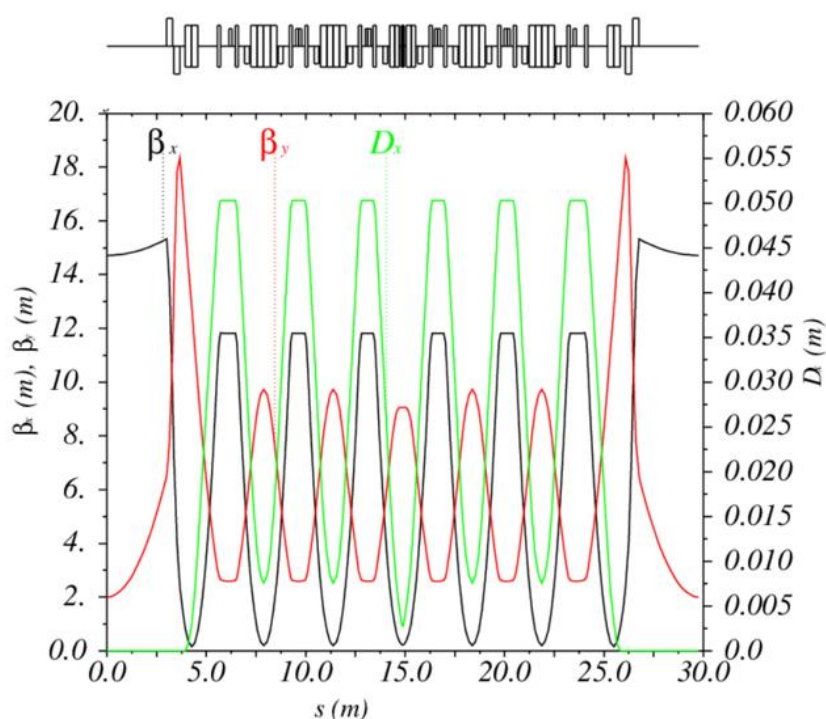


Рис. 14. Структура и оптические функции суперпериода СКИФ

Fig. 14. SKIF super-period lattice functions

Магнитная структура, показанная на рис. 14, проста, обладает высокой степенью симметрии и, следовательно, минимальным числом структурных бетатронных резонансов. Оптические функции в прямолинейном промежутке (нулевая дисперсионная, большая горизонтальная бета и малая вертикальная) хорошо подходят для традиционной схемы инжекции в горизонтальной плоскости, размещения ускоряющих резонаторов и генераторов СИ – ондуляторов с относительно небольшим полем. В табл. 5 приведены основные параметры всего накопительного кольца.

Таблица 5
Основные параметры структуры с рис. 14
Table 5
Main parameters for the lattice in Fig. 14

Энергия пучка, ГэВ	3
Симметрия	16
Периметр, м	476.14
Период обращения, μ с	1.59
Горизонтальный эмиттанс, пм	72
Энергетический разброс	$1 \cdot 10^{-3}$
Потери на оборот, кэВ	535
Бетатронные частоты, (x/y)	50.88 / 17.76
Коэффициент уплотнения орбит	$7.6 \cdot 10^{-5}$
Натуральный хроматизм, (x/y)	-162/-58
Гармоника ВЧ-резонатора	567
Частота ВЧ, МГц	357
Напряжение ВЧ, МВ	0.77
Энергетический акцептанс	2.6 %
Синхротронная частота	$1.13 \cdot 10^{-3}$
Длина сгустка, мм	5.5
Радиационные числа, (x/e)	1.91/1.09
Время затухания, (x/e), мс	9/16

Линейный хроматизм структуры СКИФ (ξ_x/ξ_y) = -162/-58 компенсируют два семейства секступольных линз, размещенные только в базовых ячейках периодичности, как показано на рис. 15.

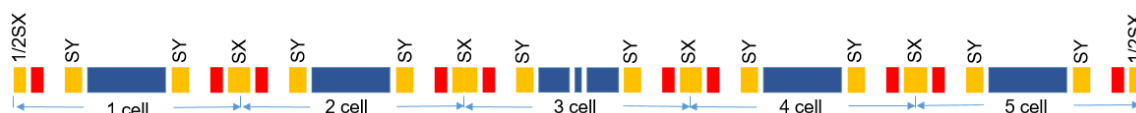


Рис. 15. Схема размещения хроматических секступольных линз

Fig. 15. Chromatic sextupoles position schematically

Поскольку ячейка начинается и кончается горизонтальным секступолем, структура из пяти ячеек на концах имеет горизонтальный секступоль половинной длины (1/2SX). Расчетные параметры секступольных линз приведены в табл. 6.

Таблица 6
Основные параметры хроматических секступолей
Table 6
Chromatic sextupoles main parameters

	l , м	B''_{nom} , Т/м ²	$(K_2l)_{nom}$, м ⁻²	B''_{max} , Т/м ²	$(K_2l)_{max}$, м ⁻²
SY	0.25	-2370	-59.25	-2800	-70
SX	0.30	2358	70.74	2800	84
1/2SX	0.15	2358	35.37	2800	42

Размер области устойчивого нелинейного движения (динамическая апертура) зависит от мощности бетатронных резонансов и их расположения относительно выбранной точки частот. Поскольку теоретически оценить силу резонансов (особенно высоких порядков), обусловленных сильными секступольными линзами, корректирующими хроматизм, затруднительно, основным способом оптимизации динамической апертуры является численное моделирование движения частицы в нелинейном потенциале (трекинг).

На рис. 16 показана поперечная динамическая апертура, рассчитанная для всего кольца. Каждая точка означает, что частица с соответствующими начальными условиями $x_0, y_0, x'_0 = y'_0 = 0$ по результатам моделирования устойчива в течение 4096 оборотов.

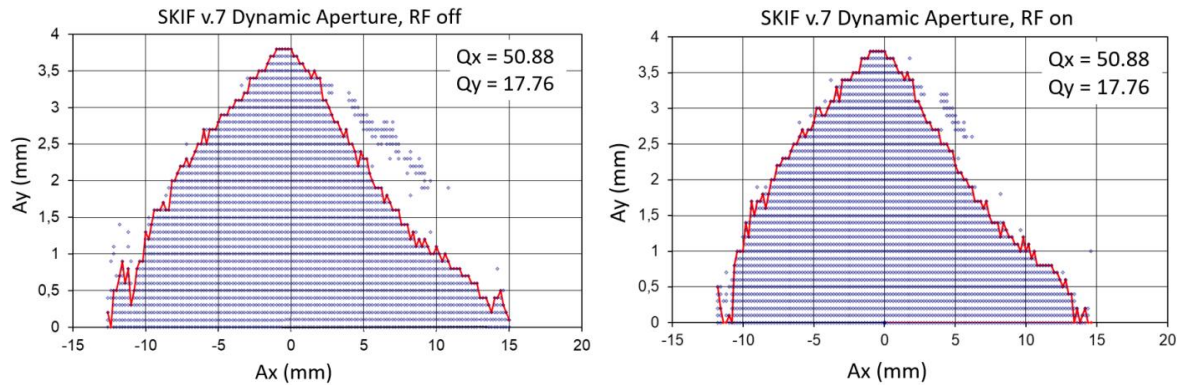


Рис. 16. Поперечная динамическая апертура в выбранной рабочей точке.

Слева без, справа с синхротронными колебаниями

Fig. 16. SKIF on-momentum (left plot) and with small synchrotron oscillation (right plot) transverse dynamic aperture

Левый рис. 16 соответствует моделированию с постоянной равновесной энергией (ускоряющие ВЧ резонаторы выключены), правый – с включенными в моделирование резонаторами. Хотя начальный сдвиг по энергии частицы относительно равновесного значения задавался равным нулю, удлинение траектории вследствие бетатронного движения возбуждало малые синхротронные колебания, и это приводило к небольшому уменьшению горизонтальной динамической апертуры. Горизонтальные и вертикальные фазовые траектории, соответствующие максимальной апертуре рис. 16 показаны на рис. 17.

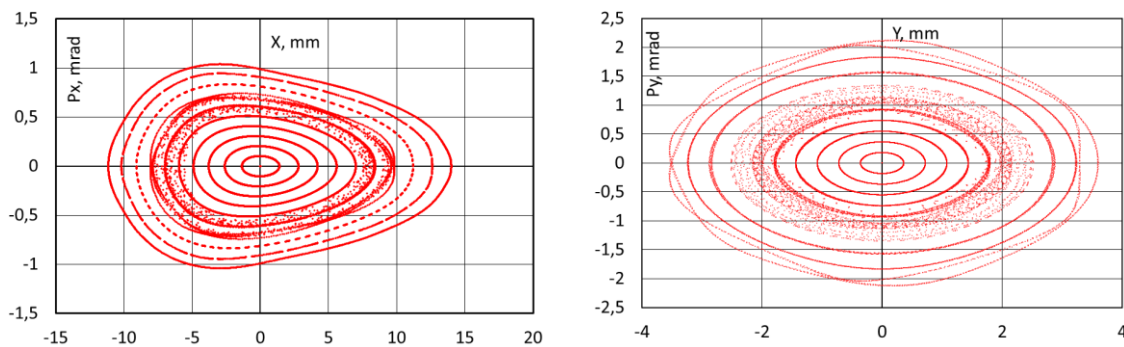


Рис. 17. Фазовые траектории, соответствующие апертуре с рис. 16: горизонтальные (слева) и вертикальные (справа)

Fig. 17. Horizontal (left plot) and vertical (right plot) phase trajectories corresponding to the aperture in Fig. 16

Для источника синхротронного излучения с малыми длиной и поперечными размерами пучка и значительным током важна также энергетическая (продольная) апертура, определяющая время жизни пучка из-за эффекта Тушека [8]. Получившаяся магнитная структура и здесь демонстрирует неплохие характеристики. Рисунок 18 показывает область линейной устойчивости частицы (betatron tune bandwidth) в зависимости от относительного изменения энергии частицы.

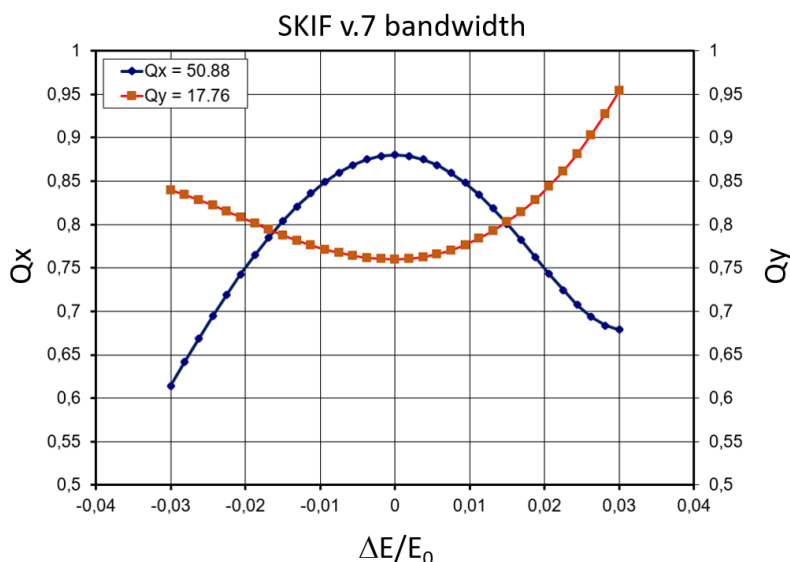


Рис. 18. Область устойчивого бетатронного движения частицы с неравновесной энергией
Fig. 18. Betatron tune bandwidth for off-momentum particle

Бетатронные частоты пересекают целое или полуцелое значение при $|\Delta E/E_0| > 3\%$, что представляется подходящим для получения достаточного времени жизни пучка из-за эффекта Тушека.

Заключение

Мы исследовали ячейки магнитной структуры накопителя электронов, дающие малый эмиттанс пучка. Оказалось, что простейшая ячейка такого сорта, состоящая из центрального магнита и двух зеркальных по отношению к центру ячейки дублетов линз (фокусирующих и дефокусирующих), имеет четыре решения. Решение, отвечающее минимальному эмиттансу (ТМЕ) дает неприемлемо большие значения сил секступольных линз и малую динамическую апертуру. Поэтому для структуры источника СИ четвертого поколения СКИФ мы выбрали альтернативное решение (modified TME, mTME), которое позволяет получить требуемую область устойчивости при приемлемых силах магнитных линз. На основе выбранной ячейки создана структура всего источника СИ с горизонтальным эмиттансом 75 пм при энергии пучка 3 ГэВ, периметре кольца 476 м и 16-ти длинных (6 м) прямолинейных промежутков для размещения источников излучения, ускоряющих резонаторов, оборудования инжекции и пр.

Список литературы / References

1. **Teng L. C.** Fermilab Report No. TM-1269, 1984.
2. **Lee S. Y., Teng L. C.** Theoretical minimum emittance lattice for an electron storage ring. In: Proceedings of the 1991 Particle Accelerator Conference, San Francisco, CA, 1991. IEEE. New York, 1991, p. 2679.
3. **Lee S. Y.** Emittance optimization in three- and multiple-bend achromats. *Phys. Rev. E* 54, 1940 (1996), p. 1940.
4. **Einfeld D., Schaper J., Plesco M.** A lattice design to reach the theoretical minimum emittance. *J. Phys IV (France)*, 1994, no. 04, p. C9–373.
5. **Wang C. X.** Minimum emittance in storage rings with uniform or nonuniform dipoles. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2009, vol. 12, p. 061001.
6. **Jiao Yi, Cai Yunhai, Chao A.W.** Modified theoretical minimum emittance lattice for an electron storage ring with extreme-low emittance. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2011, vol. 14, p. 054002.
7. **Riemann B., Streun A.** Low emittance lattice design from first principles: reverse bending and longitudinal gradient bends. In: arxiv:1810.11286, 26 Oct 2018.
8. **Bruck H.** Accélérateurs circulaires de particules. Paris, 1966.

Материал поступил в редколлегию
Received
02.03.2020

Сведения об авторах / Information about the Authors

Баранов Григорий Николаевич, младший научный сотрудник, Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН (Новосибирск, Россия)

Grigory N. Baranov, Junior Research Fellow, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

Богомягков Антон Викторович, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН (Новосибирск, Россия)

Anton V. Bogomyagkov, Candidate of Science (Physics and Mathematics), Leading Research Fellow, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

Левичев Евгений Борисович, доктор физико-математических наук, заместитель директора, Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН (Новосибирск, Россия)

Eugene B. Levichev, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Deputy Director, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

Синяткин Сергей Викторович, старший научный сотрудник, Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН (Новосибирск, Россия)

Sergey V. Sinyatkin, Senior Research Fellow, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

Угловая расходимость электронов при генерации двух ленточных пучков в едином ускорительном диоде (моделирование, эксперимент)

А. В. Аржанников^{1,2}, Д. А. Самцов¹, С. Л. Синицкий^{1,2}, В. Д. Степанов¹

¹ Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН
Новосибирск, Россия

² Новосибирский государственный университет
Новосибирск, Россия

Аннотация

Приведены результаты численного моделирования и экспериментальных исследований генерации двух ленточных пучков в ускорительном диоде с магнитной изоляцией при напряжении на диоде $\sim 0,7$ МэВ и токе в нем 10 кА. Моделирование реализовано с помощью пакета Particle CST Studio. Эксперименты проведены на ускорителе У-3 установки ЭЛМИ. В расчетах с трехмерной геометрией, соответствующей экспериментам, получено распределение скоростей электронов по питч-углу на выходе пучков из диода в условиях неоднородного магнитного поля с индукцией около 1 Тл. Эти расчетные данные подтверждены в эксперименте, в котором с использованием датчика с семью каналами регистрации получена функция распределения скорости электронов с характерной шириной на полувысоте 0,03 рад. Использование программного пакета GEANT4 в обработке результатов измерений этим датчиком дает уверенность в корректности полученной функции распределения.

Ключевые слова

электронный пучок, функция распределения замагниченных электронов, детектор углового разброса

Для цитирования

Аржанников А. В., Самцов Д. А., Синицкий С. Л., Степанов В. Д. Угловая расходимость электронов при генерации двух ленточных пучков в едином ускорительном диоде (моделирование, эксперимент) // Сибирский физический журнал. 2020. Т. 15, № 1. С. 24–41. DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-24-41

Angular Divergence of Electrons in Generating Two Ribbon Beams in a Single Accelerating Diode (Simulation, Experiment)

A. V. Arzhannikov^{1,2}, D. A. Samtsov¹, S. L. Sinitsky^{1,2}, V. D. Stepanov¹

¹ Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation

² Novosibirsk State University
Novosibirsk, Russian Federation

Abstract

The paper presents the results of numerical simulation and experimental studies of the generation of two ribbon beams in an accelerating diode with magnetic insulation at a diode voltage of ~ 0.7 MeV and a current of 10 kA in it. Modeling is implemented using the Particle CST Studio package. The experiments were conducted on the U-3 accelerator of the ELMI installation. In calculations with three-dimensional geometry corresponding to the experiments, the distribution of electron velocities over the pitch angle at the exit of the beams from the diode under the conditions of an inhomogeneous magnetic field with an induction of about 1 T was obtained. These calculated data were confirmed in an experiment in which, using a sensor with seven recording channels, a distribution function of the velocity of electrons

with a characteristic width at half maximum of 0.03 rad was obtained. Using the GEANT4 software package in processing measurement results with this sensor gives confidence in the correctness of the obtained distribution function.

Keywords

electron beam, distribution function of magnetized electrons, angular spread detector

For citation

Arzhannikov A. V., Samtsov D. A., Sinitsky S. L., Stepanov V. D. Angular Divergence of Electrons in Generating Two Ribbon Beams in a Single Accelerating Diode (Simulation, Experiment). *Siberian Journal of Physics*, 2020, vol. 15, no. 1, p. 24–41. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-24-41

Введение

Генерация терагерцового электромагнитного излучения в диапазоне частот 0,3–1 ТГц с энергией в импульсе масштаба одного джоуля и пиковой мощностью, превышающей сотни киловатт, является важной задачей для различных применений. С помощью мощных источников ТГц-излучения [1; 2] исследователи получают доступ к «новой» физике, связанной с прямым резонансным взаимодействием низкоэнергетических фотонов с различными коллективными возбуждениями в твердых телах (фононы, магноны, плазмоны, экситоны) [3]. В химии мощное ТГц-излучение может инициировать поверхностные химические реакции [4]. Благодаря интенсивным ТГц-импульсам становится возможным создавать ультракороткие электронные сгустки и эффективно их ускорять [5]. Кроме того, мощные ТГц-импульсы представляют значительный интерес для приложений в области систем безопасности и обороны, таких как обнаружение запрещенных веществ или объектов [6; 7] или определение их местоположения с высоким пространственным разрешением [8]. Однако на практике развитие мощных ТГц-источников сталкивается с серьезными препятствиями. Сегодня такой уровень импульсной мощности в ТГц-излучении может быть достигнут лазерами на свободных электронах, но использование электронных пучков с высокими релятивистскими факторами ($\gamma_b = 10\text{--}30$) в таких устройствах делает их слишком большими по размеру [9; 10] и дорогими в производстве и эксплуатации.

По нашему мнению, наиболее перспективные способы достижения высоких величин для ТГц-мощности и энергии должны основываться на использовании килоамперных пучков с относительно низкой кинетической энергией релятивистских электронов (масштаба 1 МэВ, $\gamma_b = 3$) через привлечение дополнительных физических механизмов. Одним из таких способов является инжекция пучка с током в несколько килоампер в плазменный столб с ведущим магнитным полем для накачки плазменных колебаний верхнегибридной ветви. Затем эти плазменные колебания преобразуются в электромагнитные волны и выходят из плазмы в виде ТГц-излучения [11]. Помимо этого, излучение с частотой вблизи плазменной частоты может эффективно создаваться путем линейного преобразования плазменных волн в электромагнитные на специально ориентированном макроскопическом градиенте плотности плазмы [12], тогда как излучение на удвоенной частоте может генерироваться за счет трехволнового взаимодействия плазменных волн в сильно турбулентной плазме [13]. Другой способ получения терагерцового излучения состоит в том, чтобы создать мазер на свободных электронах с ленточным электронным пучком для генерации электромагнитного излучения, например, с частотой 75 ГГц [14; 15], а затем получить излучение с частотой в области 1 ТГц с помощью обратного рассеяния низкочастотного излучения на другом ленточном пучке [16; 17].

Для реализации указанного процесса двухстадийной генерации терагерцового излучения с использованием ленточного пучка необходимо обеспечить одновременную генерацию двух таких пучков при высокой плотности тока и малой угловой расходимости скоростей электронов. Цель представленного в статье исследования состоит в изучении влияния величины и геометрии магнитного поля на локальные величины плотности тока и угловой расходимости электронов МэВ-пучка при его генерации в ленточном магнитно-изолированном ускорительном диоде. Для достижения указанной цели мы использовали два взаимно дополняющих пути, а именно компьютерное моделирование процесса синхронной генерации двух ленточ-

ных пучков в одном магнитно-изолированном диоде и проведение экспериментов с таким диодом на установке ЭЛМИ [16], где генерация пучка обеспечивается ускорителем У-3. Более того, в ходе компьютерного моделирования процесса генерации пучка в таком диоде принимался во внимание дополнительный важный фактор – влияние полей одного пучка на параметры другого в условиях одновременной генерации двух ленточных пучков в одном таком диоде.

1. Компьютерное моделирование одновременной генерации двух ленточных пучков

Рассмотрим причины возникновения углового разброса скоростей электронов в случае генерации ленточного пучка в магнитно-изолированном диоде, сечение которого в плоскости XZ схематично представлено на рис. 1. В данном рассмотрении мы считаем протяженность ускорительного диода по координате Y неограниченно большой. Итоговый разброс скоростей электронов пучка, генерируемого в таком диоде, по углам складывается из нескольких независимых составляющих. При этом вклады от различных факторов следует суммировать с учетом фазы вращения электронов по ларморовским спиралям в ведущем магнитном поле, которое преимущественно направлено вдоль оси Z. Разность в фазе движения по окружности различных электронов может приводить как к увеличению, так и к уменьшению итогового углового разброса электронов в пучке. В данном рассмотрении мы выделяем три суммируемых вклада в угловой разброс. Первый – это угловой разброс, приобретаемый в окрестности катода; второй – угловая расходимость, добавляемая при прохождении ленточным пучком анодной щели; третий – дополнительный угловой разброс электронов, возникающий из-за нарушения адиабатичности движения электронов в ведущем магнитном поле щелевого транспортного канала.

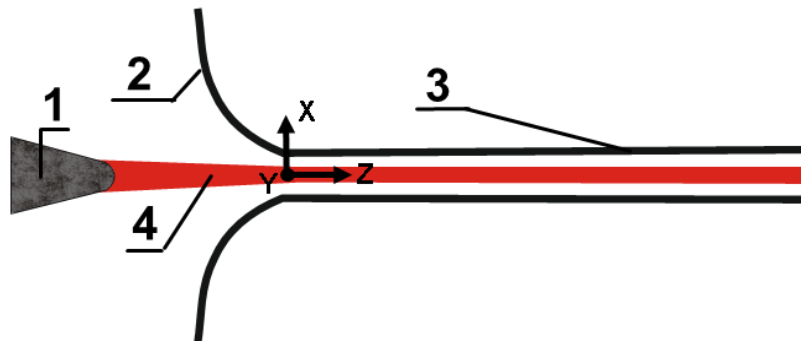


Рис. 1. Схема ленточного диода со щелевым каналом:
1 – катод; 2 – анодная щель; 3 – щелевой канал; 4 – электронный пучок

Fig. 1. Schematic of the ribbon diode with a slit channel:
1 – cathode; 2 – anode; 3 – slit channel; 4 – electron beam

Согласно работе [18], θ_T – питч-угол электронов пучка, набираемый вблизи поверхности катода, в однородном магнитном поле в режиме ограничения тока объемным зарядом, определяется следующей формулой:

$$\theta_T = \frac{4\pi mc j_c}{(\gamma^2 - 1)^{\frac{1}{2}} e H_0^2} \sin(\varepsilon), \quad (1)$$

где j_c – плотность тока на катоде, H_0 – значение магнитного поля и ε – угол между электрическим и магнитным полем вблизи поверхности катода. Вследствие перемешивания в пучке токовых струй, эмитированных из различных частей катодной поверхности, угловой разброс

электронов пучка фактически оказывается близок к характерному питч-углу электронов, усредненному по сечению пучка.

В частном случае, относящемся к прохождению электронами пучка анодной щели в условиях однородного магнитного поля, для вычисления приобретаемого ими углового разброса достаточно использовать результаты математического рассмотрения, описанного в [19; 20]. Однако в общем случае в такой задаче при переходе пучка из диодного зазора в транспортный канал на его электроны действуют одновременно и неоднородное магнитное поле, и градиенты электрического поля в анодной щели. В этих условиях для решения задачи по угловой расходимости электронов пучка необходимо было создать трехмерную компьютерную модель всего ускорительного тракта. Именно эти условия соответствуют геометрии области, где генерируется пучок в ускорителе У-3. При моделировании нами был использован модуль *particle studio* программного пакета *CST Studio* в модификации, учитывающей собственное магнитное поле пучка. В компьютерную модель были включены геометрия ускорительного диода (катод, анод и вход в щелевой канал) и конфигурация магнитной системы установки с указанием точных геометрических размеров. Геометрия модели представлена на рис. 2. Элементы геометрии ускорительного диода можно разделить на четыре группы, которые обозначены на рис. 2.

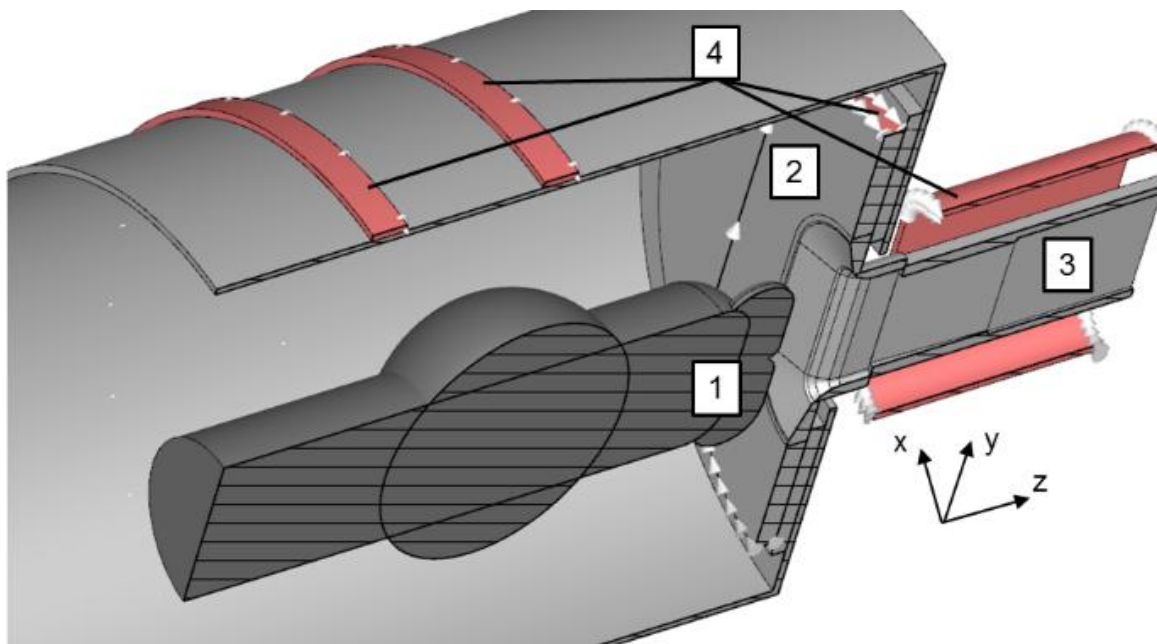


Рис. 2. Геометрия модели ускорительного диода, используемая в расчетах:

1 – катодная группа; 2 – анодная группа; 3 – щелевой канал; 4 – катушки магнитного поля

Fig. 2. Model geometry of the accelerating diode, which is used in calculations:

1 – cathode group; 2 – anode group; 3 – slit channel; 4 – coils of magnetic system

Катодная группа состоит из четырех элементов. Первый элемент – цилиндрический стрержень с радиусом 12,5 см заменяет собой высоковольтный проходной изолятор, необходимый для передачи импульса высокого напряжения от генератора к катоду. Второй элемент – сферическая оболочка радиусом 20 см, запирающая обратный поток электронов с катода. Центр сферы находится на оси цилиндра на расстоянии 40 см от края катода. Собственно катод состоит из двух тел, сильно вытянутых по координате Y . Каждое из них имеет форму полуцилиндра с эллиптическим поперечным сечением и закруглениями на торцах. На поверхности

торца, который обращен к анодной щели, размещался эмиссионный слой. Наименьшее расстояние от этого слоя до анодной плоскости составляет 6 см.

Анодная группа включает в себя следующие элементы: внутренняя поверхность вакуумного объема цилиндрической формы и анодная плоскость, перпендикулярная к оси этого цилиндра, в центре которой, прямо напротив вытянутого катода, расположена анодная щель. Щелевой канал представлен группой из трех элементов: вход в канал, формирователь пучка и транспортный канал. Вход в канал обеспечивает плавный переход от анодной плоскости к анодной щели. Сразу за щелью по ходу движения пучка расположен формирователь сечения пучка. Он представляет собой щелевой графитовый коллиматор протяженностью 17 см, в котором зазор между стенками щели уменьшается по линейной зависимости от координаты Z . Зазор в щели коллиматора уменьшается от величины 14,8 мм на входе до 4 мм на выходе, тем самым ограничивая толщину пучка. Таким образом, при прохождении формирователя толщина пучка обрезалась до размера 4 мм, что предотвращает попадание его электронов на стенки транспортного канала при их колебаниях в ондуляторном поле внутри резонатора ЛСЭ. После формирователя расположен транспортный канал, который имеет прямоугольное поперечное сечение размером 182×9 мм и длину 1,5 м. Внутри этого канала могла размещаться проводящая перегородка, разделяющая его на два одинаковых канала с сечением 90×9 мм.

Магнитная система в рассматриваемой модели состоит из четырех катушек. Эта система включает: две большие круглые катушки, расположенные на вакуумной камере диода (см. рис. 2), дополнительную анодную катушку (овальной формы), которая размещена на анодной плоскости, и длинную катушку прямоугольного сечения, намотанную на транспортный канал для создания в нем ведущего магнитного поля. При описании геометрии этой системы катушек в компьютерной модели задавалась их геометрическая форма с указанием точных размеров и количества витков в каждой из них. Для вывода величин параметров пучка в различных сечениях по длине моделируемой системы в компьютерной программе были установлены соответствующие мониторы.

Целью проведения первого цикла компьютерного моделирования была выбрана оптимизация параметров магнитной системы применительно к достижению минимального углового разброса скоростей электронов пучка в щелевом канале. В ходе моделирования мы варьировали в основном два параметра. Первый параметр I – ток в катушках магнитного поля – задает ведущее магнитное поле от ускорительного диода до конца щелевого вакуумного канала. Вторым параметром S_c – отношение тока через дополнительную анодную катушку I_a к основному току в катушках I ($S_c = I_a/I$). Такой выбор параметров обусловлен следующими обстоятельствами. Во-первых, в ходе проведения эксперимента варьированием основного тока I можно изменять значение ведущего магнитного поля в щелевом канале в пределах от 1,0 до 1,5 Тл. Во-вторых, ток, протекающий через дополнительную анодную катушку, подается от того же источника тока, что и ток в катушках щелевого канала. В этих условиях ток в анодную катушку I_a может подаваться только в определенной пропорции по отношению к току I , задающему магнитное поле в щелевом канале. На рис. 3 представлено распределение индукции магнитного поля по координате Z . Координата $Z = 0$ соответствует точке на анодной плоскости. Эмитирующая поверхность катода имеет координату $Z = -6$ см. Данные распределения получены в результате расчетов по программе CST. Графики распределения поля приведены для двух значений параметра I и для двух значений параметра S_c . Дополнительно на графиках вертикальными черными линиями различной толщины отмечены положения анодной и катодной плоскостей и монитора, при помощи которого при выполнении программы выводились характеристики частиц в пучке. По результатам моделирования в плоскости монитора строилось распределение электронов по углу.

На рис. 4 приведены распределения плотности электронов пучка по питч-углу, под которым направлены скорости частиц по отношению к силовым линиям магнитного поля. Из них видно, что при увеличении параметра S_c (отношения между токами через анодную катушку

и обмотку щелевого транспортного канала) характерные значения питч-углов электронов уменьшаются. Более того, в области малых значений углов на функции распределения формируется отчетливый пик высокой плотности частиц.

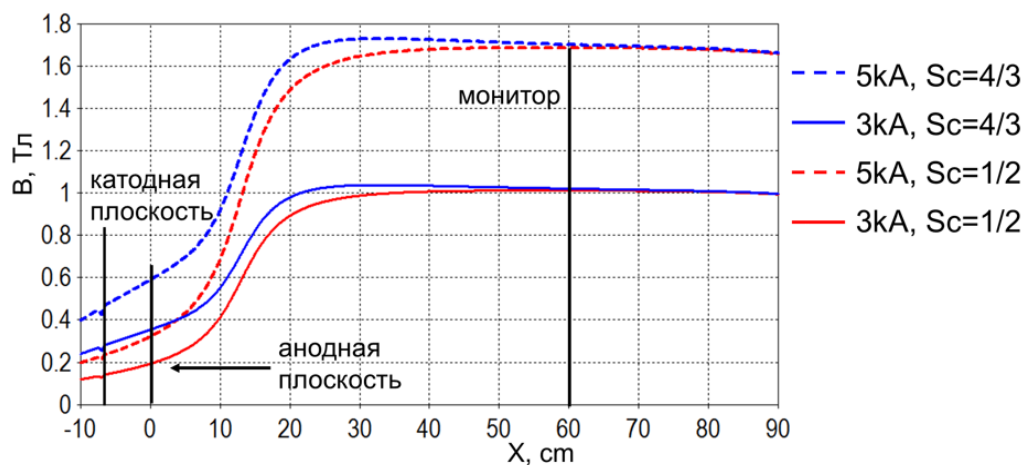


Рис. 3. Магнитное поле вдоль оси установки, рассчитанное в программном пакете CST

Fig. 3. Magnetic field distribution along facility axis calculated in CST program

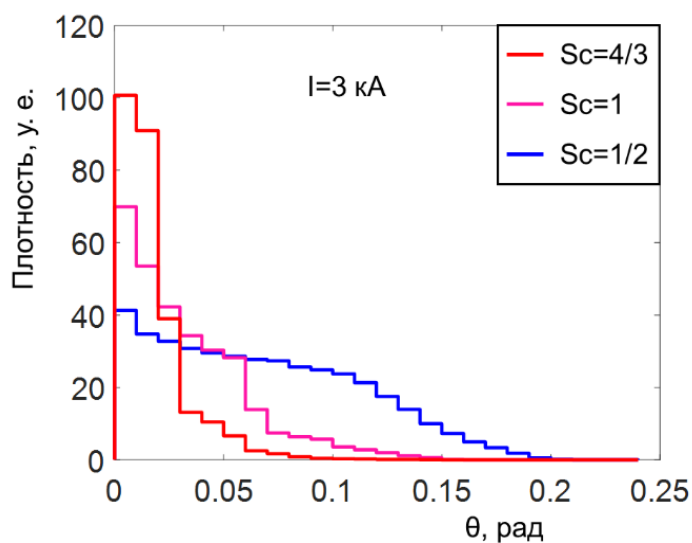


Рис. 4. Распределение плотности электронов пучка по питч-углу

Fig. 4. Beam electron density distribution over pitch angle

Распределение плотности электронов пучка по питч-углу на рис. 4 приведено для всей толщины пучка ~ 4 мм. А входная диафрагма детектора углового разброса имеет входное отверстие диаметром 0,4 мм. Поэтому для двух положений детектора, для которых осуществлялись измерения углового разброса в экспериментах, были выделены частицы, которые должны попасть в детектор, и на рис. 5 для соответствующих двух положений детектора приведено распределение плотности электронов пучка по питч-углу.

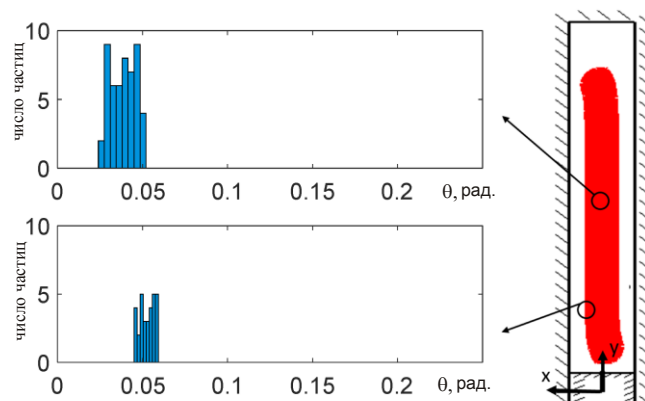


Рис. 5. Распределение плотности электронов пучка по питч-углу для двух положений детектора углового разброса

Fig. 5. Beam electron density distribution over pitch angle for two different positions of the angular detector

2. Датчик и методика проведения измерений углового распределения

В экспериментах пучок генерируется в ленточном магнитно-изолированном диоде с взрывоэмиссионным катодом, изготовленным из волокнистого графитового материала. Схема эксперимента по измерению угловой расходимости электронов в ленточном пучке представлена на рис. 6. Характерное напряжение на диоде в экспериментах имело величину около 0,8 МВ, а полный ток двух пучков на выходе из диода – около 10 кА. Пучки, генерируемые в диоде, далее распространяются в щелевых транспортных каналах в условиях сильного ведущего магнитного поля.

Перед входом в канал располагался формирователь сечения пучка. Датчик угловой расходимости был размещен в верхнем щелевом канале (см. рис. 6) на расстоянии 0,5 м от его начала в области, где обеспечивается хорошая однородность магнитного поля со степенью однородности в несколько процентов. Значение индукции ведущего магнитного поля в данной части канала может быть задано в диапазоне от 1,0 до 1,5 Тл.

Для измерений углового распределения скоростей электронов использован датчик, принцип работы которого основан на закономерностях прохождения релятивистских электронов через цилиндрические отверстия в поглотителе в присутствии сильного магнитного поля [21]. Схема используемого нами датчика кратко описана в работе [22], а методика нахождения функции углового распределения электронов детально изложена в работе [23]. На рис. 7 представлена схема этого датчика с геометрией кольцевых коллекторов, специально подобранной для измерения питч-углов замагниченных электронов в интервале углов $0 \div 0,3$ рад при их энергии в диапазоне от 0,5 до 1 МэВ в условиях ведущего магнитного поля 1,0–1,1 Тл.

Основная составляющая в конструкции датчика представляет собой набор из семи соосных графитовых колец-коллекторов (1), внутренняя цилиндрическая и торцевая поверхности которых предназначены для поглощения пучковых электронов, прошедших через малое коллимирующее отверстие во входной танталовой диафрагме (2). Как и в предыдущих экспериментах [23], для улучшения селективности датчика к различным областям разбиений его рабочего интервала углов при разработке конструкции использовалась закономерность: чем дальше от входа электронов пучка в датчик находится кольцевой коллектор, тем меньше диаметр его отверстия. При выборе геометрии поглощающих коллекторов, их геометриче-

ские размеры (диаметр и протяженность цилиндрического отверстия) подбирались, исходя из следующих соображений:

1) при нормальном падении на торцевую поверхность коллектора электроны должны практически полностью поглощаться внутри него;

2) для отмеченных выше условий по параметрам пучка и магнитного поля должно обеспечиваться наилучшее разрешение для определения функции распределения электронов по углам в диапазоне изменения углов от 0 до 0,16 рад.

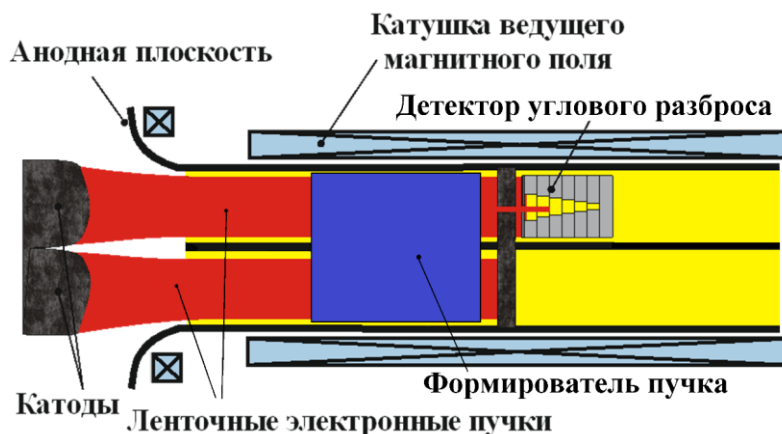


Рис. 6. Схема эксперимента по измерению углового распределения скоростей электронов пучка

Fig. 6. Schematic of the experiments to measure the beam electron velocity angular spread

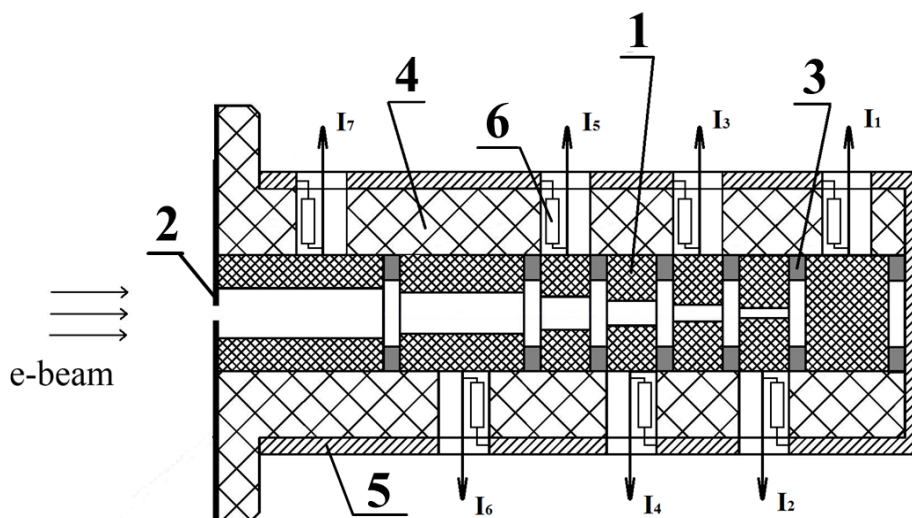


Рис. 7. Схема датчика для измерений угловой расходимости скоростей релятивистских электронов: 1 – регистрирующие кольца-коллекторы (графит); 2 – входная диафрагма (тантал); 3 – диэлектрические кольца; 4 – диэлектрический контейнер; 5 – цилиндрический проводящий корпус; 6 – шунты для измерения токов электронов, поглощенных в коллекторах

Fig. 7. Schematic of the detector used to measure the electron velocity angular spread: 1 – ring collectors (graphite); 2 – entrance collimator (tantalum) 3 – insulating washers; 4 – insulating shell; 5 – cylindrical conductive shield; 6 – resistive shunts to measure current of the absorbed electrons

В результате проведенной оптимизации была выбрана следующая геометрия всех элементов датчика. Диаметры отверстий в коллекторах используемого датчика постепенно умень-

шаются от 6 до 0,4 мм при сокращении их длины от 20 до 6 мм. Для изоляции коллекторов друг от друга используются диэлектрические кольца (3), изготовленные из капролона. Геометрические размеры диэлектрических колец: толщина 1–2 мм, внешний и внутренний диаметры 10 и 8 мм соответственно. Видно, что внутренний диаметр этих колец значительно превышает диаметр отверстий в графитовых коллекторах, что предотвращает попадание электронов пучка на поверхность диэлектрика. Входная танталовая диафрагма (2) обеспечивает вырезание своим отверстием небольшой доли электронов из всего сечения пучка, которые попадают внутрь датчика. Диафрагма и система кольцевых коллекторов закреплялись и центрировались в специальном диэлектрическом контейнере (4), который охватывается стальным цилиндрическим корпусом (5). Тонкая подстройка оси датчика по направлению силовой линии локального магнитного поля, ведущего для электронов пучка, осуществлялась с помощью регулировки наклона корпуса датчика таким образом, чтобы центр отпечатка пучка при удаленных шести коллекторах совпадал с центром оставшегося приемного коллектора.

Для измерения тока поглотившихся в коллекторах электронов используются малоиндуктивные шунты с сопротивлением 75 Ом (6), сигналы с которых передаются по согласованным кабельным линиям в АЦП или многоканальные осциллографы. В условиях индукции магнитного поля в области измерения датчиком 1–1,1 Тл характерное значение плотности тока пучка составляло 0,5–1 кА/см², что обеспечивало амплитуду регистрируемых сигналов с измерительных коллекторов масштаба 10 В при диаметре отверстия входной диафрагмы 0,4 мм.

Для корректной работы датчика необходимо обеспечить в нем высокую степень однородности ведущего магнитного поля. На установке ЭЛМИ магнитное поле в канале создается импульсом тока величиной 3–5 кА с длительностью ~ 20 мс, который протекает в витках катушек, намотанных поверх вакуумной камеры из нержавеющей стали толщиной 2 мм.

В этих условиях влиянием скин-эффекта в элементах конструкции ускорителя в области прохождения пучка даже с учетом толщины фланцев ~ 10 мм можно пренебречь. Для определения области расположения датчика в канале с помощью теслометра РШ 1-10 были проведены измерения профиля магнитного поля вдоль осей верхнего и нижнего транспортных каналов при подаче на катушки магнитной системы постоянного тока величиной 40 А. На рис. 8 приведен профиль магнитного поля, измеренный на оси верхнего канала.



Рис. 8. Результат измерения распределения индукции магнитного поля вдоль оси верхнего канала

Fig. 8. Measurement results for the magnetic field distribution along the upper channel axis

Согласно проведенным измерениям, отклонение индукции магнитного поля от средней величины в месте расположения датчика не превышало 3 %.

Для определения абсолютной величины индукции магнитного поля с помощью токоизмерительного прибора ЛЕМ были проведены измерения тока в магнитных катушках в зависимости от напряжения конденсаторной батареи, которая ее питает. На рис. 9 приведена калибровочная кривая, которая устанавливает соответствие между максимальной величиной индукции поля в канале от напряжения зарядки батареи, которая позволяет при известном напряжении зарядки батареи определять значение индукции поля в области расположения датчика.

3. Методика восстановления функции углового распределения по результатам измерений

Система регистрации позволяет производить измерение напряжения на диоде ускорителя, а также сигналов тока электронов, поглотившихся в коллекторах датчика, в течение всего времени генерации пучка с разрешением 2 нс. Для обработки результатов измерений использовалась методика, описанная в работе [24]. Для восстановления функции углового распределения была создана специальная программа, которая считывала зарегистрированные значения напряжения на диоде, усредненные значения токов с коллекторов датчика и ошибки усреднения этих значений, относящиеся к определенному моменту времени.

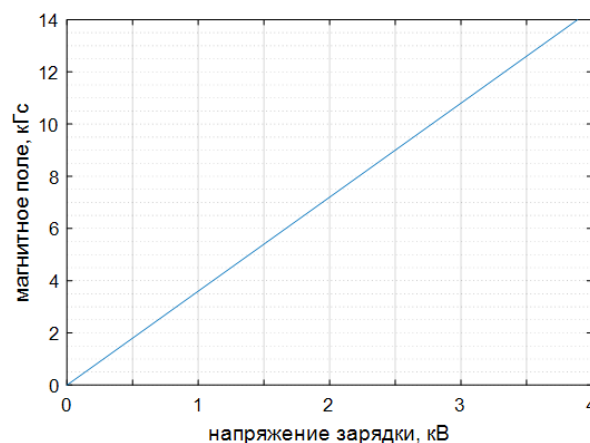


Рис. 9. Зависимость максимума магнитной индукции в щелевом канале от напряжения зарядки конденсаторной батареи

Fig. 9. Dependence of the magnetic field amplitude in the slit channel on the voltage on charged capacitors in a storage

Необходимость усреднения сигналов тока поглотившихся в коллекторах электронов была вызвана большим уровнем шумов, которые вызваны осциллирующей микроструктурой электронного пучка, генерируемого при взрывной эмиссии с графитовых волокон на поверхности катода. Для усреднения сигналов тока с коллекторов использовался метод бегущего среднего с числом точек по времени 50, что соответствует временному интервалу 100 нс.

Методика восстановления углового распределения электронов на основе усредненных значений токов с коллекторов включала в себя несколько этапов. На первом этапе с помощью кода GEANT4 рассчитывались зависимости вероятностей поглощения электронов с заданной энергией в каждом из семи коллекторов, которые будем дальше называть чувствительностями коллекторов. Тогда выражения для тока, регистрируемого i -м коллектором, выглядит следующим образом:

$$I_i = I_0 \int f(\theta) * S_i(\theta) * \sin(\theta) * d\theta, \quad (2)$$

где I_i — значение тока электронов, поглощенных в i -м коллекторе; $I_0 = \sum_{k=1}^n I_k$ — сумма всех токов; $S_i(\theta)$ — функция чувствительности i -го коллектора; $f(\theta)$ — искомая функция углового распределения электронов, а n — общее количество коллекторов. Чтобы найти $f(\theta)$ по известным токам I_i , необходимо решить обратную задачу. Первым шагом разложим $f(\theta)$ по некоторым удобным базисным функциям в количестве, равном числу коллекторов:

$$f(\theta) = \sum_{k=1}^n a_k * V_k(\theta), \quad (3)$$

где $V_k(\theta)$ – набор базисных функций, a_k – коэффициенты разложения. Ошибка восстановления функции распределения, очевидно, зависит от точности этого разложения, которая, в свою очередь, зависит от количества коллекторов и вида выбранных базисных функций. Предыдущие исследования показали, что в качестве базисных функций можно использовать функции чувствительности коллекторов, что не исключает возможности улучшения точности восстановления $f(\theta)$ путем выбора более подходящих базисных функций. Заменяя функцию распределения по углам ее разложением по базисным функциям (3), можем подставить ее в таком виде в выражения для токов электронов, поглотившихся в коллекторах. В итоге получаем систему линейных уравнений следующего вида:

$$J_i = \sum_{k=1}^n L_{ik} * a_k, \quad (4)$$

где L_{ik} – элементы некоторой матрицы, определяемые выражением $L_{ik} = \int V_k(\theta) * S_i(\theta) * \sin\theta * d\theta$, а $J_i = I_i/I_0$.

Если матрица L_{ik} известна, то коэффициенты разложения функции распределения по выбранным базисным функциям можно найти ее обращением:

$$a_k = \sum_{i=1}^n L_{ki}^{-1} * I_i / I_0, \quad (5)$$

Однако, как известно, при решении подобных задач, процесс обращения матрицы при ее плохой обусловленности может привести к отрицательности ряда ее элементов и, как следствие, к отрицательным значениям в величине функции распределения электронов по углам в некоторых угловых интервалах, что лишено физического смысла. Эти трудности связаны с перекрытием для двух или большего числа коллекторов областей в пространстве углов, в которых функций их чувствительности $S_i(\theta)$ отличны от нуля. Вообще говоря, наличие таких пересечений в угловом пространстве переводит задачу о нахождении функции распределения электронов по углам в разряд некорректных. Напомним, что задача считается некорректной, когда нарушается одно из трех условий:

- решение существует;
- решение единственно;
- решение устойчиво.

В настоящее время математический аппарат предоставляет несколько инструментов, которые позволяют найти приближенное решение (4) с априорной информацией о коэффициентах a_k . В нашем случае использовалась схема Танабы – Хуанга (см. например, [25]), которая позволяет находить решение обратной задачи даже в случае, когда количество уравнений может не совпадать с количеством неизвестных. Идея метода заключается в следующем. Пусть искомым набор переменных соответствует координатам некоторого вектора в многомерном пространстве, а уравнения описывают гиперплоскости в том же пространстве. Тогда, последовательно проецируя начальный вектор на гиперплоскости, можно найти решение системы уравнений. Рассмотрим процесс решения нашей задачи подробнее.

Ведем обозначения: $\vec{K}_i = (L_{i1}, L_{i2}, \dots, L_{in})$ и $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$. Тогда систему уравнений, связывающих значения токов с коэффициентами разложения, можно переписать в виде

$$J_i = \sum_{k=1}^n \vec{K}_i * \vec{a}. \quad (6)$$

Пусть имеется некоторый набор коэффициентов разложения, образующий вектор $\vec{a}^{(0)}$, который является нулевым приближением для решения системы. Далее строим его проекцию на первую гиперплоскость, согласно формуле, где $m = 1$:

$$\vec{a}^{(m)} = \vec{a}^{(m-1)} - \frac{\vec{K}_i}{(K_i, K_i)} * ((\vec{a}^{(m-1)} * \vec{K}_i) - J_i). \quad (7)$$

Получим вектор $\vec{a}^{(1)}$. Если среди координат этого вектора есть отрицательные, то приравняем их нулю. Далее проецируем $\vec{a}^{(1)}$ на следующую гиперплоскость. В итоге получим

вектор $\vec{a}^{(m)}$, где m – равняется количеству уравнений, в нашем случае $m = n$. Данный вектор $\vec{a}^{(m)}$ является приближенным решением первого порядка. Для увеличения точности повторяем предыдущий цикл, но на первом шаге в место вектора $\vec{a}^{(0)}$ используем вектор $\vec{a}^{(m)}$. Таким образом, после k итераций получим последовательность решений $\vec{a}^{(0)}, \vec{a}^{(m)}, \vec{a}^{(2m)}, \dots, \vec{a}^{(km)}$ исходной системы уравнений.

Алгоритм Танабы – Хуанга обладает следующими достоинствами:

- векторы $\vec{a}^{(0)}, \vec{a}^{(m)}, \vec{a}^{(2m)} \dots$ для любого набора операторов образуют сходящуюся последовательность. Если исходная система уравнений разрешима, то предел последовательности является решением;
- когда система имеет несколько решений, данный метод возвращает решение, которое находится ближе всего к нулевому приближению;
- можно накладывать дополнительные условия на искомое решение; в нашем случае требования на функцию, описывающую решение, сводятся к положительности ее значений.

Проверка достоверности восстановленной функции распределения по углам осуществлялась путем ее подстановки в (2) с последующим нахождением разницы между вычисленными величинами токов и их значениями, полученными при измерениях в эксперименте. Найденное решение считалось достоверным, если эти различия по модулю не превышали среднеквадратичные ошибки измерения токов. По ошибкам восстановления функции распределения в предположении случайности и независимости ошибок измерения всех токов строилась полоса событий, которая содержит все возможные решения и характеризует достоверность найденной функции распределения.

4. Результаты измерений и сопоставление их с результатами моделирования

С помощью данного датчика была проведена серия измерений углового разброса на установке ЭЛМИ. Датчик размещался в верхнем канале (см. рис. 6) в положении, когда его ось находилась на оси канала и была направлена вдоль вектора магнитного поля с индукцией 1,08 Тл. Геометрические размеры коллекторов датчика, приведены в таблице. Диаметр отверстия у третьего коллектора был большой (8 мм), так что электроны, которые пролетали через отверстия четвертого коллектора, у которого диаметр отверстия был 0,8 мм и длина 6 мм, не могли попасть на 3-й коллектор. Сигнал с третьего коллектора может возникнуть только в результате поглощения в нем рассеянных и отраженных электронов с большими углами по отношению к магнитному полю или наличия каких-либо электрических наводок на этот канал регистрации. На рис. 10 представлены функции чувствительностей $S_i(\theta)$ для соответствующих коллекторов.

Эксперименты проводились сериями по 3–4 выстрела с генерацией пучка в ускорительном диоде. Ограничение на число выстрелов в серии было связано с тем, что входная танталовая диафрагма разрушалась в 4-м выстреле, это было видно по сильному росту токов на коллекторах датчика. После четырех выстрелов танталовая диафрагма заменялась на новую. Сигналы напряжения на ускорительном диоде $U_{\text{diод}}$, суммарного тока в двух пучках I_{chan} , генерируемых в едином ускорительном диоде, а также сигналы с коллекторов датчика I_1 – I_7 представлены на рис. 11.

Геометрические размеры коллекторов

Размеры	Номер коллектора (тока)						
	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7
Диаметр отверстия (мм)	0	0.3	8	0.8	0.8	3	4
Длина (мм)	10	6	6	6	6	15	19

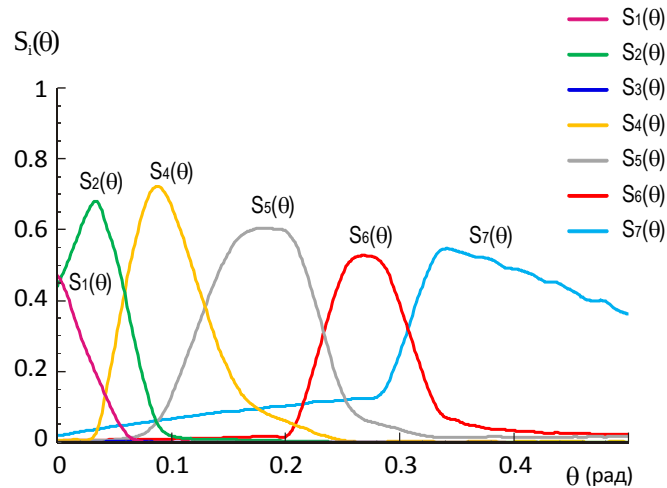


Рис. 10. Функции чувствительности коллекторов $S_i(\theta)$.

Для третьего коллектора функция чувствительности близка к нулю и ее изображение совпадает с осью OX

Fig. 10. Sensitivity functions of the ring collectors absorbing the beam electrons.

The sensitivity function of the third collector is close to zero and its curve coincides with the OX axis

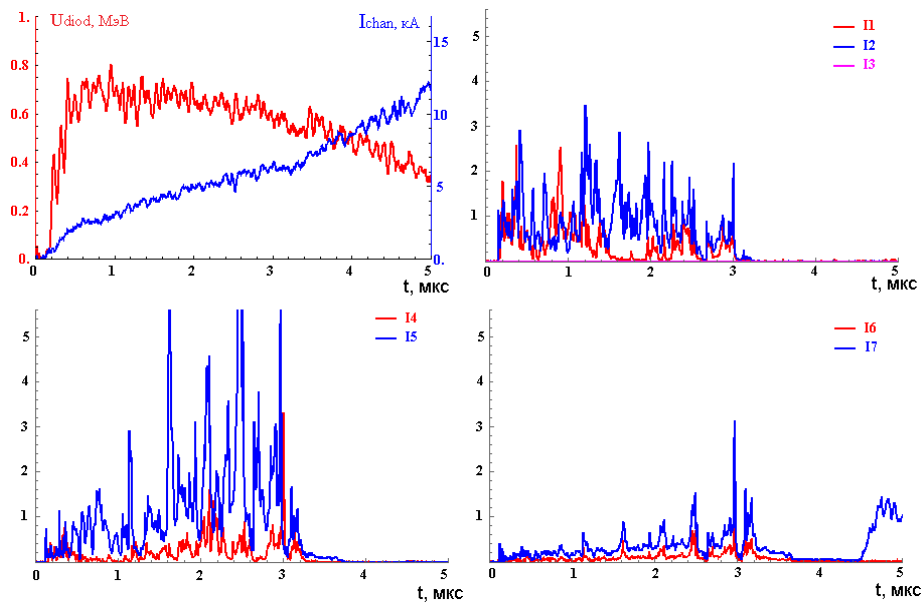


Рис. 11. Осциллограммы напряжения на диоде U_{diod} (MB), суммарного тока двух пучков I_{chan} (кА) и токи с коллекторов датчика углового разброса I_1 – I_7 (А)

Fig. 11. Waveform of the diode voltage U_{diod} (MV) and of the total current of both beams I_{chan} (kA).

There are also presented waveforms of the current signal from the ring collectors I_1 – I_7 (A)

Характерный вид функции распределения скоростей электронов по углу, восстановленный в экспериментах по описанной выше методике, приведен на рис. 12. На рис. 12, *a* представлен результат для случая, когда датчик располагался по центру пучка в верхнем канале. На рис. 12, *b* – результат, когда датчик был смещен вниз на 2 см и в сторону на 0,2 см. Среднеквадратичный угловой разброс электронов, вычисленный по восстановленной функции распределения, представленной на рис 12, *a*, составил $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = 0.067$ рад, а по функции на рис. 12, *b* – $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = 0.054$ рад.

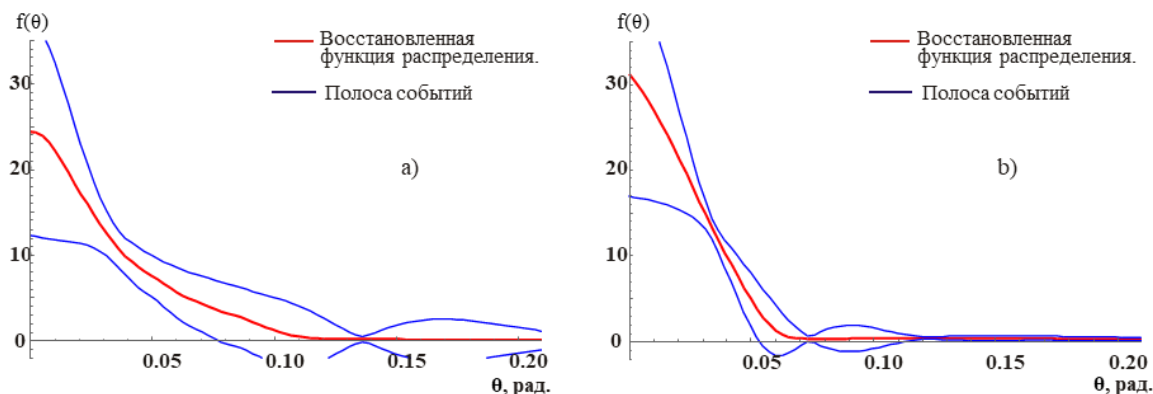


Рис. 12. Восстановленная функция распределения скоростей электронов по углу для двух положений детектора углового разброса: *a* – датчик по центру пучка; *b* – датчик смещен вниз (по оси *y*) на 2 см и в сторону (по оси *x*) на 0,2 см

Fig. 12. Reconstruction of the electron angular distribution function by pitch angle for two different positions of the detector: *a* – detector was located at the center of the beam; *b* – detector was offset along X axis by 0.2cm and Y axis – by 2cm from the beam center

При восстановлении функции распределения по углу было использовано значение энергии электронов $E = 0,67$ МэВ, которое соответствует напряжению на катоде ускорителя.

Результаты проведенных измерений были сопоставлены с результатами компьютерного моделирования, описанного в разделе 1. Сравнение величины углового разброса скорости электронов, вычисленной по измеренной функции распределения, представленной на рис. 12, *a*, с угловым распределением, полученным при компьютерном моделировании (см. рис. 5), показало некоторое превышение величины, полученной эксперименте, над расчетным значением углового разброса. Такое расхождение можно объяснить тем, что в расчетах с использованием пакета CST Studio нельзя заложить стартовый разброс у электронов с катода, который возникает, когда на поверхности катода вектор индукции магнитного поля не параллелен электрическому полю. Что касается питч-угла, который явно виден на рис. 5, содержащем результаты компьютерных расчетов, то следует сказать, что в нашем эксперименте его нельзя измерить. Это обстоятельство связано с тем, что перед измерениями ось датчика выставляется так, чтобы у электронов, попавших в датчик углового разброса, следуя силовым линиям ведущего магнитного поля, оставался только угловой разброс, но не было углового смещения.

Заключение

В работе проведено моделирование (в пакете CST Studio) генерации ленточного пучка релятивистских электронов в диоде с магнитной изоляцией и последующей его транспортировки в щелевом канале с ведущим магнитным полем при условии учета влияния электрического и магнитного полей пучка. На основе этого моделирования получено распределение скоростей электронов пучка по питч-углу в ведущем поле. В серии расчетов установлено влияние на угловой разброс электронов пучка в канале пространственного распределения ведущего магнитного поля в анодной плоскости. Разработан и применен датчик углового разброса, который позволил измерить функцию распределения скоростей электронов по углу. Угловой разброс, вычисленный по функции распределения скоростей по углу, которая была получена в эксперименте, сопоставлен угловым разбросом, полученным в ходе компьютерного моделирования, и оказалось, что они находятся в удовлетворительном согласии. Таким образом, продемонстрировано, что данный датчик углового разброса позволяет получить корректную информацию об угловой расходимости скоростей релятивистских электро-

нов в замагниченном пучке, а компьютерное моделирование использованием пакета CST Studio вполне применимо для решения задач по генерации пучка в трехмерном случае.

Список литературы

1. **Lewis R. A.** A review of terahertz sources. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2014, vol. 47, p. 374001.
2. **Dhillon S. S., Vitiello M. S., Linfield E. H., Davies A. G., Hoffmann M. C., Booske J., Paoloni C., Gensch M., Weightman P., Williams G. P. et al.** The 2017 terahertz science and technology roadmap. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2017, vol. 50, p. 043001.
3. **Kampfrath T., Tanaka K., Nelson K. A.** Resonant and nonresonant control over matter and light by intense terahertz transients. *Nat. Photonics*, 2013, vol. 7, p. 680.
4. **Patterson B., Sa J., Ichsanow A., Hauri C., Vicario C., Ruchert C., Czekaj I., Gehrig R., Sigg H., Bokhoven J., Pedrini B., Abela R.** Towards High-power Single-cycle THz Laser for Initiating High-field-sensitive Phenomena. *Chimia*, 2011, vol. 65, p. 323.
5. **Curry E., Fabbri S., Maxson J., Musumeci P., Gover A.** Meter-Scale Terahertz-Driven Acceleration of a Relativistic Beam. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, vol. 120, p. 094801.
6. **Davies A. G., Burnett A. D., Fan W., Linfield E. H., Cunningham J. E.** Terahertz spectroscopy of explosives and drugs. *Materials today*, 2008, vol. 11, p. 18.
7. **Kuznetsov S. A., Makarov S. N., Koshelenko V. N., Astafev M. A., Arzhannikov A. V.** 140 GHz active imaging system based on FMCV radar. In: Proc. of 9th International Workshop "Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications". Nizhny Novgorod, 2014, p. 75–76.
8. **Аржаников А. В., Котельников И. А., Кузнецов С. А., Синицкий С. Л.** О возможности обнаружения движущегося заглубленного объекта по волновой картине возмущения на поверхности воды // Сб. тр. XI Всерос. науч.-техн. конф. «Радиолокация и радиосвязь». М., 2017. С. 316–320.
9. **Shevchenko O. A., Arbuzov V. S., Vinokurov N. A. et al.** Novosibirsk Free Electron Laser: Recent Achievements and Future Prospects. *Radiophys. Quantum El.*, 2017, vol. 59, p. 605.
10. **Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Malkin A. M., Peskov N. Yu., Sandalov E. S., Savilov A. V., Sinitsky S. L., Skovorodin D. I., Starostenko A. A., Zaslavsky V. Yu.** Powerful Long-Pulse THz-Band Bragg FEL Based On Linear Induction Accelerator. In: Proc. of the IRMMW-THz-2019. DOI 10.1109/IRMMWTHz.2019.8874573
11. **Arzhannikov A. V., Burdakov A. V., Kalinin P. V., Kuznetsov S. A., Makarov M. A., Mekler K. I., Polosatkin S. V., Postupaev V. V., Rovenskikh A. F., Sinitsky S. L. et al.** Subterahertz generation by strong langmuir turbulence at two-stream instability of high current 1-MeV REBs. *Vestnik Novosibirsk State University. Series: Physics*, 2010, vol. 5, no. 44, p. 44.
12. **Timofeev I. V., Annenkov V. V., Arzhannikov A. V.** Regimes of enhanced electromagnetic emission in beam-plasma interactions. *Phys. Plasmas*, 2015, vol. 22, p. 113109.
13. **Arzhannikov A. V., Timofeev I. V.** Generation of powerful terahertz emission in a beam-driven strong plasma turbulence. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 2012, vol. 54, p. 105004.
14. **Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Kalinin P. V., Peskov N. Yu., Sergeev A. S., Sinitsky S. L., Stepanov V. D., Thumm M., Zaslavsky V. Yu.** MM-wave generation in two-channel FEM on eigen modes of resonator at various detuning of undulator synchronism. In: Proceedings of 9th International Workshop "Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications". Nizhny Novgorod, 2014, p. 170–171.
15. **Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Kalinin P. V., Kuznetsov S. A., Peskov N., Malkin A. M., Sergeev A. S., Sinitsky S. L., Stepanov V. D., Thumm M. et al.** Using Two-Dimensional Distributed Feedback for Synchronization of Radiation from Two Parallel-Sheet Electron Beams in a Free-Electron Maser. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 117, p. 114801.
16. **Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Kalinin P. V., Kuznetsov S. A., Peskov N. Yu., Rozental R. M., Sergeev A. S., Sinitsky S. L., Stepanov V. D., Thumm M., Zaslavsky V. Yu.,**

- Zotova I. V.** Intercavity scattering scheme for two-stage generation of submillimeter radiation on the base of planar 2D Bragg FEM. In: Proc. of the International Workshop “Strong Microwaves in Plasmas”. Nizhny Novgorod, 2006, vol. 1, p. 228–232.
17. **Arzhannikov A. V., Thumm M. K. A., Burdakov A. V., Burmasov V. S., Ginzburg N. S., Ivanov I. A., Kalinin P. V., Kasatov A. A., Kurkuchekov V. V., Kuznetsov S. A. et al.** Two Ways for High-Power Generation of Subterahertz Radiation by Usage of Strong Relativistic Electron Beams. *IEEE Trans. TerahertzSci. Technol.*, 2015, vol. 5, p. 478.
18. **Рютов Д. Д.** Об угловых характеристиках электронного пучка, получаемого в бесфольговом диоде. Новосибирск, 1983. (Препр. / СО АН СССР. Ин-т ядерной физики; № 83-146).
19. **Синицкий С. Л.** Генерация и транспортировка микросекундных ленточных РЭП с энергозапасом до 50 кДж: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1992.
20. **Аржанников А. В., Синицкий С. Л.** Килоамперные электронные пучки для накачки колебаний в вакууме и плазме. Новосибирск, 2016.
21. **Аржанников А. В., Койдан В. С., Логинов С. В.** Определение углового разброса замагниченного релятивистского электронного пучка по его прохождению через микроотверстия // ПТЭ. 1983. № 4. С. 36–38.
22. **Arzhannikov A. V., Makarov M. A., Samtsov D. A., Sinittsky S. L., Stepanov V. D.** Measurements of the beam angular divergence at U-2 accelerator. In: AIP Conf. Proc., 2016, vol. 1771, p. 050006. DOI 10.1063/1.4964200
23. **Аржанников А. В., Макаров М. А., Самцов Д. А., Синицкий С. Л., Степанов В. Д.** Методика нахождения углового распределения релятивистских электронов замагниченного пучка из измерений их поглощения в последовательности цилиндрических коллиматоров // Сибирский физический журнал. 2017. Т. 12, № 1. С. 26–41.
24. **Arzhannikov A. V., Makarov M. A., Samtsov D. A., Sinittsky S. L., Stepanov V. D.** New detector and data processing procedure to measure velocity angular distribution function of magnetized relativistic electrons. *Nuclear Instr. and Methods in Physics Research*, 2019, A 942, p. 0168–9002.
25. **Преображенский Н. Г., Пикалов В. В.** Неустойчивые задачи диагностики плазмы. Новосибирск: Наука, 1982.

References

1. **Lewis R. A.** A review of terahertz sources. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2014, vol. 47, p. 374001.
2. **Dhillon S. S., Vitiello M. S., Linfield E. H., Davies A. G., Hoffmann M. C., Booske J., Paoloni C., Gensch M., Weightman P., Williams G. P. et al.** The 2017 terahertz science and technology roadmap. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2017, vol. 50, p. 043001.
3. **Kampfrath T., Tanaka K., Nelson K. A.** Resonant and nonresonant control over matter and light by intense terahertz transients. *Nat. Photonics*, 2013, vol. 7, p. 680.
4. **Patterson B., Sa J., Ichsanow A., Hauri C., Vicario C., Ruchert C., Czekaj I., Gehrig R., Sigg H., Bokhoven J., Pedrini B., Abela R.** Towards High-power Single-cycle THz Laser for Initiating High-field-sensitive Phenomena. *Chimia*, 2011, vol. 65, p. 323.
5. **Curry E., Fabbri S., Maxson J., Musumeci P., Gover A.** Meter-Scale Terahertz-Driven Acceleration of a Relativistic Beam. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, vol. 120, p. 094801.
6. **Davies A. G., Burnett A. D., Fan W., Linfield E. H., Cunningham J. E.** Terahertz spectroscopy of explosives and drugs. *Materials today*, 2008, vol. 11, p. 18.
7. **Kuznetsov S. A., Makarov S. N., Koshelenko V. N., Astafev M. A., Arzhannikov A. V.** 140 GHz active imaging system based on FMCV radar. In: Proc. of 9th International Workshop “Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications”. Nizhny Novgorod, 2014, p. 75–76.
8. **Arzhannikov A. V., Kotelnikov I. A., Kuznetsov S. A., Sinitsky S. L.** About the possibility to detect a moving buried object from the wave pattern of disturbances on the surface of the

- water. In: XI Russian scientific and technical conf. "Radar and radio communications". Moscow, 2017, p. 316–320. (in Russ.)
9. **Shevchenko O. A., Arbuzov V. S., Vinokurov N. A. et al.** Novosibirsk Free Electron Laser: Recent Achievements and Future Prospects. *Radiophys. Quantum El.*, 2017, vol. 59, p. 605.
 10. **Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Malkin A. M., Peskov N. Yu., Sandalov E. S., Savilov A. V., Sinitsky S. L., Skovorodin D. I., Starostenko A. A., Zaslavsky V. Yu.** Powerful Long-Pulse THz-Band Bragg FEL Based On Linear Induction Accelerator. In: Proc. of the IRMMW-THz-2019. DOI 10.1109/IRMMWTHz.2019.8874573
 11. **Arzhannikov A. V., Burdakov A. V., Kalinin P. V., Kuznetsov S. A., Makarov M. A., Mekler K. I., Polosatkin S. V., Postupaev V. V., Rovenskikh A. F., Sinitsky S. L. et al.** Subterahertz generation by strong langmuir turbulence at two-stream instability of high current 1-MeV REBs. *Vestnik Novosibirsk State University. Series: Physics*, 2010, vol. 5, no. 44, p. 44.
 12. **Timofeev I. V., Annenkov V. V., Arzhannikov A. V.** Regimes of enhanced electromagnetic emission in beam-plasma interactions. *Phys. Plasmas*, 2015, vol. 22, p. 113109.
 13. **Arzhannikov A. V., Timofeev I. V.** Generation of powerful terahertz emission in a beam-driven strong plasma turbulence. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 2012, vol. 54, p. 105004.
 14. **Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Kalinin P. V., Peskov N. Yu., Sergeev A. S., Sinitsky S. L., Stepanov V. D., Thumm M., Zaslavsky V. Yu.** MM-wave generation in two-channel FEM on eigen modes of resonator at various detuning of undulator synchronism. In: Proceedings of 9th International Workshop "Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications". Nizhny Novgorod, 2014, p. 170–171.
 15. **Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Kalinin P. V., Kuznetsov S. A., Peskov N., Malkin A. M., Sergeev A. S., Sinitsky S. L., Stepanov V. D., Thumm M. et al.** Using Two-Dimensional Distributed Feedback for Synchronization of Radiation from Two Parallel-Sheet Electron Beams in a Free-Electron Maser. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 117, p. 114801.
 16. **Arzhannikov A. V., Ginzburg N. S., Kalinin P. V., Kuznetsov S. A., Peskov N. Yu., Rozental R. M., Sergeev A. S., Sinitsky S. L., Stepanov V. D., Thumm M., Zaslavsky V. Yu., Zotova I. V.** Intercavity scattering scheme for two-stage generation of submillimeter radiation on the base of planar 2D Bragg FEM. In: Proc. of the International Workshop "Strong Microwaves in Plasmas". Nizhny Novgorod, 2006, vol. 1, p. 228–232.
 17. **Arzhannikov A. V., Thumm M. K. A., Burdakov A. V., Burmasov V. S., Ginzburg N. S., Ivanov I. A., Kalinin P. V., Kasatov A. A., Kurkuchekov V. V., Kuznetsov S. A. et al.** Two Ways for High-Power Generation of Subterahertz Radiation by Usage of Strong Relativistic Electron Beams. *IEEE Trans. TerahertzSci. Technol.*, 2015, vol. 5, p. 478.
 18. **Ryutov D. D.** On the angular characteristics of an electron beam obtained in a foilless diode. Novosibirsk, 1983. (Preprint of Budker Institute of Nuclear Physics № 83-146). (in Russ.)
 19. **Sinitsky S. L.** Generation and transportation of the microsecond ribbon REB with energy content up to 50 kJ. PhD thesis in physical sciences. Novosibirsk, 1992. (in Russ.)
 20. **Arzhannikov A. V., Sinitsky S. L.** Kiloampere electron beams for pumping oscillations in vacuum and plasma. Novosibirsk, 2016. (in Russ.)
 21. **Arzhannikov A. V., Koidan V. S., Loginov S. V.** Determination of the angular spread of a magnetized relativistic electron beam by its passage through a micro-holes. *Pribory i technika experimenta*, 1983, no. 4, p. 36–38. (in Russ.)
 22. **Arzhannikov A. V., Makarov M. A., Samtsov D. A., Sinitsky S. L., Stepanov V. D.** Measurements of the beam angular divergence at U-2 accelerator. In: AIP Conf. Proc., 2016, vol. 1771, p. 050006. DOI 10.1063/1.4964200
 23. **Arzhannikov A. V., Makarov M. A., Samtsov D. A., Sinitsky S. L., Stepanov V. D.** The method to find the angular distribution of relativistic magnetized electron beam from measurements of their absorption in a sequence of cylindrical collimators. *Siberian Journal of Physics*, 2017, vol. 12, no. 1, p. 26–41. (in Russ.)

24. **Arzhannikov A. V., Makarov M. A., Samtsov D. A., Sinitsky S. L., Stepanov V. D.** New detector and data processing procedure to measure velocity angular distribution function of magnetized relativistic electrons. *Nuclear Instr. and Methods in Physics Research*, 2019, A 942, p. 0168–9002.
25. **Preobrazhensky N. G., Pikalov V. V.** Unstable problems of plasma diagnostics. Novosibirsk, Nauka, 1982. (in Russ.)

Материал поступил в редколлегию

Received

21.02.2020

Сведения об авторах / Information about the Authors

Аржанников Андрей Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН (Новосибирск, Россия); профессор, физический факультет, Новосибирский государственный университет (Новосибирск, Россия)

Andrey V. Arzhannikov, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Professor, Chief Scientist, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation); Professor, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russian Federation)

arzhan1@ngs.ru

Самцов Денис Алексеевич, Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН (Новосибирск, Россия)

Denis A. Samtsov, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

D.A.Samtsov@inp.nsk.su

Синицкий Станислав Леонидович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН (Новосибирск, Россия); доцент кафедры общей физики и кафедры физики плазмы, Новосибирский государственный университет (Новосибирск, Россия)

Stanislav L. Sinitsky, Candidate of Science (Physics and Mathematics), Senior Scientist, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation); Associate Professor, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russian Federation)

S.L.Sinitsky@inp.nsk.su

Степанов Василий Дмитриевич, Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН (Новосибирск, Россия)

Vasily D. Stepanov, Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

fitenew@ngs.ru

УДК 532.526

DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-42-61

Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя на сублимирующей поверхности

В. И. Лысенко, С. А. Гапонов, Б. В. Смородский
А. Д. Косинов, М. И. Ярославцев

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН
Новосибирск, Россия*

Аннотация

Проведено теоретическое исследование характеристик сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине при числе Маха $M = 2$ в условиях сублимации поверхности. В качестве материала для сублимирующего покрытия выбран нафталин ($C_{10}H_8$). Расчеты показали, что с повышением температуры поверхности при увеличении температуры торможения потока массовый расход испарения нафталина растет. Проведенные по линейной теории устойчивости расчеты показали, что увеличение испарения материала покрытия приводит к заметному уменьшению локальных скоростей роста неустойчивых возмущений пограничного слоя. Обнаружено, что стабилизация пограничного слоя сублимацией покрытия обтекаемой поверхности происходит при увеличении температуры сублимирующего покрытия, достигая максимума вблизи температуры тройной точки вещества покрытия. Проведенные эксперименты подтвердили стабилизирующее влияние сублимации поверхности.

Ключевые слова

сверхзвуковой пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход, бинарная газовая смесь, сублимация

Источник финансирования

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы (проект АААА-А17-117030610125-7 № 0323-2019-0009: подготовка экспериментов; АААА-А17-117030610126-4 № 0323-2019-0006: проведение экспериментов) и при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00070-а: расчеты). Работа выполнена в ИТПМ СО РАН на оборудовании ЦКП «Механика».

Для цитирования

Лысенко В. И., Гапонов С. А., Смородский Б. В., Косинов А. Д., Ярославцев М. И. Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя на сублимирующей поверхности // Сибирский физический журнал. 2020. Т. 15, № 1. С. 42–61. DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-42-61

Stability of Supersonic Boundary Layer on the Sublimation Surface

V. I. Lysenko, S. A. Gaponov, B. V. Smorodsky
A. D. Kosinov, M. I. Yaroslavtsev

*Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation*

Abstract

Theoretical investigation of the supersonic flat-plate boundary-layer properties under conditions of the surface material sublimation has been performed for Mach number $M = 2$. Naphthalene ($C_{10}H_8$) was chosen as the substance for the sublimation coating. Performed computations show that with increasing surface temperature due to stagnation temperature increase, the mass flow rate of naphthalene evaporation increases. Calculations performed on the basis of linear

© В. И. Лысенко, С. А. Гапонов, Б. В. Смородский,
А. Д. Косинов, М. И. Ярославцев, 2020

ISSN 2541-9447

Сибирский физический журнал. 2020. Том 15, № 1
Siberian Journal of Physics, 2020, vol. 15, no. 1

stability theory show that such an increase of evaporation leads to a noticeable decrease of the local growth rates of unstable perturbations in the boundary layer. It is found that stabilization of the boundary layer by the surface coating sublimation occurs with increasing temperature of the sublimation coating, reaching a maximum near the triple point temperature of the sublimation material. The carried out experiments confirmed the stabilizing effect of surface sublimation.

Keywords

supersonic boundary layer, hydrodynamic stability, laminar-turbulent transition, binary gas mixture, sublimation

Funding

The research was performed within the framework of the Program of Fundamental Scientific Research of Russian state academies of sciences in 2013-2020 (project AAAA-A17-117030610125-7 No. 0323-2019-0009: experiment preparation; AAAA-A17-117030610126-4 No. 0323-2019-0006: experiment carrying out) and was also supported by Russian Foundation for Basic Research (project No. 18-01-00070a: theory). The research was performed in ITAM SB RAS on the equipment of the Center of Collective Use "Mechanics".

For citation

Lysenko V. I., Gaponov S. A., Smorodsky B. V., Kosinov A. D., Yaroslavl'tsev M. I. Stability of Supersonic Boundary Layer on the Sublimation Surface. *Siberian Journal of Physics*, 2020, vol. 15, no. 1, p. 42–61. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-42-61

Введение

Необходимость изучения пограничных слоев в условиях уноса массы с поверхности, обтекаемой потоком газа, известна в течение длительного времени. Она объясняется практическими потребностями проектирования теплозащитных систем возвращаемых аппаратов путем использования аэротермохимически разрушаемых покрытий. Важность таких исследований подчеркивается в монографии [1]. В ней упоминается, в частности, что теплозащита первых возвращаемых космических аппаратов была значительно преувеличена в силу недостаточности знаний о ряде проблем аэротермодинамики в то время. В этом отношении проблема возникновения турбулентности в многокомпонентном пограничном слое на спускаемом аппарате в условиях абляции теплозащитного покрытия является одной из наиболее важных.

Различные вопросы, связанные с ламинарно-турбулентным переходом (ЛТП), широко исследуются во всем мире. В настоящее время считается общепринятым, что при низком уровне внешних возмущений переход происходит благодаря усилению собственных неустойчивых возмущений, т. е. ЛТП определяется неустойчивостью пограничного слоя. Основания теории линейной устойчивости сжимаемых пограничных слоев были заложены в середине XX в. [2]. Результаты последующих исследований сверхзвуковых пограничных слоев излагаются в монографиях [3–5]. Однако во всех этих работах анализируются пограничные слои только однокомпонентного газа.

Устойчивость и ЛТП в условиях абляции исследовались крайне мало. К настоящему времени известны работы [6; 7] по устойчивости гиперзвуковых пограничных слоев на конусе в условиях уноса массы с поверхности. Однако в этих работах авторы рассматривали только двумерные (2D) возмущения при очень высоких числах Маха $M = 16$ и 20 . Результаты, полученные в этих теоретических исследованиях, не сопоставлялись с экспериментом. Поэтому представляется важным расширение указанных исследований с включением в рассмотрение трехмерных (3D) возмущений при более низких числах Маха, при умеренных температурах и особенно в условиях, при которых возможна экспериментальная проверка теоретических выводов в современных аэродинамических установках.

Высокотемпературную абляцию, характерную для условий полета спускаемых аппаратов в атмосфере, довольно трудно и затратно воспроизводить в лабораторных условиях. Сублимация при умеренных температурах, которые в принципе могут быть реализованы в современных аэродинамических трубах, позволяет исследовать процессы абляции в упрощенных условиях, а именно в отсутствие химических реакций и других высокотемпературных газодинамических явлений. По этой причине в настоящей работе расчеты ламинарного погра-

ничного слоя и его линейной устойчивости проводились для нафталина ($C_{10}H_8$) – вещества, сублимация которого происходит при умеренных температурах. Из литературы известны примеры использования нафталина и камфары ($C_{10}H_{16}O$) в аэрофизическом эксперименте с абляцией поверхности моделей острых конусов в потоках с числами Маха $M = 2,78$ и $3,05$ при температурах торможения $295 \leq T_0 \leq 355$ К в аэродинамической трубе непрерывного действия [8]. В [9] сублимация нафталинового покрытия поверхности модели использовалась для визуализации ЛТП в пограничном слое на скользящем крыле. Визуализация течения при помощи индуцированной лазером флуоресценции сублимировавших паров нафталина использовалась для изучения турбулентного пограничного слоя при числе Маха $M = 5$ [10], где было экспериментально получено 2D (в плоскости x – y) распределение концентрации паров нафталина. Экспериментальные исследования устойчивости и ЛТП пограничных слоев в условиях уноса массы материала покрытия модели (в том числе и в упрощенных условиях низкотемпературной абляции) до настоящего времени не проводились.

Сублимация поверхности вносит в пограничный слой примесь (пары сублимирующего материала), которая инжектируется с определенным массовым расходом, зависящим от различных факторов. В силу этого пограничный слой модели не может более рассматриваться однокомпонентным, а становится течением бинарной смеси газов. Ранее в статьях [11; 12], было показано, что инжекция тяжелого газа (с молекулярным весом больше, чем у основного газа пограничного слоя – воздуха) в пристенный подслой сверхзвукового пограничного слоя через проницаемую (пористую) поверхность модели оказывает благоприятное действие на устойчивость пограничного слоя. Теоретические выводы указанных статей нашли позднее экспериментальное подтверждение в измерениях устойчивости и перехода, выполненных в сверхзвуковой аэродинамической трубе при числе Маха $M = 2$ [13; 14]. Однако проницаемые пористые покрытия поверхности обладают неотъемлемой естественной шероховатостью [15], которая ослабляет полезное действие инжекции тяжелого газа, так как обычно шероховатость приводит к дестабилизации пограничного слоя. Поэтому расширение теоретического подхода [11; 12] с включением в рассмотрение гладких сублимирующих покрытий с малой шероховатостью, которые за счет сублимации материала поверхности обеспечивали бы инжекцию в пограничный слой тяжелого газа, выглядит логичным и многообещающим.

Уравнения для описания среднего течения в сжимаемом пограничном слое в условиях сублимации материала поверхности и в приближении локальной автомодельности течения были получены в [16]. Уравнения линейной устойчивости сверхзвукового пограничного слоя на сублимирующей поверхности и некоторые предварительные результаты расчетов по устойчивости пограничного слоя на плоской пластине с сублимирующим нафталиновым покрытием были опубликованы в [17]. Было показано, что локальные скорости роста неустойчивых возмущений первой моды на сублимирующем покрытии уменьшаются. В [18] приведены результаты расчетов линейной устойчивости для высокоскоростного пограничного слоя при числе Маха 6. Было обнаружено, что применение нафталинового покрытия приводит к подавлению возмущений первой моды, тогда как более высокочастотные пульсации второй моды дестабилизируются.

В настоящей работе подходы, разработанные в [16; 17], применяются для сверхзвукового пограничного слоя при числе Маха 2 на сублимирующем нафталиновом покрытии плоской пластины. Получены расчетные данные по характеристикам такого пограничного слоя на адиабатической стенке и его линейной устойчивости при повышении температуры торможения набегающего потока.

Вторая часть настоящей работы посвящена изложению результатов пилотных экспериментов по переходу, проведенных в импульсной аэродинамической трубе ИТ-302М ИТПМ СО РАН при числе Маха $M = 3$ на модели плоской пластины, покрытой слоем нафталина.

Расчет среднего течения – автомодельные уравнения пограничного слоя

Рассматривается ситуация, когда модель плоской пластины обтекается потоком сжимаемого газа. Предполагается, что рабочая поверхность модели покрыта веществом, способным к чистой сублимации (т. е. к фазовому переходу из твердого состояния непосредственно в газообразное, минуя стадию расплава) при умеренных температурах. В результате сублимант с молекулярным весом m_1 , испаряясь с поверхности модели, смешивается с основным газом пограничного слоя (воздухом), имеющим молекулярным вес m_2 , и формирует поток бинарной газовой смеси. Процесс сублимирования предполагается достаточно медленным, чтобы за характерное время процесса форма обтекаемой модели оставалась неизменной. Динамика такой бинарной смеси вязких теплопроводных сжимаемых газов описывается системой уравнений в частных производных, представленной, например, в [19]. Из этой общей системы уравнений выводится упрощенная система для описания 2D стационарного сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине в отсутствие химических реакций в приближении локальной автомодельности течения в [11] (см. также [16]). Уравнения учитывают диффузию примеси (паров сублиманта) поперек пограничного слоя и могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} \left(\mu \frac{dU}{dy} \right) + F \frac{dU}{dy} = 0, \quad \frac{dq}{dy} = F \frac{dh}{dy} + (\gamma - 1) M_e^2 \mu \left(\frac{dU}{dy} \right)^2, \\ \frac{dj_1}{dy} = F \frac{dc_1}{dy}, \quad q = -\lambda \frac{dT}{dy} + (h_1 - h_2) j_1, \quad j_1 = -\rho D_{12} \frac{dc_1}{dy}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$y = y^* / \delta$ – координата по нормали к поверхности пластины;

$\delta = \sqrt{x^* \mu_e / U_e \rho_e}$ – масштаб Блазиуса, характеризующий толщину пограничного слоя;

x^* – продольная координата, вдоль направления потока;

c_1 – массовая концентрация примеси (паров сублиманта);

$q(y) = \frac{\sqrt{x^* \mu_e / U_e \rho_e}}{\mu_e h_e} q^*$ – полный тепловой поток поперек пограничного слоя;

$j = j^* \frac{\sqrt{x^* \mu_e / U_e \rho_e}}{\mu_e}$ – диффузионный поток массы примеси по нормали к стенке;

$U = \frac{2}{\rho} \frac{dF}{dy}$ – продольная (по x^*) компонента скорости;

F – функция тока;

$h = \frac{h^*}{C_{p2} T_e}$ – энтальпия бинарной смеси;

$T = \frac{T^*}{T_e}$ – температура;

C_{p2}, C_{p1} – удельные теплоемкости при постоянном давлении основного газа и примеси соответственно;

$\mu = \frac{\mu^*}{\mu_e}$ – коэффициент динамической вязкости рассматриваемой бинарной смеси;

$\lambda = \frac{\lambda^*}{\mu_e C_{p2}}$ – коэффициент теплопроводности;

$D_{12} = \frac{\rho_e D_{12}^*}{\mu_e}$ – коэффициент бинарной диффузии.

Звездочка в верхнем индексе обозначает размерное значение соответствующей величины, тогда как ее отсутствие указывает на безразмерное значение. Нижний индекс e обозначает (размерное) значение соответствующей величины, взятое на внешней границе пограничного слоя.

Граничные условия на сублимирующей поверхности записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} U(0) = 0, \quad F(0) = -f_w, \quad f_w = \frac{G_w}{\rho_e U_e} \text{Re} = \frac{\rho_w V_w}{\rho_e U_e} \text{Re}, \\ Q + G_w(h - h_1)_w + \left[-\lambda \left(\frac{dT}{dy} \right) + (h_1 - h_2) j_1 \right]_w = 0, \\ f_w(1 - c_{1,w}) = -\rho_w D_{12,w} \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)_w, \end{aligned} \quad (2)$$

где G_w – расход массы сублимирующего вещества с поверхности; $Q = H_{sg} G_w$ – тепло, расходуемое на испарение вещества покрытия; H_{sg} – энтальпия сублимации (solid $\rightarrow$ gas), $\text{Re} = \rho_e U_e \delta / \mu_e = \sqrt{\text{Re}_1} \chi$ – число Рейнольдса. Нижний индекс w указывает на значения переменных, взятых на поверхности модели.

Граничные условия на внешней границе пограничного слоя выглядят так:

$$(U, T) \rightarrow 1, \quad c_1 \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad y \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Поток массы испарения с поверхности определяется по уравнению Кнудсена – Ленгмюра [20]:

$$G_w = a_1 \frac{P_1^{\text{sat}} - P_1}{\sqrt{2\pi R T_w / m_1}}. \quad (4)$$

Видно, что G_w определяется разностью давления насыщенных паров сублиманта P_1^{sat} и P_1 – парциальным давлением паров в непосредственной близости над поверхностью ($y \rightarrow +0$). Здесь a_1 – коэффициент аккомодации.

Давление насыщенных паров сублимирующего вещества как функция температуры поверхности $P_1^{\text{sat}} = P_1^{\text{sat}}(T_w)$ определяется при помощи уравнения Клапейрона – Клаузиуса [20]:

$$\ln \left(\frac{P_1^{sat}}{P_{TP,1}} \right) = \frac{H_{sg} m_1}{R} \left(\frac{1}{T_{TP,1}} - \frac{1}{T_w} \right), \quad (5)$$

где $P_{TP,1}$, $T_{TP,1}$ – давление и температура тройной точки сублимирующего вещества. Парциальное давление паров сублиманта определялось по формуле $P_1 = \frac{c_1 m_2}{m_1 + (m_2 - m_1) c_1} P$.

Наиболее важным параметром, влияющим на свойства пограничного слоя бинарной смеси, является безразмерный параметр инжекции f_w (2). Это было показано в более ранних статьях как по инжекции различных газов в пограничный слой [11; 12], так и по сублимации материала покрытия поверхности модели [16–18]. Строго говоря, краевая задача (1)–(3) будет автомодельной в том случае, когда параметр инжекции не будет зависеть от продольной координаты: $f_w = \text{const}(x)$. В общем случае это не так, однако при слабой зависимости $f_w = f_w(x)$ в рамках приближения локальной автомодельности система (1)–(3) может применяться локально на каждом шаге по продольной координате x . Как видно из (5), при $T_w \rightarrow T_{TP,1}$ давление насыщенных паров сублиманта довольно сильно, экспоненциальным образом зависит от температуры покрытия $P_1^{sat} = P_1^{sat}(T_w)$. Поэтому, для того чтобы увеличить параметр инжекции f_w , необходимо либо уменьшать единичное число Рейнольдса потока (третье уравнение в (2)), либо (согласно (4), (5)) повышать температуру сублимирующего покрытия. В пределе – до температур, близких к температуре тройной точки $T_{TP,1}$. Предполагается, что модель является адиабатической, находящейся в состоянии теплового равновесия с потоком (2). Поэтому повышение температуры адиабатической стенки возможно за счет увеличения температуры торможения потока T_0 .

Вычисление коэффициентов вязкости и теплопроводности для компонент смеси, а также и коэффициента диффузии примеси выполнялось по формулам кинетической теории в рамках потенциала Леннард – Джонса [21]:

$$\mu_i = 2.6693 \cdot 10^{-6} \frac{\sqrt{T m_i}}{d_i^2 \Omega^{(2,2)}}, \quad \lambda_i = 0.0833 \frac{\sqrt{T/m_i}}{d_i^2 \Omega^{(2,2)}}, \quad D_{12} = 1.858 \cdot 10^{-7} \frac{\sqrt{T^3 (1/m_1 + 1/m_2)}}{P d_{12}^2 \Omega^{(1,1)}},$$

где d_i – столкновительные диаметры молекул, $i = 1, 2$, $\Omega^{(1,1)}$, $\Omega^{(2,2)}$ – интегралы столкновений. Указанные выше коэффициенты записаны в следующих единицах: μ_i [кг/м·сек], λ_i [Вт/м·К], D_{12} [м²/сек], давление P измеряется в атмосферах. Вязкость и теплопроводность бинарной смеси определялась по полуэмпирической формуле Уилки [22]. При определении коэффициентов теплопроводности многоатомных газов учитывалась также поправка Эйке-на [22].

В настоящей работе краевая задача для уравнений пограничного слоя бинарной смеси (1)–(3) интегрировалась численно с помощью численного алгоритма Рунге – Кутты четвертого порядка точности. Для получения решения, удовлетворяющего краевым условиям (2), (3), применялись метод стрельбы и алгоритм вложенных ньютоновских итераций. Вывод локально автомодельных уравнений пограничного слоя бинарной смеси, граничные условия для краевой задачи и применявшиеся численные алгоритмы изложены более подробно в [16].

Уравнения линейной теории устойчивости

Линейная теория устойчивости (ЛТУ) для пограничного слоя бинарной смеси была разработана и опубликована ранее в [17]. В рассматриваемом в настоящей работе пограничном слое в условиях сублимации материала поверхности указанный подход может применяться напрямую. Линеаризация обезразмеренных уравнений движения вязкой теплопроводной бинарной газовой смеси для возмущений в виде бегущих волн

$$q(x, y, z, t) = \tilde{q}(y) \exp i(\alpha x + \beta z - \alpha C t)$$

позволяет вывести следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд возмущений:

$$\begin{aligned} i\alpha(U-C)\tilde{\rho} + \frac{d\rho}{dy}\tilde{v} + \rho\left(i(\alpha\tilde{u} + \beta\tilde{w}) + \frac{d\tilde{v}}{dy}\right) &= 0, \\ \rho\left(i\alpha(U-C)\tilde{u} + \frac{dU}{dy}\tilde{v}\right) &= -\frac{i\alpha\tilde{p}}{\gamma_e M_e^2} + \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{d^2\tilde{u}}{dy^2}, \\ \rho i\alpha(U-C)\tilde{v} &= -\frac{1}{\gamma_e M_e^2} \frac{d\tilde{p}}{dy}, \\ \rho i\alpha(U-C)\tilde{w} &= -\frac{i\beta\tilde{p}}{\gamma_e M_e^2} + \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{d^2\tilde{w}}{dy^2}, \\ i\alpha(U-C)\tilde{c} + \frac{dc}{dy}\tilde{v} &= \frac{\mu}{\text{Re Sm}} \frac{d^2\tilde{c}}{dy^2}, \\ \rho\left(i\alpha(U-C)\tilde{h} + \frac{dh}{dy}\tilde{v}\right) &= \frac{\gamma_e - 1}{\gamma_e} i\alpha(U-C)\tilde{p} + \frac{\mu}{\text{Re Pr}} \frac{d^2\tilde{h}}{dy^2} + \frac{\mu}{\text{Re}} (h_1 - h_2) \left(\frac{1}{\text{Sm}} - \frac{1}{\text{Pr}}\right) \frac{d^2\tilde{c}}{dy^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь (α, β) – продольное и трансверсальное (в x - и z -направлениях) волновые числа соответственно; $\omega = \alpha C = \omega^* \delta / U_e = 2\pi f \delta / U_e$ – безразмерная частота возмущения, f – размерная частота в Герцах; $\text{Pr} = \mu C_p / \lambda$ – число Прандтля, $\text{Sm} = \mu / \rho D_{12}$ – число Шмидта; искомый вектор $\tilde{q}(y) = (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}, \tilde{h}, \tilde{c})^T$ составлен из возмущений трех компонент скорости, давления, энтальпии и массовой концентрации примеси соответственно. Рассматривается задача пространственной устойчивости. В этом случае предполагается, что частота ω и трансверсальное волновое число β вещественные, тогда как продольное волновое число $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ является комплексным. При этом мнимая часть волнового числа $(-\alpha_i > 0)$ соответствует скорости пространственного (по x) нарастания неустойчивого возмущения. Система (6) может быть приведена к системе десяти обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которая решается при следующих граничных условиях на поверхности модели и в свободном потоке:

$$\left(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{h}, f_w \tilde{c} + \rho_w D_{12} \frac{d\tilde{c}}{dy} \right) = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad (7)$$

$$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{h}, \tilde{c}) \rightarrow 0 \text{ при } y \rightarrow \infty.$$

Уравнения (6) в совокупности с набором граничных условий (7) описывают развитие в пограничном слое неустойчивых волновых возмущений вниз по течению. Система (6) является расширением известной системы уравнений устойчивости Дана – Линя [4] (первоначально разработанной для однокомпонентных течений) для описания устойчивости сжимаемого пограничного слоя бинарной смеси на сублимирующей поверхности и отличается от предыдущей (системы Дана – Линя) наличием дополнительного уравнения для концентрации примеси (предпоследнее уравнение в (6)). Уравнения (6) в совокупности с однородными граничными условиями (7) составляют краевую задачу на собственные значения. Эта задача в настоящей работе интегрировалась численно с помощью метода ортогонализаций [19]. Продольное волновое число $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ находилось как собственное значение задачи (6), (7) с максимальным значением $-\alpha_i$. Более подробно уравнения устойчивости и численный алгоритм обсуждаются в [17].

Результаты расчетов

Расчеты проводились для модели плоской пластины, обтекаемой потоком воздуха, при числе Маха $M = 2$. Предполагается, что поверхность модели покрыта слоем вещества, способного к чистой сублимации (фазовому переходу из твердого состояния непосредственно в газообразное, минуя стадию плавления) при умеренных температурах, в отсутствие таких осложняющих явлений, как химические реакции, диссоциация и ионизация. Такими свойствами обладают, в том числе, сухой лед, камфара, йод. В настоящей работе мы рассматриваем сверхзвуковой пограничный слой над поверхностью, покрытой слоем нафталина ($C_{10}H_8$). Это химическое вещество с молекулярным весом больше, чем у воздуха: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{128.17}{28.96} \approx 4.4$.

Температура тройной точки нафталина $T_{TP,1} = 353.4$ К. Другие теплофизические свойства нафталина, необходимые для проведения требуемых расчетов приведены в [17]. Выбор нафталина в качестве сублимирующего вещества для нашего исследования обусловлен не только его благоприятными теплофизическими свойствами, но также и тем, что $C_{10}H_8$ легко доступный и недорогой углеводород.

Ниже представлены результаты расчетов, которые проводились для фиксированного значения полного давления потока: $P_0 = 0.5$ бар. В настоящей работе теоретически исследовался сверхзвуковой пограничный слой и его линейная устойчивость на нафталиновом покрытии плоской пластины при увеличении массы испарения вещества покрытия G_w (2), достигаемого за счет повышения температуры покрытия T_w (4), (5), что, в свою очередь, было получено путем увеличения температуры торможения потока T_0 .

Рассчитанные с адиабатическими граничными условиями на поверхности (2) варианты см. в таблице, в которой имеются следующие столбцы: номер варианта (используется на рис. 1–4 для нумерации кривых), температура торможения потока T_0 , температура поверхности T_w (температура адиабатической стенки, полученная в результате численного интегрирования системы (1)–(3) для заданного значения T_0), единичное число Рейнольдса потока Re_1 и параметр инжекции f_w , определенный для указанных выше условий обтекания при $x = 100$ мм:

No.	T_0 , K	T_w , K	$Re_1 \times 10^{-6} \text{ м}^{-1}$	f_w
0	288	266	6.41	$<10^{-4}$
1	315	290	5.67	$5 \cdot 10^{-4}$
2	342	310	5.07	0.004
3	361	320	4.71	0.010
4	392	330	4.22	0.022
5	450	340	3.53	0.049
6	500	345	3.08	0.072
7	580	350	2.56	0.107

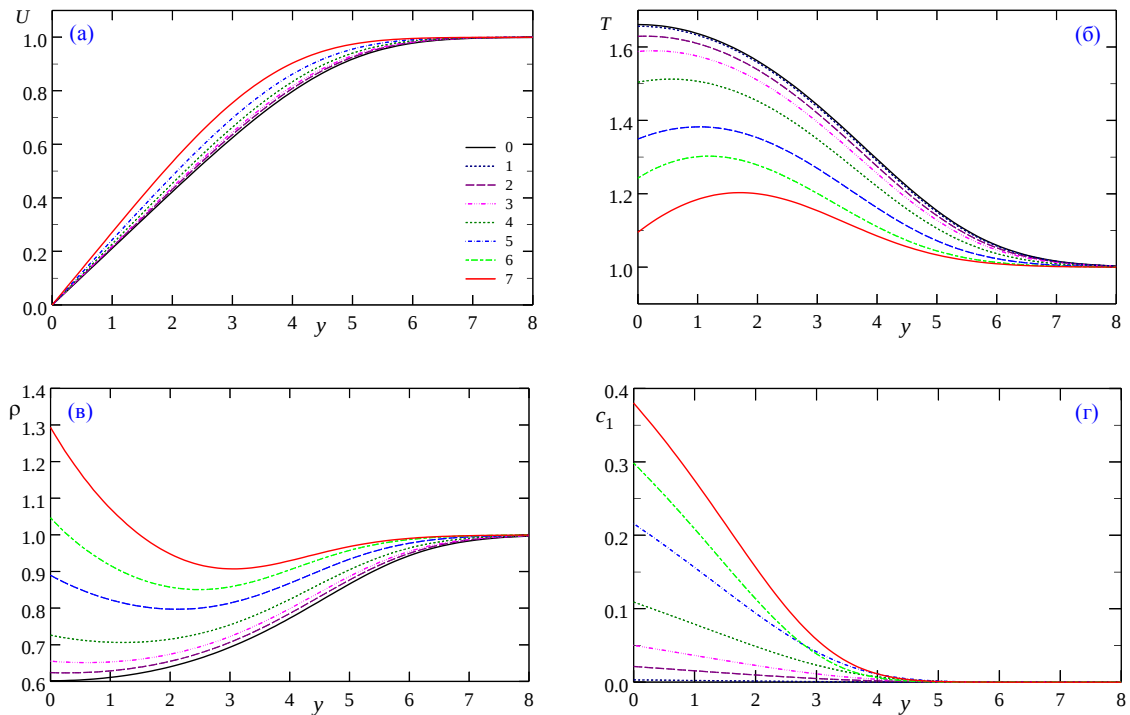


Рис. 1. Профили пограничного слоя бинарной смеси (воздух + пары $C_{10}H_8$): безразмерной продольной скорости $U = U(y)$ (а), температуры $T = T(y)$ (б), плотности $\rho = \rho(y)$ (в) и концентрации примеси $c_1 = c_1(y)$ (г) для различных значений температуры торможения T_0 (кривые 0–7 пронумерованы в соответствии с таблицей)

Fig. 1. Binary mixture (Air + $C_{10}H_8$ vapor) boundary layer profiles: dimensionless velocity $U = U(y)$ (a), temperature $T = T(y)$ (b), density $\rho = \rho(y)$ (c) and foreign gas concentration $c_1 = c_1(y)$ (d); for a number of values of the stagnation temperature T_0 (curves 0–7 are numbered in accordance with Table)

Начнем со свойств среднего течения. На рис. 1 демонстрируются рассчитанные профили пограничного слоя: безразмерной продольной скорости $U = U(y)$ (рис. 1, а), температуры $T = T(y)$ (рис. 1, б), плотности $\rho = \rho(y)$ (рис. 1, в), и массовой концентрации паров $C_{10}H_8$ $c_1 = c_1(y)$ (рис. 1, г) для различных значений температуры торможения T_0 . При этом номер кривой на рис. 1 соответствует рассчитанному варианту из таблицы. Можно видеть, что рост T_0 приводит к некоторому уменьшению толщины пограничного слоя в безразмерном пред-

ставлении, это видно в профилях продольной скорости (рис. 1, *a*). Отметим, что увеличение T_0 приводит к росту вязкости смеси и, следовательно, к увеличению масштаба δ . Профили температуры $T = T(y)$, показанные на рис. 1, *b*, демонстрируют значительное уменьшение безразмерной температуры вблизи стенки $T(0)$ при увеличении T_0 , несмотря на то, что размерная температура стенки при этом растет (см. таблицу). Небольшое уменьшение толщины пограничного слоя также видно в профилях температуры. В профилях плотности (рис. 1, *в*) заметны значительные изменения: с ростом T_0 от 290 до 580 К величина плотности на стенке $\rho_w = \rho(y=0)$ увеличивается более чем в два раза. Такой рост ρ_w , согласно нашим предыдущим результатам с инъекцией тяжелого газа с проницаемой поверхности [11; 12], имеет благоприятное воздействие на устойчивость пограничного слоя. На рис. 1, *г* можно видеть, что увеличение массы испарения нафталина с ростом T_0 приводит к увеличению концентрации паров примеси вблизи стенки $c_{1,w} = c_1(0)$. В то же время $c_1(y)$ быстро уменьшается с расстоянием от поверхности, и на внешней границе пограничного слоя, определяемой по профилям скорости (рис. 1, *a*), c_1 становится пренебрежимо малой. Таким образом, в представленном диапазоне параметров инъекция примеси в пограничный слой за счет сублимации материала стенки является малой, поскольку сублимант не выходит за пределы пограничного слоя.

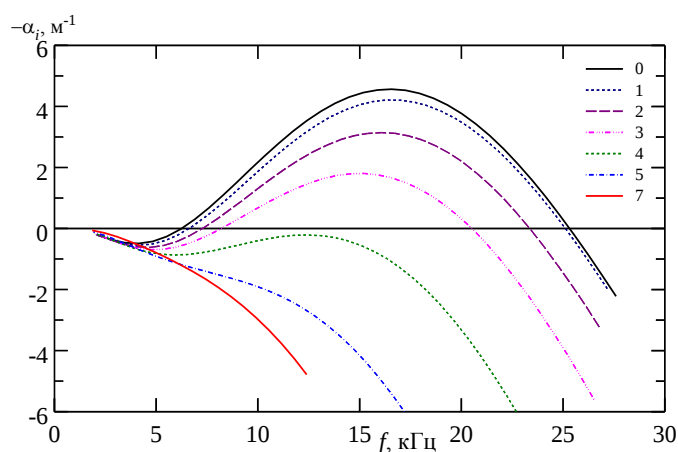


Рис. 2. Скорости пространственного нарастания $-\alpha_i$ 2D возмущений в зависимости от частоты f для различных значений температуры торможения потока T_0 , $x = 100$ мм (кривые 0–7, таблица)

Fig. 2. Spatial amplification rates $-\alpha_i$ of 2D perturbations versus frequency f for various values of flow stagnation temperature T_0 (curves 0–7, Table); $x = 100$ mm

На рис. 2 представлены результаты расчетов линейной теории устойчивости. Приводятся скорости пространственного нарастания 2D ($\beta = 0$) возмущений в зависимости от частоты для различных значений температуры торможения T_0 при $x = 100$ мм. Номер кривой на этом графике соответствует номеру расчетного варианта в таблице. Верхняя кривая с номе-

ром 0 представляет результат расчетов устойчивости рассматриваемого пограничного слоя при наиболее низкой температуре торможения, когда влиянием сублимации поверхности можно пренебречь: параметр инъекции примеси в этом случае, как указано в последнем столбце таблицы, $f_w < 10^{-4}$. Как было показано в [12], инъекция примеси с обтекаемой поверхности начинает оказывать заметное влияние на устойчивость пограничного слоя при $f_w > 0.01$. Для кривой 0 диапазон неустойчивых частот $6 < f < 25$ кГц, а максимальную скорость роста $-\alpha_{i,\max} \approx 4.6 \text{ м}^{-1}$ имеет возмущение с $f_{\max} \approx 16.5$ кГц. Повышение температуры торможения ведет к монотонному снижению скоростей нарастания всего спектра частот и к уменьшению $f_{\max}$. Уже при $T_w = 330 \text{ К}$ ($T_0 = 392 \text{ К}$, вариант 4, см. таблицу) видна стабилизация 2D возмущений при выбранном χ на всех частотах, поскольку скорости роста становятся отрицательными ($-\alpha_i < 0$), т. е. амплитуды 2D возмущений уменьшаются вниз по потоку. Дальнейшее повышение T_0 ведет к монотонному уменьшению скоростей роста во всем диапазоне частот (кривые 5–7, рис. 2).

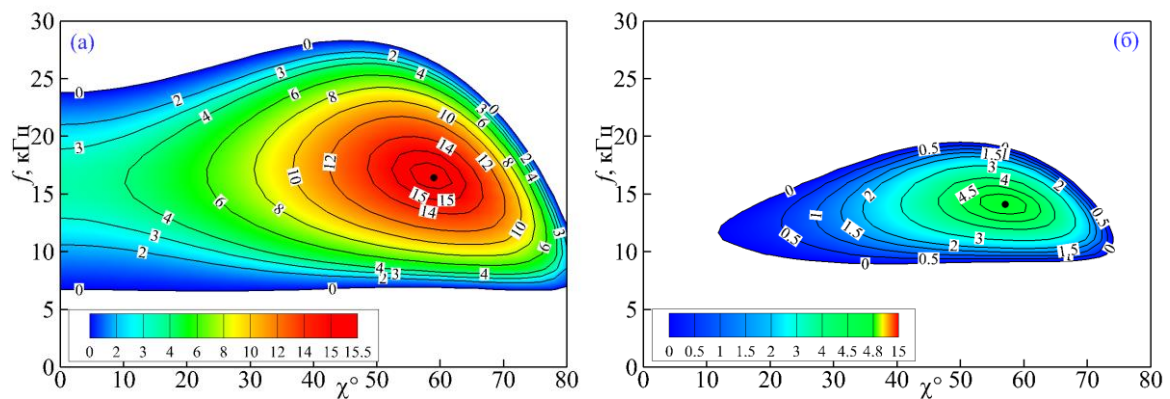


Рис. 3. Диаграммы устойчивости сверхзвукового пограничного слоя по отношению к 3D возмущениям: изолинии скоростей пространственного нарастания $-\alpha_i = -\alpha_i(\chi, f) [\text{м}^{-1}]$ на адиабатической поверхности при $T_0 = 392 \text{ К}$, $x = 100 \text{ мм}$ в отсутствие сублимации (а) и на нафталиновом покрытии ($T_w = 330 \text{ К}$, вариант 4, см. таблицу) (б)

Fig. 3. Stability diagrams of the supersonic boundary layer in relation to 3D perturbations: spatial amplification rate contours $-\alpha_i = -\alpha_i(\chi, f) [\text{м}^{-1}]$ on adiabatic surface at $T_0 = 392 \text{ К}$, $x = 100 \text{ мм}$ in the absence of sublimation (a); and on naphthalene coating ($T_w = 330 \text{ К}$, case 4, Table 1) (b)

На рис. 2 показаны результаты только для 2D возмущений. Однако хорошо известно, что в сверхзвуковом пограничном слое при числе Маха $M = 2$ не они являются наиболее неустойчивыми. Покажем теперь более полную картину локальных свойств устойчивости сверхзвукового пограничного слоя в условиях сублимации материала поверхности. На рис. 3 приведены диаграммы устойчивости пограничного слоя в виде изолиний скоростей пространственного усиления 3D возмущений на плоскости: угол ориентации волнового вектора $\chi = \arctan(\beta/\alpha_r)$, размерная частота f [кГц]. Расчеты проводились для $x = 100 \text{ мм}$ и величины температуры торможения $T_0 = 392 \text{ К}$ (вариант 4, см. таблицу). Заполненная цветом область представляет диапазон линейной неустойчивости ($-\alpha_i > 0$). Возмущения с парамет-

рами из этой области нарастают вниз по течению. На рис. 3, *а* показана диаграмма устойчивости для пограничного слоя теплоизолированной плоской пластины в отсутствие сублимации, тогда как на рис. 3, *б* приведена аналогичная диаграмма для пластины с покрытием из нафталина. Цветовая схема для диаграмм устойчивости была выбрана одинаковой для удобства их сравнения. Легко видеть, что сублимация материала поверхности приводит к заметному сокращению области неустойчивости в результате поступления в пристенный подслой тяжелых паров нафталина. В отсутствие сублимации максимальную скорость роста $-\alpha_{i,\max} \approx 15.7 \text{ м}^{-1}$ имеет возмущение с $f_{\max} \approx 16 \text{ кГц}$ и $\chi_{\max} \approx 59^\circ$ (см. рис. 3, *а*), в то время как сублимация нафталина снижает максимальную скорость нарастания до $-\alpha_{i,\max} \approx 4.9 \text{ м}^{-1}$ при этом $f_{\max} \approx 14 \text{ кГц}$ и $\chi_{\max} \approx 57^\circ$ (см. рис. 3, *б*). Стоит отметить, что 2D возмущения ($\chi = \beta = 0$), которые были слабо неустойчивыми в отсутствие сублимации, полностью стабилизируются в результате инъекции тяжелых паров нафталина в пограничный слой. Приведенные выше рис. 2 и 3 показывают, что сублимация материала поверхности сильнее воздействует на устойчивость более высоких частот. Диапазон неустойчивых частот сокращается с $7 < f < 28$ (см. рис. 3, *а*) до $9 < f < 19$ (см. рис. 3, *б*). А максимальная скорость нарастания при $T_0 = 392 \text{ К}$ и $x = 100 \text{ мм}$ уменьшается в 3,2 раза за счет сублимации нафталинового покрытия. Таким образом, представленная модификация диаграммы устойчивости пограничного слоя (рис. 3) в результате действия сублимации поверхности в условиях адиабатической стенки означает существенную стабилизацию течения в пограничном слое. Для того чтобы продемонстрировать это количественно, следовало бы провести ЛГУ-расчеты кривых нарастания амплитуд возмущений с привлечением метода e^N . Однако в рамках настоящей статьи, где мы намереваемся провести только качественное сравнение расчетов с экспериментами по переходу, мы ограничиваемся только локальными свойствами устойчивости, суммированными на рис. 3.

Рисунок 4 демонстрирует сравнение скоростей пространственного роста 3D возмущений на выбранной частоте $f = 15 \text{ кГц}$ (имеющей при $T_0 = 392 \text{ К}$ максимальную скорость роста, см. рис. 3, *а*) в зависимости от угла ориентации волнового вектора возмущения χ . Расчеты проводились для различных значений температуры торможения потока T_0 как на сублимирующей нафталиновой поверхности (штриховые линии), так и в отсутствие сублимации (сплошные линии). Видно, что при наименьшей из представленных температур торможения влияние сублимации минимально, так как сплошная и штриховая линии θ на рис. 4 сливаются. Возмущение с $\chi \approx 60^\circ$ имеет наибольшую скорость роста $-\alpha_{i,\max} \approx 21 \text{ м}^{-1}$, что является типичным для сверхзвукового пограничного слоя. С увеличением температуры торможения происходит монотонное уменьшение скоростей нарастания $-\alpha_i$ для всех углов $0 \leq \chi < 80^\circ$. Сравнивая сплошные и пунктирные линии одного цвета и с одинаковыми номерами на рис. 4, можно оценить влияние сублимации нафталинового покрытия на скорости роста неустойчивых возмущений. Возрастание температуры торможения с $T_0 = 288 \text{ К}$ до $T_0 = 580 \text{ К}$ в отсутствие сублимации (сплошные линии θ –7) приводит к уменьшению максимальной скорости роста до $-\alpha_{i,\max} \approx 10 \text{ м}^{-1}$, т. е. в два раза. В то же время возмущения на выбранной частоте на сублимирующем нафталиновом покрытии полностью стабилизируются ($-\alpha_{i,\max} < 0$) уже при значении температуры торможения $T_0 \approx 420 \text{ К}$ (между штриховыми линиями 4 и 5). Дальнейшее увеличение T_0 вызывает монотонное уменьшение $-\alpha_i$ на сублимирующей поверхности для всех углов χ (штриховые кривые 5–7 на рис. 4). Таким образом, эффектив-

ность сублимирующего покрытия стабилизации пограничного слоя (повышения его устойчивости и затягивания ЛТП) на адиабатической поверхности увеличивается с ростом температуры торможения потока.

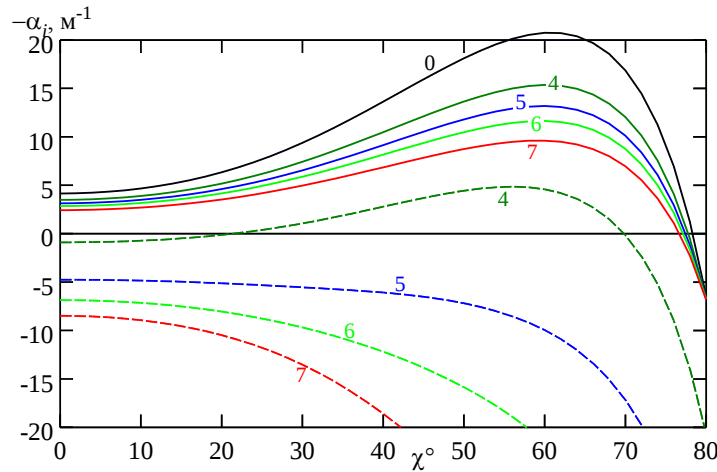


Рис. 4. Скорости пространственного нарастания $-\alpha_i$ 3D возмущений в зависимости от угла ориентации волнового вектора χ для различных значений T_0 . Нумерация кривых в соответствии с таблицей; $f = 15$ кГц, $x = 100$ мм. Штриховые линии – на сублимирующей поверхности, сплошные – в отсутствие сублимации
Fig. 4. Spatial amplification rates $-\alpha_i$ for 3D perturbations versus angle χ for various values of T_0 . Curves are numbered according to Table 1; $f = 15$ kHz, $x = 100$ mm. Dashed lines – on the sublimation surface; solid lines – in the absence of sublimation

Постановка эксперимента

Эксперименты по влиянию сублимации поверхности модели на ламинарно-турбулентный переход сверхзвукового пограничного слоя проводились в импульсной трубе ИТ-302М Института теоретической и прикладной механики СО РАН [23] при числе Маха набегающего потока $M_\infty = 4$ и различных значениях температуры торможения потока в диапазоне $280 \leq T_0 \leq 1190$ К. В качестве модели использовалась плоская пластина, изготовленная из нержавеющей стали. Во всех экспериментах модель была жестко зафиксирована в рабочей части трубы под углом атаки $\alpha = -14^\circ$ и обтекалась потоком воздуха. Единичное число Рейнольдса набегающего потока варьировало в диапазоне $2 \leq Re_{1\infty} \times 10^{-6} \leq 20$ м⁻¹. Продолжительность рабочего режима течения в установке составляет $100 < \tau < 200$ мс, тогда как время установления режима обтекания обычно порядка 1 мс.

Первая серия пусков в установке проводилась с моделью, представляющей собой полированную стальную плоскую пластину длиной 440 мм, толщиной 10 мм, имеющей треугольную форму (ширина передней кромки 180 мм). Угол скоса передней кромки 16° , ее притупление $< 0,1$ мм. Начало отсчета продольной координаты x (в направлении внешнего течения вдоль пластины) находится на передней кромке модели.

Перед второй серией экспериментов на участке рабочей поверхности $15 \leq x \leq 128$ мм практически на всю ширину модели (за исключением бортиков по 10 мм) в пластине был сделан паз глубиной 5 мм. В данный паз заливался нафталин $C_{10}H_8$, расплавленный при температуре $T > 80^\circ$ С. После того как нафталин затвердел, поверхность полученного сублимирующего покрытия выравнивалась и была тщательно зашлифована с помощью мелкой наж-

дачной бумаги. Таким образом, нефталиновое покрытие поверхности плоской пластины располагалась в диапазоне продольной координаты $15 \leq x \leq 128$ мм.

Поскольку модель всегда была установлена под углом атаки $\alpha = -14^\circ$, то ниже по потоку от присоединенного головного скачка число Маха на внешней границе пограничного слоя выдерживалось $M_e = 3$. При этом диапазон значений единичного числа Рейнольдса в пограничном слое составил $3 < Re_{1e} \times 10^{-6} < 30$ м⁻¹.

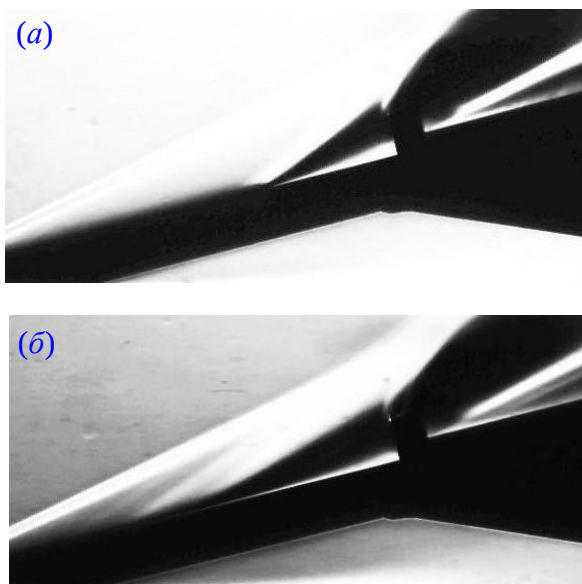
Для фиксации положения ламинарно-турбулентного перехода в трубе использовался оптический метод его определения, описанный в работах [24; 25]. Этот метод основан на свойствах турбулентного пограничного слоя выдерживать без отрыва более сильные скачки давления, чем ламинарный пограничный слой. В этом методе о состоянии пограничного слоя судят по картине отрыва пограничного слоя перед выступом. В течение рабочего режима трубы происходит свойственное импульсным трубам постепенное уменьшение Re_1 при постоянном M_e . $(Re_1)_t$ – значение единичного числа Рейнольдса, при котором происходит резкое изменение картины обтекания выступа: угол отрыва сильно уменьшается от θ_t при турбулентном состоянии пограничного слоя до θ_l при ламинарном.

В экспериментах с помощью теневого прибора Теплера ИАБ-451 (регистрирующего неоднородность плотности газа) и видеокамеры PCO 1200HS (с частотой съемки 500 кадров в секунду и экспозицией 1 мс) снималась кинограмма обтекания модели. На кадрах кинограммы был хорошо виден отрыв перед выступом и резкое уменьшение угла этого отрыва в определенный момент времени t_1 рабочего режима трубы.

На рис. 5 приведен пример картины обтекания выступа при турбулентном (рис. 5, а) и ламинарном (рис. 5, б) пограничных слоях, полученной с помощью теневого прибора Теплера при $M_e = 3$ и $T_0 \approx 600$ К. Для условий наших экспериментов было: $\theta_t \approx 25^\circ$, а $\theta_l \approx 15^\circ$. В наших экспериментах использовался выступ высотой 9 мм, располагавшийся на расстоянии $x_{obst} = 102$ мм от передней кромки пластины.

Рис. 5. Картины обтекания выступа при турбулентном (а) и ламинарном (б) пограничных слоях, полученная с помощью теневого прибора Теплера, $M_e = 3$, $T_0 \approx 600$ К

Fig. 5. Toepler shadow-graph pictures of flow around obstacle in turbulent (a) and laminar (b) flat-plate boundary-layers, $M_e = 3$, $T_0 \approx 600$ K



По измеренным в момент времени t_1 параметрам потока в импульсной трубе (которые в течение пуска изменяются монотонно по времени) вычислялись величины $(Re_1)_t$ и число Рейнольдса перехода $Re_t = (Re_1)_t \cdot x_{obst}$. Погрешность определения Re_t составила $\pm 5\%$.

Результаты измерений

Результаты экспериментов показаны на рис. 6, где приведено число Рейнольдса перехода Re_t в зависимости от температуры торможения потока T_0 . Черные заштрихованные кружки соответствуют результатам на стальной пластине, а синие полые кружки – результатам на нафталиновой вставке. Общее уменьшение на рис. 6 числа Рейнольдса перехода при увеличении температуры торможения происходит главным образом из-за уменьшения единичного числа Рейнольдса.

Примерно при $T_0 > 600$ К становится заметным стабилизирующее влияние сублимации – число Рейнольдса перехода на сублимирующей вставке становится больше числа Рейнольдса на стальной пластине.

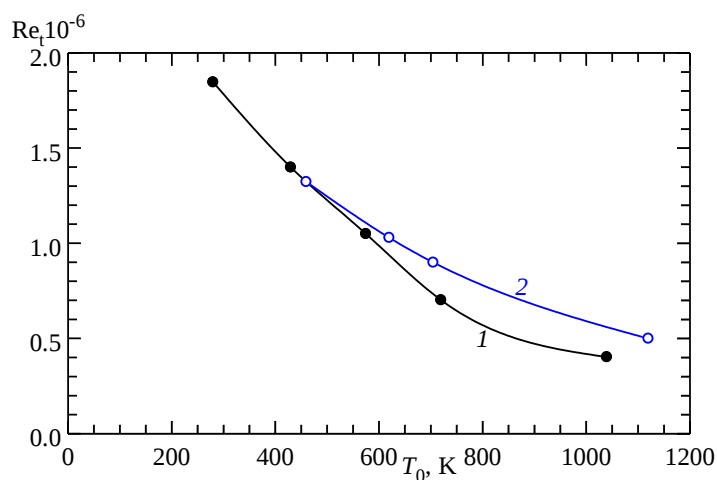


Рис. 6. Число Рейнольдса перехода Re_t в зависимости от температуры торможения потока T_0 на стальной пластине (1) и на нафталиновом покрытии (2)

Fig. 6. Reynolds number of transition Re_t versus flow stagnation temperature T_0 on steel plate (1) and on naphthalene coating (2)

Полученные экспериментальные результаты находятся в полном качественном согласовании с нашими теоретическими представлениями: по мере прогревания сублимирующего нафталинового покрытия при возрастании температуры торможения потока увеличивается унос массы нафталина. Тяжелые пары $C_{10}H_8$ формируют вблизи стенки подслоя бинарной смеси (воздух + пары сублиманта) с высокой плотностью (см. рис. 1, в), что оказывает благоприятное действие на устойчивость пограничного слоя (см. рис. 2–4): скорости роста неустойчивых возмущений уменьшаются, а устойчивость пограничного слоя повышается. В результате положение ламинарно-турбулентного перехода смещается ниже по течению, а соответствующее число Рейнольдса перехода растет, как это показано на рис. 6. Видно, что при $T_0 \approx 700$ К $Re_t \cdot 10^{-6}$ увеличивается от 0,7 на стальной пластине до 0,9 на сублимирующем покрытии, т. е. приблизительно на 28 %, а с учетом погрешности определения Re_t – на 18 %. Меньшее, чем в расчетах, увеличение Re_t вызвано кратковременностью работы установки. Таким образом, в импульсной трубе ИТ-302М ИТПМ СО РАН получено стабилизирующее действие сублимирующего нафталинового покрытия.

На данном этапе прямое количественное сопоставление полученных экспериментальных данных с результатами расчетов по линейной теории устойчивости не представляется воз-

можным. В основном это связано с тем, что условия на сублимирующей поверхности модели в установке импульсного типа далеки от приближения адиабатической стенки, которое использовалось в расчетах. Поэтому основной вывод настоящей работы является только качественным. И он состоит в том, что впервые получено качественное экспериментальное подтверждение теоретическим результатам о стабилизирующем действии сублимирующего нафталинового покрытия на сверхзвуковой пограничный слой. Тем не менее представляется важным доработать расчетные и экспериментальные методики таким образом, чтобы можно было провести прямое количественное сопоставление теории и эксперимента по влиянию сублимации поверхности на устойчивость и переход пограничных слоев. Такая работа проводится авторами настоящей статьи.

Выводы

Проведено теоретическое исследование характеристик сверхзвукового пограничного слоя и его устойчивости в условиях сублимации материала поверхности. Использовались полученные авторами ранее уравнения для среднего течения в приближении локальной автомодельности, а также теория линейной устойчивости пограничного слоя бинарной смеси. Расчеты проводились для пограничного слоя адиабатической плоской пластины с нафталиновым ($C_{10}H_8$) покрытием при числе Маха $M = 2$. Расчеты показали, что инжекция паров примеси в пристенный подслой пограничного слоя вследствие испарения материала поверхности приводит к увеличению плотности пограничного слоя бинарной смеси (воздух + нафталин) вблизи сублимирующей стенки. Расчетами устойчивости такого модифицированного течения обнаружено, что увеличение температуры торможения потока приводит к монотонному уменьшению локальных скоростей нарастания линейных волновых возмущений. На основании полученных расчетных результатов делается вывод о том, что применение сублимирующих покрытий из нафталина повышает устойчивость сверхзвукового пограничного слоя и, таким образом, является эффективным способом управления ламинарно-турбулентным переходом.

Проведены пилотные эксперименты по переходу сверхзвукового пограничного слоя при числе Маха набегающего потока $M_e = 3$ на модели плоской пластины в условиях сублимации материала поверхности. Эксперименты проводились в импульсной трубе ИТ-302М ИТПМ СО РАН. В качестве материала для сублимирующего покрытия использовался нафталин. Эксперименты показали, что при $T_0 > 600$ К сублимация нафталиновой поверхности модели оказывает стабилизирующее действие на положение ламинарно-турбулентного перехода (в частности, при $T_0 \approx 700$ К Re_t увеличивается приблизительно на 18 %). Таким образом, впервые получено качественное экспериментальное подтверждение теоретическому выводу о стабилизирующем действии сублимирующих покрытий на сверхзвуковой пограничный слой.

Список литературы

1. **Тирский Г. А.** Гиперзвуковая аэродинамика и тепломассообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов. М.: ФМЛ, 2011. 548 с.
2. **Линь Ц. Ц.** Теория гидродинамической устойчивости. М.: ИЛ, 1958. 194 с.
3. **Mack L. M.** Boundary layer stability theory. Document 900-277, Rev. A. Pasadena, 1969, 388 p.
4. **Гапонов С. А., Маслов А. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.

5. **Жигулев В. Н., Тумин А. М.** Возникновение турбулентности. Динамическая теория возбуждения развития неустойчивостей в пограничных слоях. Новосибирск: Наука, 1987. 282 с.
6. **Mortensen C., Zhong X.** Simulation of Second-Mode Instability in a Real-Gas Hypersonic Flow with Graphite Ablation. *AIAA J.*, 2014, vol. 52, no. 8, p. 1632–1652.
7. **Mortensen C., Zhong X.** Real Gas and Surface-Ablation effects on Hypersonic Boundary-Layer Instability over a Blunt Cone. *AIAA J.*, 2016, vol. 52, no. 3, p. 976–994.
8. **Charwat A. F.** Exploratory studies on the sublimation of slender camphor and naphthalene models in a supersonic wind tunnel. In: Memorandum RM-5506-ARPA. 1968.
9. **Radeztsky R. H., Reibert M. S., Saric W. S.** Effect of isolated micron-sized roughness on transition in swept-wing flows. *AIAA J.*, 1999, vol. 37, no. 11, p. 1370–1377.
10. **Combs C. S., Clemens N. T., Danehy P. M., Murman S. M.** Heat-shield ablation visualized using naphthalene planar laser-induced fluorescence. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2017, vol. 54, no. 2, p. 476–494.
11. **Гапонов С. А., Смородский Б. В.** Ламинарный сверхзвуковой пограничный слой бинарной смеси газов // Вестник НГУ. Серия: Физика. 2016. Т. 11, № 1. С. 5–15.
12. **Gaponov S. A., Smorodsky B. V.** On stability of the supersonic boundary layer with a foreign gas injection. In: 18th International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR-2016) (Russia, Perm, 27 Jun. – 3 Jul., 2016): AIP Conference Proceedings, 2016, vol. 1770, S. 1, 030047 p.
13. **Lysenko V. I., Gaponov S. A., Smorodsky B. V., Yermolaev Y. G., Kosinov A. D.** Influence of distributed heavy-gas injection on stability and transition of supersonic boundary-layer flow. *Physics of Fluids*, 2019, vol. 31, no. 10, p. 104103 (17).
14. **Лысенко В. И., Смородский Б. В., Ермолаев Ю. Г., Косинов А. Д.** Экспериментальное исследование влияния инъекции тяжелого газа в сверхзвуковой пограничный слой на его устойчивость // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 2. С. 191–198.
15. **Lysenko V. I., Gaponov S. A., Smorodsky B. V., Ermolaev Y. G., Kosinov A. D., Semionov N. V.** Combined influence of coating permeability and roughness on supersonic boundary layer stability and transition. *JFM*, 2016, vol. 798, p. 751–773.
16. **Гапонов С. А., Смородский Б. В.** Влияние сублимации материала поверхности на параметры сверхзвукового пограничного слоя // Сибирский физический журнал. 2019. Т. 14, № 1. С. 25–39.
17. **Gaponov S. A., Smorodsky B. V.** Supersonic boundary layer stability on the sublimation surface. In: AIP Conference Proceedings: High-Energy Processes in Condensed Matter (HEPCM-2019): Proceedings of the XXVI Conference on High-Energy Processes in Condensed Matter, dedicated to the 150th anniversary of the birth of S. A. Chaplygin (Novosibirsk, 3–5 Apr. 2019). S. l.: AIP Publishing, 2019, vol. 2125, p. 030103 (11).
18. **Gaponov S. A., Semenov A. N., Smorodsky B. V.** Influence of surface sublimation on boundary layer stability at high Mach number. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1404, p. 012079.
19. **Гапонов С. А., Петров Г. В.** Устойчивость пограничного слоя неравновесно диссоциирующего газа. Новосибирск: Наука, 2013. 95 с.
20. **Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б.** Тепловая защита. М.: Энергия, 1976.
21. **Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р.** Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИЛ, 1961. 930 с.
22. **Дорренс У. Х.** Гиперзвуковые течения вязкого газа. М.: Мир, 1966. 439 с.
23. **Fomin V. M., Kharitonov A. M., Maslov A. A., Shiplyuk A. N., Shumskii V. V., Yaroslavtsev M. I., Zvegintsev V. I.** Hypersonic Short-Duration Facilities for Aerodynamic Research at ITAM, Russia. In: Experimental Methods of Shock Wave Research. Berlin, Heidelberg, New York, Springer Verlag, 2016, vol. 9, p. 315–346.

24. **Бошнятов Б. В., Затолока В. В., Ярославцев М. И.** Исследование перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный в гиперзвуковой импульсной трубе ИТ-301 при $M = 8\text{--}11.5$ // *Аэрофизические исследования*. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1973. С. 89.
25. **Антонов А. С., Бошнятов Б. В., Затолока В. В.** Переход в турбулентное состояние и отрыв гиперзвукового пограничного слоя при повышенных числах Рейнольдса // *Газодинамика и физическая кинетика*. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1974. С. 83–85.

References

1. **Tirsky G. A.** Hypersonic aerodynamics and heat-mass-transfer of reentry space vehicles and planetary probes. Moscow, FML, 2011, 548 p. (in Russ.)
2. **Lin C. C.** The theory of hydrodynamic stability. CUP, 1954.
3. **Mack L. M.** Boundary layer stability theory. Document 900-277, Rev. A. Pasadena, 1969, 388 p.
4. **Gaponov S. A., Maslov A. A.** Development of Disturbances in Compressible Flows. Novosibirsk, Nauka, 1980, 144 p. (in Russ.)
5. **Zhigulev V. N., Tumin A. M.** Onset of turbulence. Dynamic theory of excitation and development of instabilities in boundary layers. Novosibirsk, Nauka, 1987, 282 p. (in Russ.)
6. **Mortensen C., Zhong X.** Simulation of Second-Mode Instability in a Real-Gas Hypersonic Flow with Graphite Ablation. *AIAA J.*, 2014, vol. 52, no. 8, p. 1632–1652.
7. **Mortensen C., Zhong X.** Real Gas and Surface-Ablation effects on Hypersonic Boundary-Layer Instability over a Blunt Cone. *AIAA J.*, 2016, vol. 52, no. 3, p. 976–994.
8. **Charwat A. F.** Exploratory studies on the sublimation of slender camphor and naphthalene models in a supersonic wind tunnel. In: Memorandum RM-5506-ARPA. 1968.
9. **Radeztsky R. H., Reibert M. S., Saric W. S.** Effect of isolated micron-sized roughness on transition in swept-wing flows. *AIAA J.*, 1999, vol. 37, no. 11, p. 1370–1377.
10. **Combs C. S., Clemens N. T., Danehy P. M., Murman S. M.** Heat-shield ablation visualized using naphthalene planar laser-induced fluorescence. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2017, vol. 54, no. 2, p. 476–494.
11. **Gaponov S. A., Smorodsky B. V.** Laminar Supersonic Boundary Layer of the Binary Gas Mixture. *Vestnik NSU. Series: Physics*, 2016, vol. 11, no. 1, p. 5–15. (in Russ.)
12. **Gaponov S. A., Smorodsky B. V.** On stability of the supersonic boundary layer with a foreign gas injection. In: 18th International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR-2016) (Russia, Perm, 27 Jun. – 3 Jul., 2016): AIP Conference Proceedings, 2016, vol. 1770, S. 1, 030047 p.
13. **Lysenko V. I., Gaponov S. A., Smorodsky B. V., Yermolaev Y. G., Kosinov A. D.** Influence of distributed heavy-gas injection on stability and transition of supersonic boundary-layer flow. *Physics of Fluids*, 2019, vol. 31, no. 10, p. 104103 (17).
14. **Lysenko V. I., Smorodsky B. V., Ermolaev Y. G., Kosinov A. D.** Stability of supersonic boundary layer under the influence of heavy gas injection: experimental study. *Thermophysics & Aeromechanics*, 2018, vol. 25, no. 2, p. 183–190.
15. **Lysenko V. I., Gaponov S. A., Smorodsky B. V., Ermolaev Y. G., Kosinov A. D., Semionov N. V.** Combined influence of coating permeability and roughness on supersonic boundary layer stability and transition. *JFM*, 2016, vol. 798, p. 751–773.
16. **Gaponov S. A., Smorodsky B. V.** Influence of surface sublimation on supersonic boundary layer properties. *Siberian Journal of Physics*, 2019, vol. 14, no. 1, p. 25–39. (in Russ.)
17. **Gaponov S. A., Smorodsky B. V.** Supersonic boundary layer stability on the sublimation surface. In: AIP Conference Proceedings: High-Energy Processes in Condensed Matter (HEPCM-2019): Proceedings of the XXVI Conference on High-Energy Processes in Condensed Matter,

- dedicated to the 150th anniversary of the birth of S. A. Chaplygin (Novosibirsk, 3–5 Apr. 2019). S. I.: AIP Publishing, 2019, vol. 2125, p. 030103 (11).
18. **Gaponov S. A., Semenov A. N., Smorodsky B. V.** Influence of surface sublimation on boundary layer stability at high Mach number. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1404, p. 012079.
 19. **Gaponov S. A., Petrov G. V.** Stability of the boundary layer with nonequilibrium gas dissociation. Novosibirsk, Nauka, 2013. (in Russ.)
 20. **Polezhaev Yu. V., Yurevich F. B.** Thermal protection. Moscow, Energiya, 1976. (in Russ.)
 21. **Hirschfelder J. O., Curtiss C. F., Bird R. B.** Molecular Theory of Gases and Liquids. New York, Wiley, 1954.
 22. **Dorrance W. H.** Viscous hypersonic flow. New York, McGraw-Hill, 1962.
 23. **Fomin V. M., Kharitonov A. M., Maslov A. A., Shiplyuk A. N., Shumskii V. V., Yaroslavl'tsev M. I., Zvegintsev V. I.** Hypersonic Short-Duration Facilities for Aerodynamic Research at ITAM, Russia. In: *Experimental Methods of Shock Wave Research*. Berlin, Heidelberg, New York, Springer Verlag, 2016, vol. 9, p. 315–346.
 24. **Bosheniatov B. V., Zatuloka V. V., Yaroslavl'tsev M. I.** Investigation of laminar boundary layer transition into turbulent state in pulsed hypersonic wind tunnel IT-302 at Mach numbers 8–11.5. In: *Aerophysical Research*. Novosibirsk, ITAM SB AS USSR, 1973, p. 89. (in Russ.)
 25. **Antonov A. S., Bosheniatov B. V., Zatuloka V. V.** Laminar-turbulent transition and separation of hypersonic boundary layer at high Reynolds numbers. In: *Gas dynamics and physical kinetics*. Novosibirsk, ITAM SB AS USSR, 1974, p. 83–85. (in Russ.)

Материал поступил в редколлегию

Received
03.02.2020

Сведения об авторах / Information about the Authors

Лысенко Владимир Иванович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича, (Новосибирск, Россия)

Vladimir I. Lysenko, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

vl@itam.nsc.ru

Гапонов Сергей Александрович, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН (Новосибирск, Россия)

Sergey A. Gaponov, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

gaponov@itam.nsc.ru

Смородский Борис Владимирович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича (Новосибирск, Россия)

Boris V. Smorodsky, Candidate of Science (Physics and Mathematics), Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

smorodsk@itam.nsc.ru

Косинов Александр Дмитриевич, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, заведующий лабораторией, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича (Новосибирск, Россия)

Alexander D. Kosinov, Doctor of Science (Physics and Mathematics), head of laboratory of Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

kosinov@itam.nsc.ru

Ярославцев Михаил Иванович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича, (Новосибирск, Россия)

Mikhail I. Yaroslavtsev, Candidate of Science (Technical), Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

yaroslav@itam.nsc.ru

УДК 532.5.013.4
DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-62-79

Анализ устойчивости прямооточных струй с градиентом плотности

С. С. Абдуракипов, В. М. Дулин

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН
Новосибирск, Россия*

Аннотация

С использованием спектрального метода коллокаций Чебышева проведен анализ временной и пространственной устойчивости прямооточной круглой струи с поперечным градиентом плотности. Проанализированы характерные частоты, волновые числа и собственные моды наиболее неустойчивых возмущений струи. Сделан вывод, что учет влияния плотности в большинстве случаев приводит к уменьшению инкрементов роста всех неустойчивых мод и уменьшению их фазовых скоростей. Показано, что соотношения между фазовой и группой скоростями, полученными из временного и пространственного анализа устойчивости прямооточной струи, оказываются справедливыми лишь при больших толщинах сдвигового слоя.

Ключевые слова

гидродинамическая устойчивость, круглые струи, метод коллокаций

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-79-30075).

Для цитирования

Абдуракипов С. С., Дулин В. М. Анализ устойчивости прямооточных струй с градиентом плотности // Сибирский физический журнал. 2020. Т. 15, № 1. С. 62–79. DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-62-79

Stability Analysis of Round Jets with Density Gradient

S. S. Abdurakipov, V. M. Dulin

*Institute of Thermal Physics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation*

Abstract

Using Chebyshev spectral collocation method, the temporal and spatial stability analysis of a round jet with tangential velocity profile and transverse density gradient is carried out. The characteristic frequencies, wave numbers and eigen modes of the most unstable normal perturbations are analyzed. It is concluded that considering transverse density gradient in most cases leads to decrease in the growth rates and phase velocities of all unstable modes. It is shown that the relations between the phase and group velocities obtained from the temporal and spatial stability analysis of round jet turn out to be valid only for large shear layer thicknesses.

Keywords

stability analysis, round jet, spectral collocation method

Acknowledgements

This work was financially supported by the Russian Science Foundation (grant No. 19-79-30075).

For citation

Abdurakipov S. S., Dulin V. M. Stability Analysis of Round Jets with Density Gradient. *Siberian Journal of Physics*, 2020, vol. 15, no. 1, p. 62–79. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-62-79

© С. С. Абдуракипов, В. М. Дулин, 2020

ISSN 2541-9447

Сибирский физический журнал. 2020. Том 15, № 1
Siberian Journal of Physics, 2020, vol. 15, no. 1

Введение

Прямоточные осесимметричные турбулентные струи всегда интересовали исследователей по причине развития в них неустойчивостей в форме крупномасштабных вихревых структур. Общеизвестно, что профили средней скорости в прямоточных струях перегибные, что приводит к формированию и дальнейшему росту неустойчивости Кельвина – Гельмгольца сдвигового слоя струи. Линейный анализ устойчивости, заключающийся в изучении эволюции нормальных мод возмущений основного потока, сыграл важную роль для понимания неустойчивостей свободных струй [1–5]. Среди различных видов потоков круглая струя представляет собой важный фундаментальный объект для изучения, так как неустойчивости, возникающие в слое смещения, порождают множество других мод, которые могут существовать одновременно, по крайней мере на начальном участке струи. В литературе описывают три основных вида неустойчивости в ближней области прямоточной струи [6].

Линейный анализ устойчивости для пространственно развивающихся слоев смещения [1] и для круглых струй [2] с различными отношениями радиуса струи к толщине потери импульса показывает, что на выходе из сопла наиболее неустойчивыми являются высокочастотные возмущения сдвигового слоя. При начальном ламинарном пограничном слое на срезе сопла ($z/d < 1$) в результате механизма Кельвина – Гельмгольца сдвиговое течение становится неустойчивым к малым возмущениям, что приводит к экспоненциальному росту двумерных волн вниз по потоку. Физическим результатом проявления роста неустойчивости Кельвина – Гельмгольца является закручивание волн в вихри и формирование когерентных вихревых структур. В экспериментальной работе [7] Becker и Massaro исследовали струю с ударным профилем скорости (англ. top-hat) на выходе из сопла при разных значениях числа Рейнольдса и толщины потери импульса. Они сделали подробную визуализацию для количественной оценки длины волны осесимметричной («варикозной») моды неустойчивости ($m = 0$), ответственной за образование вихревых колец, при внешнем воздействии на поток. В работе [8] Crow и Champagne показали, что вблизи кромки сопла в тонком сдвиговом слое развивается невязкая неустойчивость Кельвина – Гельмгольца, которая увеличивается в масштабе вместе с утолщением сдвигового слоя при удалении от сопла. В этой области (до $r/d < 1$) характеристики неустойчивостей хорошо описываются линейной теорией [3, 5]. Далее на начальном участке струи в области $z/d = 1$ –6 проявляется второй вид неустойчивости, связанный с насыщением амплитуды и попарным объединением кольцевых вихрей из-за резонанса возмущений с суб- и супергармониками. В данной области преобладают низкочастотные пульсации, генерируемые наиболее крупными вихрями. В конце начального участка струи характерное число Струхала, определенное по диаметру сопла, составляет $St = fd/U_0 = 0,3$ – $0,5$. Разброс в значениях числа St обусловлен влиянием начальных условий на срезе сопла [9]. Третий вид неустойчивости связан с возникновением азимутальной неоднородности кольцевых вихрей, которая в конечном счете приводит к развалу кольцевых вихрей на «клубки» [10]. Данный тип неустойчивости ответственен за формирование продольных структур, вытянутых по потоку. Динамика продольных структур играет большую роль в процессе смешения в дальнем поле струи [11–14].

Целью данной работы являлось:

- 1) временной и пространственный анализ устойчивости ламинарной струи с тангенциальным профилем скорости и градиентом плотности в поперечном направлении;
- 2) анализ влияния поперечного градиента плотности на характеристики азимутальных мод;
- 3) сравнение результатов пространственного и временного анализа устойчивости.

Уравнения и граничные условия теории устойчивости

Система уравнений Навье – Стокса, описывающая движение вязкой несжимаемой жидкости в отсутствие внешних сил, в цилиндрической системе координат $u = (u, v, w)$ и $x = (r, \theta, z)$ преобразуется в следующую систему уравнений:

уравнение неразрывности:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

уравнение на радиальную компоненту:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right),$$

уравнение на азимутальную компоненту:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \left(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right),$$

уравнение на осевую компоненту:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w,$$

где оператор Лапласа:

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Запишем мгновенные переменные потока в виде суммы средних и малых пульсационных величин:

$$u = U + \tilde{u}, \quad v = V + \tilde{v}, \quad w = W + \tilde{w}, \quad p = P + \tilde{p}.$$

Линеаризуем систему уравнений относительно малых возмущений скорости и давления ($\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}$). Предположим, что выполняется условие квазипараллельного приближения, и малые возмущения имеют вид нормальных мод:

$$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}) = \text{Re} \left\{ [iF(r), G(r), H(r), P(r)] \exp(i(kz + m\theta - \omega t)) \right\}. \quad (1)$$

Здесь F, G, H, P – комплексные амплитуды возмущений, k – комплексное аксиальное волновое число, m – вещественное азимутальное волновое число, а θ – комплексная окружная частота. После всех преобразований итоговая система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) 6-го порядка на амплитуды возмущений:

уравнение неразрывности:

$$F' + \frac{F}{r} + \frac{mG}{r} + kH = 0, \quad (2)$$

уравнение на радиальную компоненту:

$$\begin{aligned} -\frac{iF''}{\text{Re}} + i \left[U - \frac{1}{\text{Re}r} \right] F' + \left[\omega + i \frac{dU}{dr} - \frac{mV}{r} - kW + \frac{i}{\text{Re}} \left(\frac{m^2 + 1}{r^2} + k^2 \right) \right] F + \\ + \left[\frac{i2m}{\text{Re}r^2} - \frac{2V}{r} \right] G + P' = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

уравнение на азимутальную компоненту:

$$\begin{aligned} -\frac{G''}{\text{Re}} + \left[U - \frac{1}{\text{Re}r} \right] G' + \left[-i\omega + \frac{imV}{r} + ikW + \frac{U}{r} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{m^2 + 1}{r^2} + k^2 \right) \right] G + \\ + \left[i \frac{dV}{dr} + \frac{2m}{\text{Re}r^2} + \frac{iV}{r} \right] F + \frac{imP}{r} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

уравнение на осевую компоненту:

$$-\frac{H''}{\text{Re}} + \left[U - \frac{1}{\text{Re}r} \right] H' + \left[-i\omega + \frac{imV}{r} + ikW + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{m^2}{r^2} + k^2 \right) \right] H + i \frac{dW}{dr} F + ikP = 0. \quad (5)$$

Здесь система обыкновенных дифференциальных уравнений представлена в безразмерном виде. Число Рейнольдса построено по диаметру сопла d и начальной скорости U_0 на выходе из сопла. Штрихи над переменными обозначают дифференцирование по r .

Для свободных струйных течений система уравнений должна удовлетворять граничным условиям [15]:

$$F(\infty) = G(\infty) = H(\infty) = P(\infty) = 0 \quad (r \rightarrow \infty), \quad (6)$$

$$F(0) = G(0) = H(0) = P(0) = 0 \quad (r=0, |m| > 1), \quad (7)$$

$$H(0) = P(0) = 0, \quad F(0) + mG(0) = 0, \quad 2F'(0) + mG'(0) = 0 \quad (r=0, |m|=1), \quad (8)$$

$$F(0) = G(0) = 0, \quad H'(0) = P'(0) = 0 \quad (r=0, |m|=0). \quad (9)$$

Для заданного профиля средней скорости (U, V, W) система ОДУ уравнений (2)–(5) и набор граничных условий (6)–(9) образуют задачу на собственные значения. При этом ненулевое решение (F, G, H, P) существует только тогда, когда комплексная пара (k, ω) удовлетворяет дисперсионному закону $D[k, \omega, m, \text{Re}, C] = 0$, где символ C отвечает за контролируемые параметры, связанные с профилем средней скорости потока. В зависимости от условий решения задачи на собственные значения различают три типа анализа устойчивости. Во временном анализе устойчивости задача решается для вещественного волнового числа k и комплексной частоты ω , в пространственном анализе устойчивости, наоборот, полагают ω вещественной, а k комплексным, и в самом общем случае пространственно-временного анализа устойчивости и k , и ω являются комплексными. Первый подход (временной анализ устойчивости) предполагает, что при постоянной длине волны возмущения, существуют как затухающие (если $\omega_i < 0$), так и растущие со временем моды (если $\omega_i > 0$). Здесь индекс i обозначает мнимую, а r – действительную часть. Временной анализ устойчивости применяется для исследования устойчивости ограниченных течений, где нет свободного потока, например, течение Тейлора – Куэтта между вращающимися цилиндрами [16]. Второй подход (пространственный анализ устойчивости) предполагает, что при постоянной частоте в эволюции возмущений существуют затухающие (если $-k_i < 0$) и растущие (если $-k_i > 0$) по пространству моды. Он применим для свободных сдвиговых течений, которые преимущественно конвективно неустойчивы [1; 17; 18]. Третий подход (пространственно-временной анализ устойчивости), в котором возмущения могут расти как во времени, так и по пространству, используется для потоков, где наблюдаются автоколебания с характерной частотой, связанные с областями абсолютной неустойчивости, например, в спутных струях, неизотермических струях [19], сильно закрученных струях с распадом и прецессией вихревого ядра [20]. Для определения абсолютной неустойчивости находят все точки с нулевой комплексной групповой скоростью $d\omega(k_0)/dk = 0$ с $\omega_0 = \omega(k_0)$. Такие точки (k_0, ω_0) называются седловыми. Если любая из этих точек имеет положительный временной инкремент роста, то течение будет абсолютно неустойчивым, а при отрицательных значениях инкремента – конвективно неустойчивым либо устойчивым. Физически это соответствует ситуации, когда область самоподдерживающихся возмущений разрастается в обоих направлениях.

Описание численного метода

Основная идея решения системы ОДУ (2)–(5) с граничными условиями (6)–(9) состоит в том, чтобы, применив стандартную процедуру дискретизации, свести ее к системе линей-

ных алгебраических уравнений путем разложения по базису функций, а затем вычислить неизвестные коэффициенты разложения, минимизирующие остаточную функцию [21]. Существуют различные методы, позволяющие решить эту задачу. В данной работе в качестве основного был применен спектральный метод коллокаций Чебышева [15], использующий разложение по базису из полиномов Чебышева, обладающих спектральными свойствами [21; 22]. В методе коллокаций Чебышева невязка решения минимизируется локально в каждой точке расчетной сетки [21]. В качестве вспомогательного использовался хорошо проверенный метод пристрелки [23].

Полиномы Чебышева, определенные в интервале $[-1, 1]$ и формирующие базис разложения при дискретизации системы ОДУ и граничных условий имеют вид

$$T_n(\xi) = \cos[n \cos^{-1} \xi], \quad -1 \leq \xi \leq 1.$$

Расчетная сетка формируется из точек коллокации, которые являются точками экстремума последнего в усеченной серии N -го полинома Чебышева:

$$\xi_j = \cos \frac{\pi j}{N}, \quad j = 0, 1, \dots, N.$$

Поскольку физическая область в данной задаче $[0, r_{\max}]$ не совпадает с областью определения полиномов Чебышева $[-1, 1]$, было использовано преобразование переменных. В литературе [18; 20; 24] при исследовании устойчивости струйных течений часто применяют преобразование, позволяющее сгущать точки в ядре струи, где присутствуют значительные градиенты скорости:

$$r(\xi_j) = c_1 \frac{1 - \xi}{c_2 + \xi}, \quad \text{где } c_2 = 1 + \frac{2c_1}{r_{\max}}.$$

Представим искомые амплитуды $f(\xi) = [F, G, H, P]$ в виде разложения по базису из N полиномов Чебышева:

$$f(\xi) = \sum_{n=0}^N a_n T_n(\xi).$$

Тогда производные будут иметь следующий вид:

$$\left(\frac{df}{d\xi} \right)_j = \sum_{n=0}^N A_{jn} f_n, \quad \left(\frac{d^2 f}{d\xi^2} \right)_j = \sum_{n=0}^N B_{jn} f_n,$$

где элементы матриц коэффициентов первой и второй производных задаются формулами

$$A_{jn} = \frac{\bar{C}_j (-1)^{j+n}}{C_n (\xi_j + \xi_n)}, \quad (j \neq n); \quad A_{jj} = \frac{-\xi_j}{2(1 - \xi_j^2)}; \quad A_{00} = \frac{2N^2 + 1}{6} = -A_{NN}; \quad B_{jn} = A_{jn} A_{jn};$$

$$\bar{C}_0 = \bar{C}_N = 2, \quad C_j = 1, \quad (1 \leq j \leq N-1).$$

После подстановки вышеуказанных разложений и приведения к компактной форме система ОДУ (2)–(5) записывается в форме системы линейных алгебраических уравнений: уравнение неразрывности:

$$\left(\frac{d\xi}{dr} \right)_j \sum_{n=0}^N A_{jn} F_n + \frac{1}{r(\xi_j)} F_j + \frac{m}{r(\xi_j)} G_j + k H_j = 0,$$

уравнение на радиальную компоненту:

$$\left(\frac{d^2 \xi}{dr^2} \right)_j \sum_{n=0}^N B_{jn} F_n + \left[\frac{1}{r(\xi_j)} - \text{Re} U_j \right] \left(\frac{d\xi}{dr} \right)_j \sum_{n=0}^N A_{jn} F_n +$$

$$+ \left[i \text{Re} \omega - \text{Re} \left(\frac{dU}{dr(\xi_j)} \right)_j - \frac{i \text{Re} m V_j}{r(\xi_j)} - \frac{m^2 + 1}{r^2(\xi_j)} \right] F_j -$$

$$-\left[\frac{2m}{r^2(\xi_j)} + \frac{i2\text{Re}V_j}{r(\xi_j)}\right]G_j + i\text{Re}\left(\frac{d\xi}{dr}\right)_j \sum_{n=0}^N A_{jn}P_n - ik\text{Re}W_jF_j - k^2F_j = 0,$$

уравнение на азимутальную компоненту:

$$-\left[\text{Re}\left(\frac{dV}{dr(\xi_j)}\right)_j + \frac{2m}{r^2(\xi_j)} + \frac{i2\text{Re}V_j}{r(\xi_j)}\right]F_j + \left(\frac{d^2\xi}{dr^2}\right)_j \sum_{n=0}^N B_{jn}G_n + \left[\frac{1}{r(\xi_j)} - \text{Re}U_j\right]\left(\frac{d\xi}{dr}\right)_j \sum_{n=0}^N A_{jn}G_n + \\ + \left[i\text{Re}\omega - \frac{i\text{Re}mV_j}{r(\xi_j)} - \frac{\text{Re}U_j}{r(\xi_j)} - \frac{m^2+1}{r^2(\xi_j)}\right]G_j - \frac{i\text{Re}m}{r(\xi_j)}P_j - ik\text{Re}W_jG_j - k^2G_j = 0,$$

уравнение на осевую компоненту:

$$i\text{Re}\left(\frac{dW}{dr(\xi_j)}\right)_j + \left(\frac{d^2\xi}{dr^2}\right)_j \sum_{n=0}^N B_{jn}H_n + \left[\frac{1}{r(\xi_j)} - \text{Re}U_j\right]\left(\frac{d\xi}{dr}\right)_j \sum_{n=0}^N A_{jn}H_n + \\ + \left[i\text{Re}\omega - \frac{i\text{Re}mV_j}{r(\xi_j)} - \frac{m^2}{r^2(\xi_j)}\right]H_j - ik\text{Re}W_jH_j - ik\text{Re}P_j - k^2H_j = 0.$$

Для временного анализа устойчивости вышеуказанные алгебраические уравнения с граничными условиями могут быть переписаны в виде обобщенной задачи на собственные значения в матричном виде:

$$DX = \omega EX, \text{ где } X = [F, G, H, P]^T.$$

Для пространственного анализа устойчивости уравнения являются квадратичными по k , поэтому для линеаризации полученных уравнений необходимо ввести дополнительные переменные вида

$$\bar{F} = kF, \quad \bar{G} = kG, \quad \bar{H} = kH.$$

После этой процедуры задачу на собственные значения для пространственного анализа устойчивости можно записать в виде

$$DX = kEX, \text{ где } X = [F, G, H, P, \bar{F}, \bar{G}, \bar{H}]^T.$$

Здесь D и E – матрицы коэффициентов размерности $(4 \times (N+1))^2$ (для временной задачи) и $(7 \times (N+1))^2$ (для пространственной задачи устойчивости), полученные после дискретизации системы ОДУ; ω и k – собственные значения, несущие информацию об устойчивости решений; X – вектор собственных функций задачи устойчивости. При формировании матриц D и E строки, соответствующие алгебраическим уравнениям в граничных точках, были заменены на граничные условия (6)–(9), записанные в дискретном виде по аналогии с основными уравнениями. В зависимости от временной или пространственной задачи, 8 или 14 последних строк матрицы D и E содержали граничные условия. Обобщенная задача на собственные значения решалась с использованием QZ алгоритма. Более подробную информацию о формировании матриц в задаче на собственные значения и о процедуре ее решения можно найти в работах [15; 25].

После решения обобщенной задачи на собственные значения необходимо отсеять нефизические решения, вызванные дискретизацией системы уравнений. Для этого была использована процедура, основанная на последовательном применении трех критериев отсева мод, аналогично работе [20]. Первый критерий требует затухания решений на бесконечности:

$$\frac{\sum_{j=10}^{N/10} |F(r_j)|^2}{\sum_{j=10}^N |F(r_j)|^2} < \varepsilon_1.$$

Второй и третий критерий используют свойство быстрой сходимости и нечувствительности физических решений к изменению числа полиномов Чебышева:

$$\min(\omega - \omega') < \varepsilon_2 \text{ или } \min(k - k') < \varepsilon_2.$$

$$|1 - (X, X')| < \varepsilon_3. \quad (10)$$

Здесь штрих сверху и его отсутствие обозначают собственные числа и собственные функции, вычисленные при разных наборах N' и N полиномов Чебышева. В записи третьего критерия (10) круглые скобки соответствуют скалярному произведению собственных функций.

Таким образом, спектральный метод коллокаций Чебышева позволяет реализовать простой матричный алгоритм, например, в среде MATLAB, для эффективного решения целого класса задач гидродинамической устойчивости.

Описание средних профилей

В расчетах использовался тангенциальный профиль осевой компоненты скорости вида

$$W(r) = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left[\frac{1}{4\theta_{sl}} \left(\frac{1}{r} - r \right) \right] \right),$$

подобный используемому в ранних работах [1; 26], с хорошей точностью приближающий экспериментальные профили на начальном участке струи. Данный профиль показан на рис. 1, а для трех значений параметра θ_{sl} , характеризующего толщину сдвигового слоя (толщину потери импульса). Радиальная координата нормирована на радиус струи R , а скорость – на максимум осевой скорости на оси струи $W_{\max}$:

$$\theta_{sl} = \int_0^{\infty} \frac{W}{W_{\max}} \left(1 - \frac{W}{W_{\max}} \right) dr.$$

Для учета влияния неоднородной плотности в анализе устойчивости в случае потоков с горением радиальное распределение безразмерной температуры задавалось профилем Крокко – Бузмана [27]:

$$T(r) = s + (1-s)W(r) + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 [1-W(r)]W(r).$$

Здесь $s = T_{\infty} / T_{cl}$ – отношение температуры на периферии струи к температуре на ее оси; $Ma = W_{cl} / c_s$ – число Маха, равное отношению скорости потока на оси струи к скорости звука c_s ; γ – показатель адиабаты.

Профиль безразмерной плотности, определяемый согласно уравнению состояния идеального газа как профиль обратной температуры, показан на рис. 1, б. В данных расчетах влияние стохастических турбулентных пульсаций не учитывалось.

Результаты

Временной анализ устойчивости прямоточной струи

В работе представлены результаты исследования временной устойчивости ламинарной прямоточной струи с тангенциальным профилем скорости, в том числе при вариации плотности в радиальном направлении.

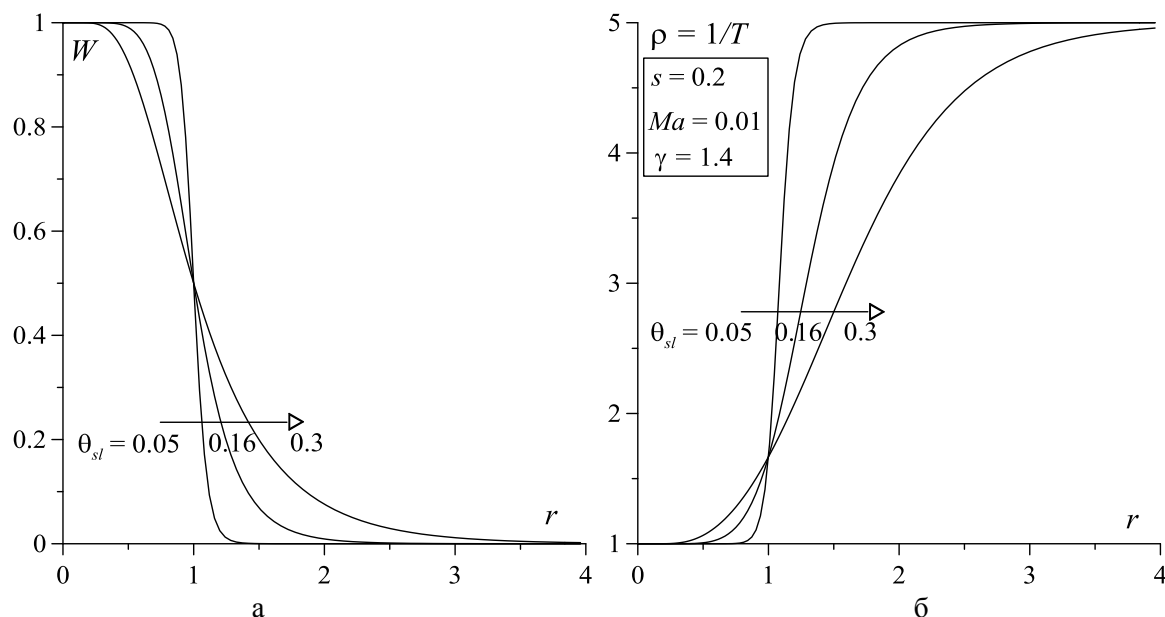


Рис. 1. Профили средней осевой скорости (а) и плотности (б) прямоточной ламинарной струи при различных толщинах сдвигового слоя θ_{sl}

Fig. 1. Profiles of mean axial velocity (a) and density (b) of a round laminar jet at various shear layer thicknesses θ_{sl}

На рис. 2 для примера показаны зависимости дисперсионных кривых, а именно инкремента роста $\omega_{im}(k)$ и частоты возмущений $\omega_{re}(k)$ как функций вещественного волнового числа k , для осесимметричной («варикозной») моды $m = 0$ от числа Рейнольдса при фиксированной толщине сдвигового слоя $\theta_{sl} = 0,16$. Можно видеть, во-первых, что кривые неустойчивости занимают конечную область определения по аксиальным волновым числам k и имеют максимум, во-вторых, рост неустойчивости с увеличением Re , в-третьих, характерную сходимость дисперсионных кривых с ростом Re к кривой, соответствующей невязкому пределу $Re \rightarrow \infty$. Эта кривая, отмеченная на графиках пунктирной линией, лежит незначительно выше вязкого решения при $Re = 8000$. Можно заметить, что фазовые скорости возмущений $c_{ph} = \omega_{re}/k$, отвечающих «варикозной» моде $m = 0$, практически не зависят от числа Re . Дисперсионные кривые для старших мод $m = \pm 1$ и $m = \pm 2$ имеют схожий вид с показанными для нулевой моды. Однако есть небольшие расхождения при малых волновых числах k . Аналогичную картину в зависимости от Re можно наблюдать для мод $m = \pm 1$ и $m = \pm 2$ как для инкрементов роста, так и для фазовых скоростей.

При малых толщинах сдвигового слоя $\theta_{sl} = 0,05$, характерных для профилей течения у самой кромки сопла, где наблюдаются значительные градиенты осевой компоненты скорости в радиальном направлении, большое число гармоник $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ неустойчивы с примерно равными и большими по величине инкрементами роста (рис. 3). Однако, как можно заметить, «варикозная» мода $m = 0$ незначительно доминирует над всеми остальными. С ростом толщины сдвигового слоя, происходящим при удалении от кромки сопла, наблюдается резкое уменьшение инкрементов роста всех неустойчивых мод. Инкремент роста уменьшается более чем в 4 раза для мод с волновыми числами $|m| < 3$, а остальные вовсе становятся устойчивыми при дальнейшем увеличении θ_{sl} . При толщине сдвигового слоя $\theta_{sl} = 0,16$ «синусоидальная» мода ($m = \pm 1$) (также называемая в литературе «флаговой») незначительно доминирует над «варикозной» ($m = 0$). При дальнейшем увеличении θ_{sl} доминирующая роль моды «флаговой» неустойчивости ($m = \pm 1$) возрастает. Полученный результат находится в хорошем соответствии с работами [1; 26] в количественном и качественном от-

ношении. Пространственная форма когерентных возмущений, получаемых из временного анализа устойчивости, представляет собой «стоячие волны» с заранее заданной длиной волны, что малоинформативно, поэтому они не представлены в данной работе.

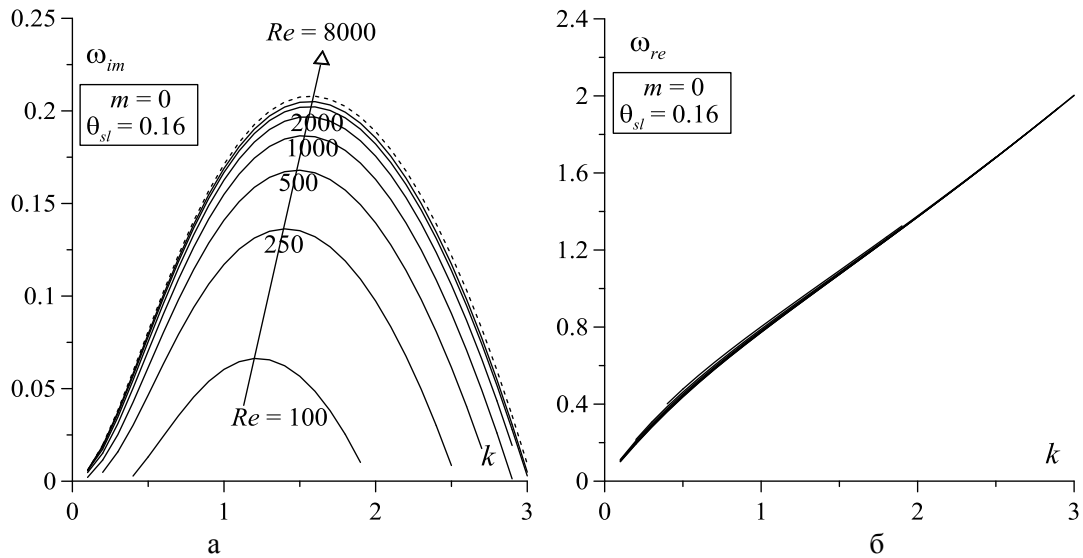


Рис. 2. Зависимость дисперсионных кривых временного анализа устойчивости прямооточной струи ((а) инкрементов временного роста и (б) частот возмущений) для осесимметричной моды ($m = 0$) от числа Рейнольдса при толщине сдвигового слоя $\theta_{sl} = 0.16$. Штрихованная линия соответствует невязкому пределу

Fig. 2. Dependence of the dispersion curves of the temporal stability analysis of a round jet ((a) increments of temporary growth and (b) perturbation frequencies) for the axisymmetric mode ($m = 0$) on the Reynolds number for the shear layer thickness $\theta_{sl} = 0.16$. The dashed line corresponds to the inviscid limit

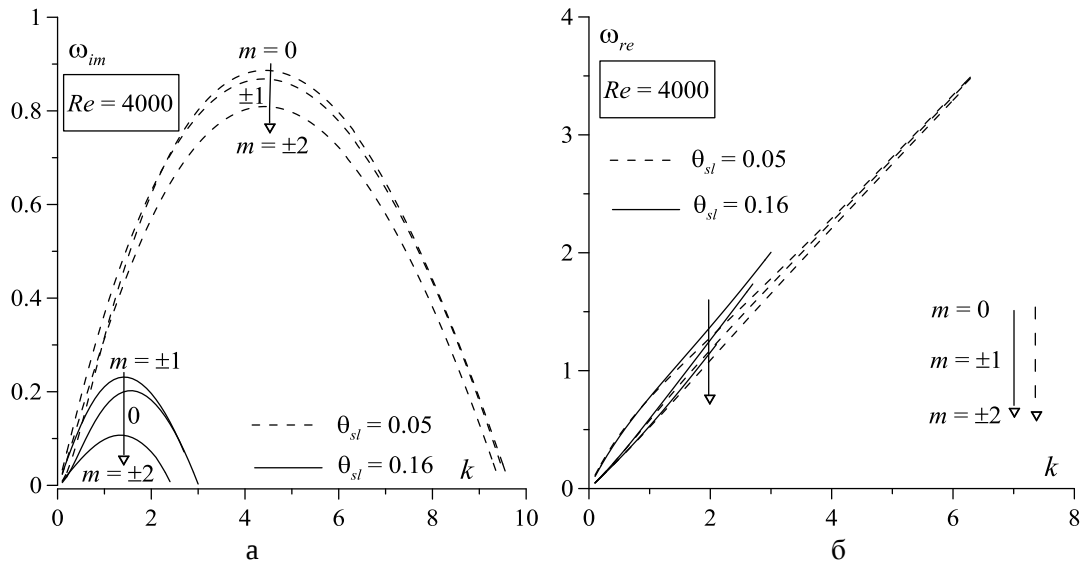


Рис. 3. Дисперсионные кривые временного анализа устойчивости прямооточной струи ((а) инкременты временного роста и (б) частоты возмущений) при фиксированном числе $Re = 4000$ и разных толщинах сдвигового слоя $\theta_{sl} = 0.05$ и 0.16

Fig. 3. Dispersion curves of temporary stability analysis of a round jet ((a) increments of temporary growth and (b) the frequency of disturbances) for a fixed number $Re = 4000$ and different shear layer thicknesses $\theta_{sl} = 0.05$ and 0.16

Было проанализировано влияние изменения плотности в радиальном направлении на дисперсионные кривые, полученные из временного анализа устойчивости. При изменении параметров профиля плотности s , Ma , γ обнаружено, что величина s , соответствующая отношению температуры на периферии струи к температуре на ее оси, является определяющей, в то время как вариация остальных не приводила к существенным изменениям дисперсионных кривых. Другими словами, результаты анализа устойчивости значительно зависели лишь от разницы значений функции плотности в ядре и на периферии струи, но не от формы соответствующего профиля. В данной работе три значения $s = 0,2, 0,5, 0,7$ использовались для изменения скачка функции плотности. На рис. 4 в качестве примера показано сравнение дисперсионных кривых без учета (сплошные) и с учетом изменения плотности (пунктирные линии) для $Re = 4000$ и толщины сдвигового слоя $\theta_{sl} = 0,16$. Параметры профиля плотности равнялись $s = 0,2$, $Ma = 0,01$, $\gamma = 1,4$. Число Маха было оценено из данных эксперимента при том же числе Рейнольдса, а показатель адиабаты соответствовал значению для воздуха. Из анализа большого числа полученных зависимостей для прямоточной струи был сделан вывод, что учет влияния плотности в большинстве случаев приводит к стабилизации (уменьшению инкрементов роста) всех неустойчивых мод и уменьшению их фазовых скоростей, как показано на рис. 4.

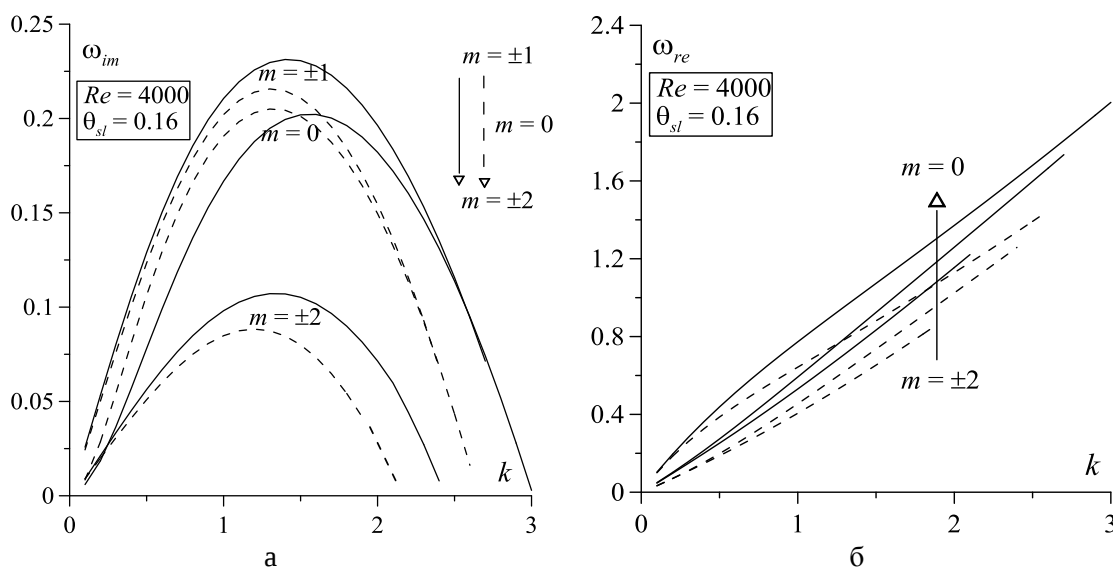


Рис. 4. Сравнение дисперсионных кривых временного анализа устойчивости прямоточной струи ((a) инкременты временного роста и частот (б) возмущений) без учета (сплошные кривые) и с учетом изменения плотности (пунктирные) для числа $Re = 4000$ и толщины сдвигового слоя $\theta_{sl} = 0,16$. Параметры профиля плотности: $s = 0,2$, $Ma = 0,01$, $\gamma = 1,4$

Fig. 4. Comparison of the dispersion curves of the temporal stability analysis of a round jet ((a) increments of temporary growth and frequencies (b) of disturbances) without taking into account (solid curves) and taking into account the density gradient (dashed) for the Reynolds number $Re = 4000$ and the thickness of the shear layer $\theta_{sl} = 0.16$. Density profile parameters: $s = 0.2$, $Ma = 0.01$, $\gamma = 1.4$

Пространственный анализ устойчивости прямоточной струи

В работе рассмотрены результаты исследования пространственной устойчивости ламинарной прямоточной струи с тангенциальным профилем скорости, в том числе при вариации плотности в радиальном направлении.

На рис. 5 показана зависимость дисперсионных кривых $-k_{im}(\omega)$ и $k_{re}(\omega)$ пространственного анализа устойчивости для «варикозной» моды $m = 0$ от числа Рейнольдса при толщине сдви-

гового слоя $\theta_{sl} = 0,16$. Как и для временного анализа устойчивости, наблюдается рост уже пространственной неустойчивости при увеличении Re и сходимость к невязкому пределу. Можно видеть совпадение фазовых скоростей мод в области неустойчивости и их различие в области устойчивости (см. рис. 5, б). Характерная зависимость от Re наблюдалась также для первой и второй азимутальной моды.

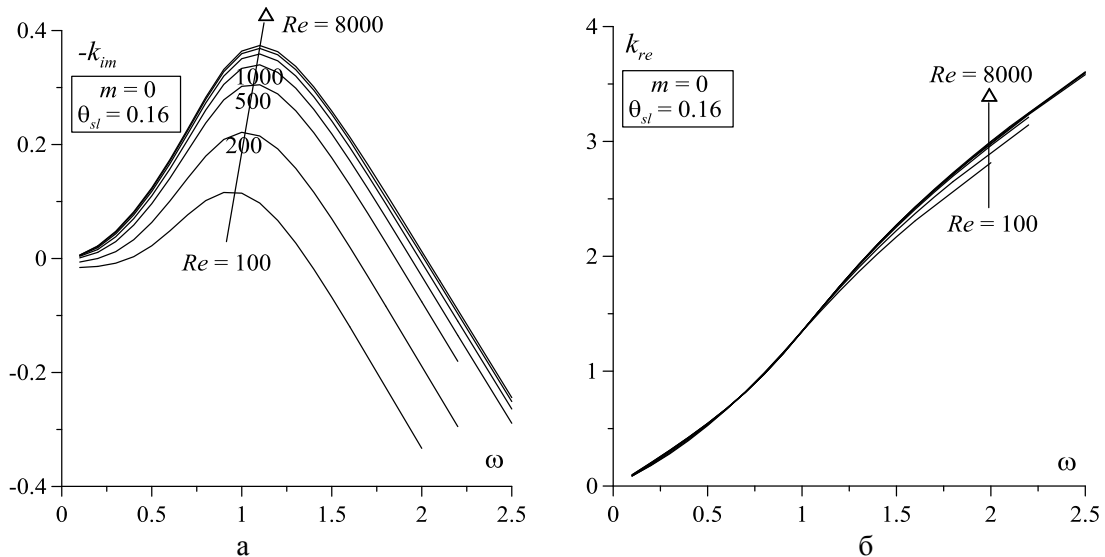


Рис. 5. Зависимость дисперсионных кривых пространственного анализа устойчивости прямоточной струи ((а) инкрементов пространственного роста и (б) аксиальных волновых чисел) для осесимметричной моды ($m = 0$) от числа Рейнольдса при толщине сдвигового слоя $\theta_{sl} = 0,16$

Fig. 5. The dependence of the dispersion curves of the spatial stability analysis of a round jet ((a) spatial growth increments and (b) axial wavenumbers) for the axisymmetric mode ($m = 0$) on the Reynolds number for the shear layer thickness $\theta_{sl} = 0.16$

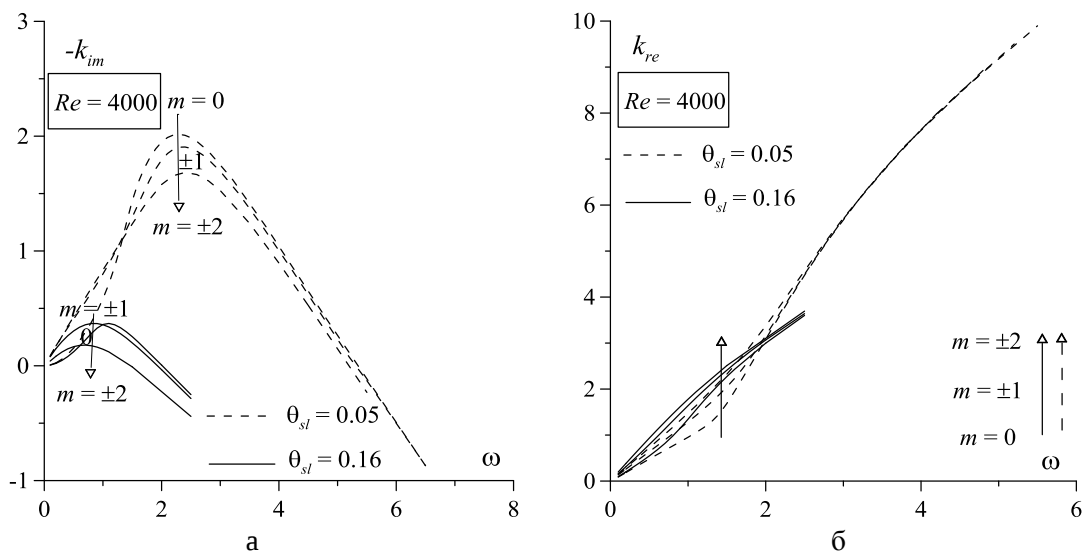


Рис. 6. Дисперсионные кривые пространственного анализа устойчивости прямоточной струи ((а) инкременты пространственного роста и (б) аксиальные волновые числа) при фиксированном числе $Re = 4000$ и разных толщинах сдвигового слоя $\theta_{sl} = 0,05$ и $0,16$

Fig. 6. Dispersion curves of the spatial stability analysis of a round jet ((a) spatial growth increments and (b) axial wavenumbers) for a fixed number $Re = 4000$ and different shear layer thicknesses $\theta_{sl} = 0.05$ and 0.16

Как и в случае временного анализа устойчивости, было проанализировано поведение дисперсионных кривых при изменении толщины сдвигового слоя (рис. 6). Сравнивая рис. 3 и 6, можно видеть, что они хорошо соотносятся друг с другом. Пространственный анализ устойчивости также демонстрирует значительный рост неустойчивости всех мод при малых толщинах сдвигового слоя. При малых θ_{sl} доминирует «варикозная» неустойчивость, но с увеличением толщины сдвигового слоя ее сменяет «флаговая». При увеличении толщины сдвигового слоя до $\theta_{sl} = 0,3$ доминирующее влияние $m = \pm 1$ над $m = 0$ возрастает, а все моды с $|m| > 1$ становятся устойчивыми. При такой толщине сдвигового слоя максимальные инкременты роста на порядок меньше, чем при $\theta_{sl} = 0,05$. Согласно пространственно-временному анализу устойчивости, результаты которого не представлены в данной работе, «варикозная» и «синусоидальная» моды имели конвективный характер неустойчивости для всех рассмотренных параметров профиля.

Результаты пространственного анализа устойчивости с учетом переменной плотности показывают, что аналогично результатам, полученным для временного анализа устойчивости, наблюдается уменьшение инкрементов пространственного роста ($-k_{im}$) всех неустойчивых мод. При этом чем больше разница плотности в ядре струи и на периферии, определяемая параметром s аналитического профиля плотности, тем больший стабилизационный эффект имеет место.

В работе обнаружено хорошее совпадение собственных функций (амплитуд возмущений) с приведенными в работе [26], где был использован другой численный метод. В качестве наглядного примера на рис. 7–9 показаны изоповерхности радиальной компоненты $\tilde{u}$ когерентных возмущений для первых трех азимутальных мод $m = 0, \pm 1, \pm 2$. Разный цвет соответствует значениям скорости противоположного знака. Собственные функции вычислены для максимумов дисперсионных кривых, приведенные на рис. 6. Пространственная форма возмущений была восстановлена на основе формулы (1) для нулевого момента времени. На левом и правом фрагментах каждого рисунка для сравнения показана пространственная форма мод при $\theta_{sl} = 0,05$ и $0,16$. Сразу можно заметить существенно отличие аксиальных длин волн наиболее неустойчивых возмущений. Малая длина волны возмущений и большие показатели роста по пространству визуально делают практически неразличимыми моды при малых толщинах сдвигового слоя.

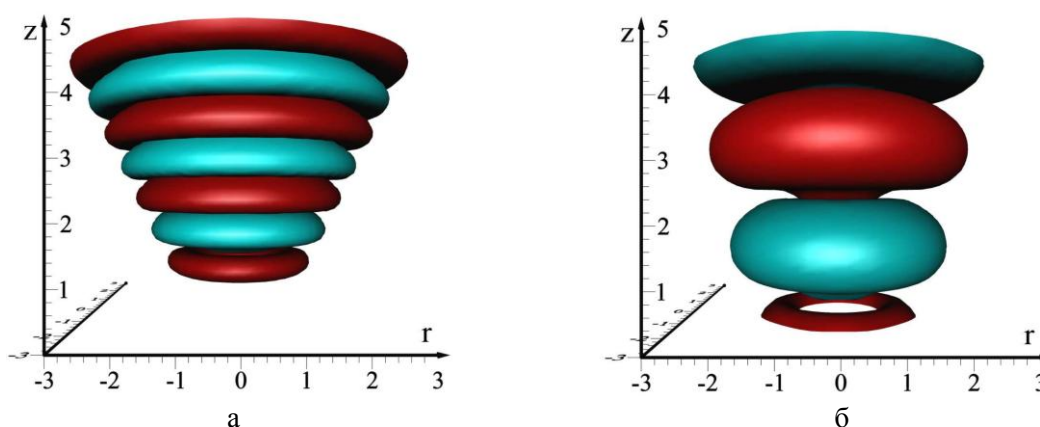


Рис. 7. Изоповерхности радиальной компоненты когерентных возмущений «варикозной» моды ($m = 0$) при максимальном инкременте роста, полученные из пространственного анализа устойчивости прямоточной струи при (а) $\theta_{sl} = 0,05$ ($\omega = 2,3$, $k_{re} = 3,93$, $\tilde{u} = \pm 0,2$) и (б) $\theta_{sl} = 0,16$ ($\omega = 1,1$, $k_{re} = 1,54$, $\tilde{u} = \pm 0,1$). Цветом показаны значения разного знака

Fig. 7. Isosurfaces of the radial component of coherent perturbations of the “varicose” mode ($m = 0$) at maximum growth increment, obtained from spatial stability analysis of a round jet at (a) $\theta_{sl} = 0.05$ ($\omega = 2.3$, $k_{re} = 3.93$, $\tilde{u} = \pm 0.2$) and (b) $\theta_{sl} = 0.16$ ($\omega = 1.1$, $k_{re} = 1.54$, $\tilde{u} = \pm 0.1$). Color shows the values of different signs

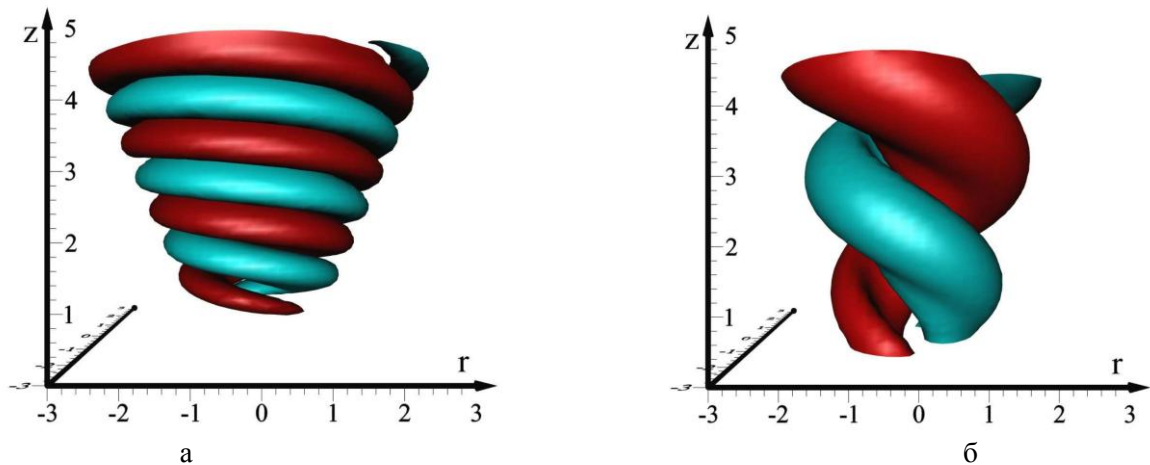


Рис. 8. Изоповерхности радиальной компоненты когерентных возмущений «синусоидальной» моды ($m = \pm 1$) при максимальном инкременте роста, полученные из пространственного анализа устойчивости прямоточной струи при (а) $\theta_{sl} = 0,05$ ($\omega = 2,4$, $k_{re} = 4,23$, $\tilde{u} = \pm 0,2$) и (б) $\theta_{sl} = 0,16$ ($\omega = 0,8$, $k_{re} = 1,30$, $\tilde{u} = \pm 0,1$). Цветом показаны значения разного знака

Fig. 8. Isosurfaces of the radial component of coherent perturbations of the “sinusoidal” mode ($m = \pm 1$) at maximum growth increment, obtained from the spatial stability analysis of a round jet at (a) $\theta_{sl} = 0.05$ ($\omega = 2.4$, $k_{re} = 4.23$, $\tilde{u} = \pm 0.2$) and (b) $\theta_{sl} = 0.16$ ($\omega = 0.8$, $k_{re} = 1.30$, $\tilde{u} = \pm 0.1$). Color shows the values of different signs

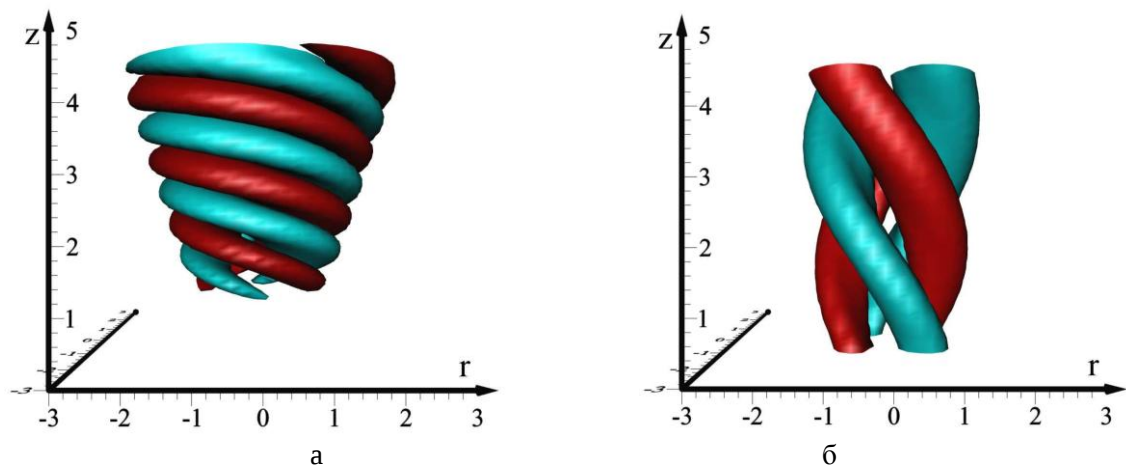


Рис. 9. Изоповерхности радиальной компоненты когерентных возмущений моды ($m = \pm 2$) при максимальном инкременте роста, полученные из пространственного анализа устойчивости прямоточной струи при (а) $\theta_{sl} = 0,05$ ($\omega = 2,4$, $k_{re} = 4,32$, $\tilde{u} = \pm 0,2$) и (б) $\theta_{sl} = 0,16$ ($\omega = 0,7$, $k_{re} = 1,28$, $\tilde{u} = \pm 0,1$)

Fig. 9. Isosurfaces of the radial component of coherent mode perturbations ($m = \pm 2$) at the maximum growth increment, obtained from the spatial stability analysis of a round jet at (a) $\theta_{sl} = 0.05$ ($\omega = 2.4$, $k_{re} = 4.32$, $\tilde{u} = \pm 0.2$) and (b) $\theta_{sl} = 0.16$ ($\omega = 0.7$, $k_{re} = 1.28$, $\tilde{u} = \pm 0.1$)

Сравнение результатов временного и пространственного анализа устойчивости

Согласно работе [28], комплексные частоты и волновые числа, получаемые из временного (Temporal Stability, TS) и пространственного (Spatial Stability, SS) анализа устойчивости связаны между собой следующими соотношениями Гастера:

$$k_{re}(SS) \approx k_{re}(TS), \quad \omega_{re}(SS) \approx \omega_{re}(TS), \quad \frac{\omega_{im}(TS)}{-k_{im}(SS)} \approx \frac{\partial \omega_{re}}{\partial k_{re}}. \quad (11)$$

Для проверки соотношений (11) в данной работе было проведено сравнение фазовых и групповых скоростей азимутальных мод $m = 0, \pm 1, \pm 2$ для трех значений толщин сдвигового слоя. В качестве наглядного примера на рис. 10 представлено сравнение лишь для осесимметричной моды ($m = 0$). При малой величине $\theta_{sl} = 0,05$ (рис. 10, а) заметно существенное различие фазовых скоростей, однако при $\theta_{sl} = 0,3$ они совпадают с хорошей точностью. Аналогичная картина наблюдается и при сравнении групповых скоростей на рис. 10, в и г. Таким образом, соотношения (11) для прямоточной струи оказываются справедливыми лишь при больших толщинах сдвигового слоя.

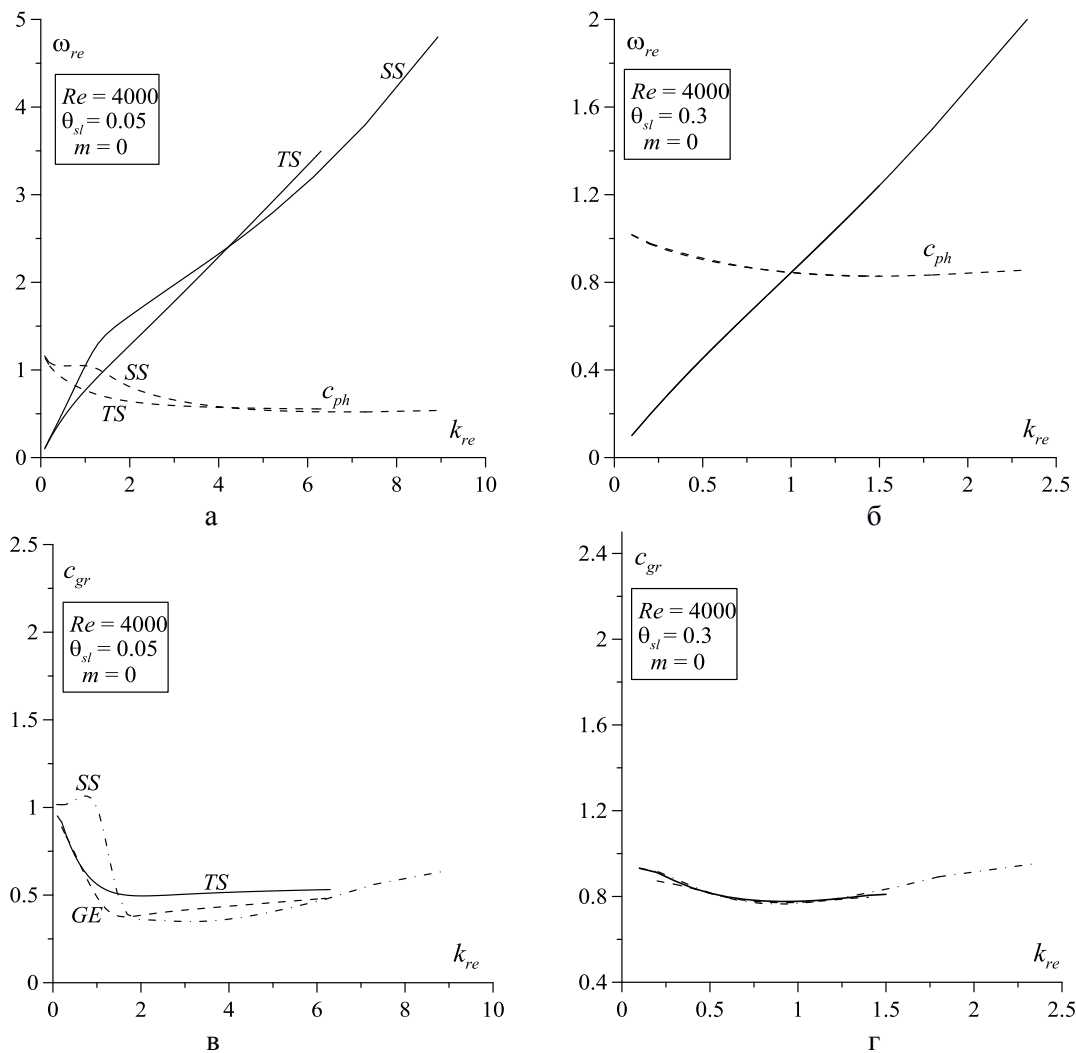


Рис. 10. Фазовые (а, б) и групповые (в, г) скорости для «варикозной» моды ($m = 0$), полученные из временного (TS) и пространственного (SS) анализа устойчивости и соотношений Гастера (GE) (11) для прямоточной струи при малой ($\theta_{sl} = 0,05$) и большой ($\theta_{sl} = 0,16$) толщине сдвигового слоя

Fig. 10. Phase (a, b) and group (c, d) velocities for the “varicose” mode ($m = 0$) obtained from the time (TS) and spatial (SS) stability analysis and Gaster (GE) relations (11) for a round jet at small ($\theta_{sl} = 0.05$) and large ($\theta_{sl} = 0.16$) shear layer thickness

Заключение

Проведены исследования временной и пространственной устойчивости прямооточной ламинарной струи с тангенциальным профилем скорости, в том числе при вариации плотности в радиальном направлении. Проанализированы характерные частоты, волновые числа и собственные функции наиболее неустойчивых возмущений. Рассмотрен эффект влияния радиального градиента плотности на характеристики наиболее неустойчивых мод.

На основе временного анализа устойчивости показано, что при малых толщинах сдвигового слоя характерные для профилей течения у самой кромки сопла, где наблюдаются значительные градиенты осевой компоненты скорости в радиальном направлении, большое число гармоник неустойчивы с примерно равными и большими по величине инкрементами роста. Мода варикозной неустойчивости $m = 0$ имеет наибольший инкремент роста. С ростом толщины сдвигового слоя, происходящим при удалении от кромки сопла, наблюдается существенное снижение инкрементов роста всех неустойчивых мод. На основе пространственного анализа устойчивости показано, что при малых толщинах сдвигового слоя также доминирует мода варикозной неустойчивости $m = 0$, но с увеличением толщины сдвигового слоя ее сменяет мода флаговой неустойчивости $m = 1$. Согласно пространственно-временному анализу устойчивости варикозная и синусоидальная моды имели характеристики конвективной неустойчивости для всех рассмотренных параметров профиля.

Было проанализировано влияние изменения плотности в радиальном направлении на дисперсионные кривые, полученные из временного анализа устойчивости. Результаты анализа устойчивости значительно зависели лишь от разницы значений функции плотности в ядре и на периферии струи, но не от формы соответствующего профиля.

В работе показано, что соотношения Гастера между фазовой и группой скоростью, рассчитанные из временного и пространственного анализа устойчивости для прямооточной струи, оказываются справедливыми лишь при больших толщинах сдвигового слоя.

В дальнейших работах будут представлены подробные результаты пространственно-временного анализа устойчивости с учетом эффектов переменной вязкости и плотности для данных экспериментального исследования турбулентных струй, в том числе с закруткой потока.

Список литературы

1. **Michalke A.** On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *J. Fluid Mech.*, 1965, vol. 23 (3), p. 521–544.
2. **Michalke A., Fuchs H. V.** On turbulence and noise of an axisymmetric shear flow. *J. Fluid Mech.*, 1975, vol. 70 (1), p. 179–205.
3. **Мулляджанов Р. И., Сандберг Р. Д., Абдуракипов С. С., Джордж В. К., Ханъялич К.** О спиральных структурах в круглой турбулентной струе // Сибирский физический журнал. 2017. Т. 12, № 4. С. 40–50.
4. **Mullyadzhanov R. I., Sandberg R. D., Abdurakipov S. S., George W. K., Hanjalić K.** Propagating helical waves as a building block of round turbulent jets. *Phys. Rev. Fluids*, 2018, vol. 3 (6), p. 062601.
5. **Cohen J., Wygnanski I.** The evolution of instabilities in the axisymmetric jet. Part 1. The linear growth of disturbances near the nozzle. *J. Fluid Mech.*, 1987, vol. 176, p. 191–219.
6. **Гиневский А. С., Власов Е. В., Каравосов Р. К.** Акустическое управление турбулентным струями. М.: Физматлит, 2001.
7. **Becker H. A., Massaro T. A.** Vortex evolution in a round jet. *J. Fluid Mech.*, 1968, vol. 31, p. 435–448.

8. **Crow S. C., Champagne F. H.** Orderly structure in jet turbulence. *J. Fluid Mech.*, 1971, vol. 48, p. 547–591.
9. **Kim J., Choi H.** Large eddy simulation of circular jet: effect of inflow conditions on the near fel. *J. Fluid Mech.*, 2009, vol. 620, p. 381–411.
10. **Бильский А. В.** Гидродинамическая структура осесимметричной импактной струи: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 2006.
11. **Litvinenko M., Kozlov V., Kozlov G., Grek G.** Effect of streamwise streaky structures on turbulization of a circular jet. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2004, vol. 45, no. 3, p. 349–357.
12. **Грек Г. Р., Козлов В. В., Литвиненко Ю. А.** Устойчивость дозвуковых струйных течений. Новосибирск, 2012.
13. **Абдуракипов С. С., Дулин В. М., Токарев М. П., Маркович Д. М.** Анализ когерентных структур в осесимметричной и шевронной струях // Сибирский физический журнал. 2018. Т. 13, № 4. С. 46–59.
14. **Mullyadzhazhanov R., Abdurakipov S., Hanjalic K.** On coherent structures and mixing characteristics in the near field of a rotating-pipe jet. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2017, vol. 63, p. 139–148.
15. **Khorrami M. R., Malik M. R., Ash R. L.** Application of spectral collocation techniques to the stability of swirling flows. *J. Comp Phys.*, 1989, vol. 81, p. 206–229.
16. **Cottrell D. L., Pearlstein A. J.** Linear stability of spiral and annular Poiseuille flow for small radius ratio. *J. Fluid Mech.*, 2006, vol. 547, p. 1–20.
17. **Olendraru C., Sellier A.** Viscous effects in the absolute-convective instability of the Batchelor vortex. *J. Fluid Mech.*, 2002, vol. 459, p. 371–396.
18. **Parras L., Fernandez-Feria R.** Spatial stability and the onset of absolute instability of Batchelor's vortex for high swirl numbers. *J. Fluid Mech.*, 2007, vol. 583, p. 27–43.
19. **Michalke A.** Absolute inviscid instability of a ring jet with back-flow and swirl. *European Journal Mechanics B: Fluids*, 1999, vol. 18 (1), p. 3–12.
20. **Oberleithner K., Sieber M., Nayeri C. N. et al.** Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown: stability analysis and empirical mode construction. *J. Fluid Mech.*, 2011, vol. 679, p. 383–414.
21. **Boyd J. P.** Chebyshev and Fourier Spectral Methods. 2nd ed. New York, DOVER Publ., 2000.
22. **Trefethen L. N.** Spectral methods in MATLAB. Philadelphia, SIAM, 2000.
23. **Lessen M., Paillet M.** The evolution of instabilities in the axisymmetric jet. Part 1. The linear growth of disturbances near the nozzle. *J. Fluid Mech.*, 1974, vol. 65 (4), p. 769–779.
24. **Abdurakipov S. S., Dulin V. M., Markovich D. M.** Self-oscillations in a jet flow and gaseous flame with strong swirl. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2018, vol. 25 (3), p. 379–386.
25. **Khorrami M. R.** A Chebyshev spectral collocation method using a staggered grid for the stability of cylindrical flows. *Int. J. Num. Methods in Fluids*, 1991, vol. 12, p. 825–833.
26. **Morris P.** The spatial viscous instability of axisymmetric jet. *J. Fluid Mech.*, 1976, vol. 77 (3), p. 511–529.
27. **Michalke A.** Survey on jet instability theory. *Prog. Aerospace Sci.*, 1984, vol. 21, p. 159–199.
28. **Gaster M.** A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability. *J. Fluid Mech.*, 1962, vol. 14 (2), p. 222–224.

References

1. **Michalke A.** On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *J. Fluid Mech.*, 1965, vol. 23 (3), p. 521–544.
2. **Michalke A., Fuchs H. V.** On turbulence and noise of an axisymmetric shear flow. *J. Fluid Mech.*, 1975, vol. 70 (1), p. 179–205.

3. **Mulladzhanov R. I., Sandberg R. D., Abdurakipov S. S., George V. K., Khanialich K.** On spiral structures in a round turbulent jet. *Siberian Journal of Physics*, 2017, vol. 12, no. 4, p. 40–50. (in Russ.)
4. **Mullyadzhanov R. I., Sandberg R. D., Abdurakipov S. S., George W. K., Hanjalić K.** Propagating helical waves as a building block of round turbulent jets. *Phys. Rev. Fluids*, 2018, vol. 3 (6), p. 062601.
5. **Cohen J., Wygnanski I.** The evolution of instabilities in the axisymmetric jet. Part 1. The linear growth of disturbances near the nozzle. *J. Fluid Mech.*, 1987, vol. 176, p. 191–219.
6. **Ginevsky A. S., Vlasov E. V., Karavosov R. K.** Acoustic control of turbulent jets. Moscow, Fizmatlit, 2001. (in Russ.)
7. **Becker H. A., Massaro T. A.** Vortex evolution in a round jet. *J. Fluid Mech.*, 1968, vol. 31, p. 435–448.
8. **Crow S. C., Champagne F. H.** Orderly structure in jet turbulence. *J. Fluid Mech.*, 1971, vol. 48, p. 547–591.
9. **Kim J., Choi H.** Large eddy simulation of circular jet: effect of inflow conditions on the near fel. *J. Fluid Mech.*, 2009, vol. 620, p. 381–411.
10. **Bilsky A. V.** Hydrodynamic structure of an axisymmetric impinging jet: PhD thesis. Novosibirsk, 2006. (in Russ.)
11. **Litvinenko M., Kozlov V., Kozlov G., Grek G.** Effect of streamwise streaky structures on turbulization of a circular jet. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2004, vol. 45, no. 3, p. 349–357.
12. **Grek G. R., Kozlov V. V., Litvinenko Yu. A.** Stability of subsonic jet flows. Novosibirsk, 2012. (in Russ.)
13. **Abdurakipov S. S., Dulin V. M., Tokarev M. P., Markovich D. M.** Analysis of coherent structures in axisymmetric and chevron jets. *Siberian Journal of Physics*, 2018, vol. 13, no. 4, p. 46–59. (in Russ.)
14. **Mullyadzhanov R., Abdurakipov S., Hanjalić K.** On coherent structures and mixing characteristics in the near field of a rotating-pipe jet. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2017, vol. 63, p. 139–148.
15. **Khorrami M. R., Malik M. R., Ash R. L.** Application of spectral collocation techniques to the stability of swirling flows. *J. Comp Phys.*, 1989, vol. 81, p. 206–229.
16. **Cotrell D. L., Pearlstein A. J.** Linear stability of spiral and annular Poiseuille flow for small radius ratio. *J. Fluid Mech.*, 2006, vol. 547, p. 1–20.
17. **Olendraru C., Sellier A.** Viscous effects in the absolute-convective instability of the Batchelor vortex. *J. Fluid Mech.*, 2002, vol. 459, p. 371–396.
18. **Parras L., Fernandez-Feria R.** Spatial stability and the onset of absolute instability of Batchelor's vortex for high swirl numbers. *J. Fluid Mech.*, 2007, vol. 583, p. 27–43.
19. **Michalke A.** Absolute inviscid instability of a ring jet with back-flow and swirl. *European Journal Mechanics B: Fluids*, 1999, vol. 18 (1), p. 3–12.
20. **Oberleithner K., Sieber M., Nayeri C. N. et al.** Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown: stability analysis and empirical mode construction. *J. Fluid Mech.*, 2011, vol. 679, p. 383–414.
21. **Boyd J. P.** Chebyshev and Fourier Spectral Methods. 2nd ed. New York, DOVER Publ., 2000.
22. **Trefethen L. N.** Spectral methods in MATLAB. Philadelphia, SIAM, 2000.
23. **Lessen M., Paillet M.** The evolution of instabilities in the axisym-metric jet. Part 1. The linear growth of disturbances near the nozzle. *J. Fluid Mech.*, 1974, vol. 65 (4), p. 769–779.
24. **Abdurakipov S. S., Dulin V. M., Markovich D. M.** Self-oscillations in a jet flow and gaseous flame with strong swirl. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2018, vol. 25 (3), p. 379–386.
25. **Khorrami M. R.** A Chebyshev spectral collocation method using a staggered grid for the stability of cylindrical flows. *Int. J. Num. Methods in Fluids*, 1991, vol. 12, p. 825–833.
26. **Morris P.** The spatial viscous instability of axisymmetric jet. *J. Fluid Mech.*, 1976, vol. 77 (3), p. 511–529.

27. **Michalke A.** Survey on jet instability theory. *Prog. Aerospace Sci.*, 1984, vol. 21, p. 159–199.
28. **Gaster M.** A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability. *J. Fluid Mech.*, 1962, vol. 14 (2), p. 222–224.

Материал поступил в редколлегию
Received
16.01.2020

Сведения об авторах / Information about the Authors

Абдуракипов Сергей Сергеевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН (Новосибирск, Россия)

Sergey S. Abdurakipov, PhD in Physics and Mathematics, Researcher, S. S. Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

s.s.abdurakipov@gmail.com

Дулин Владимир Михайлович, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией, Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН (Новосибирск, Россия)

Vladimir M. Dulin, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Head of Laboratory, S. S. Kutateladze Institute of Thermophysics SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

vmd@itp.nsc.ru

Инициирование локальным энергоподводом воспламенения горючей смеси в потоке

В. Н. Зудов¹, О. А. Шмагунов^{1, 2}

¹ *Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН
Новосибирск, Россия*

² *Новосибирский государственный университет
Новосибирск, Россия*

Аннотация

Проведено прямое численное моделирование воздействия локальной области энерговыделения на развитие процесса распространения горения в скоростном потоке гомогенной топливозоудной смеси ($H_2 + \text{air}$). Математическая модель энергоисточника описывает физические явления, характерные для импульсного подвода энергии с использованием лазерного излучения. Подвод энергии и воспламенение моделируется с учетом заданной кинетической схемы. Представлены результаты по пространственно-временной эволюции области воспламенения. Исследована зависимость положения области воспламенения от скорости набегающего потока.

Ключевые слова

оптический разряд, гомогенное горение, численное моделирование, неравновесное течение

Благодарности

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 19-08-00304.

Расчеты проводились с использованием ресурсов ЦКП Сибирский Суперкомпьютерный Центр ИВМиМГ СО РАН.

Для цитирования

Зудов В. Н., Шмагунов О. А. Инициирование локальным энергоподводом воспламенения горючей смеси в потоке // Сибирский физический журнал. 2020. Т. 15, № 1. С. 80–89. DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-80-89

Initiation of Ignition of a Combustible Mixture in a Flow by Local Energy Supply

V. N. Zudov¹, O. A. Shmagunov^{1, 2}

¹ *Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation*

² *Novosibirsk State University
Novosibirsk, Russian Federation*

Abstract

A direct numerical simulation of the influence of a local energy release region on the development of the combustion propagation process in a high-speed flow of homogeneous fuel-air mixture ($H_2 + \text{air}$) is carried out. The mathematical model of the energy source describes the physical phenomena characteristic for pulsed energy supply using laser radiation. The energy supply and ignition are modeled taking into account a given kinetic scheme. The results on the spatial and temporal evolution of the ignition region are presented. The dependence of the position of the ignition region on the flow velocity is investigated.

Keywords

optical discharge, homogeneous combustion, numerical simulation, nonequilibrium flow

Acknowledgements

This work partially supported by the Russian Foundation for Basic Research, grant No. 19-08-00304.

The Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (SB RAS) Siberian Supercomputer Center is gratefully acknowledged for providing supercomputer facilities.

For citation

Zudov V. N., Shmagunov O. A. Initiation of Ignition of a Combustible Mixture in a Flow by Local Energy Supply. *Siberian Journal of Physics*, 2020, vol. 15, no. 1, p. 80–89. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-80-89

Введение

Воспламенение является одной из наиболее трудных проблем в исследованиях сгорания, и оно играет важную роль в работе различных горелочных устройств и двигателей. Воспламенение – также важный фактор при создании камер сгорания ракетных двигателей и высокотемпературных химических технологий. Поэтому понимание возникновения пламени важно не только для фундаментальных исследований сгорания, но и для лучшего контроля эффективности использования топлива, выбросов выхлопных газов. Хорошо известно, что успешное воспламенение зависит от количества энергии в виде тепла и (или) радикалов, выделяемых в горючей смеси. Если энергия меньше, чем так называемая минимальная энергия воспламенения, то получающееся в результате пламя распадается быстро.

Понимание инициирования пламени важно не только для фундаментальных исследований горения, но также для контроля пожарной безопасности и разработки двигателей с низким уровнем выбросов. Когда внешняя энергия локально выделяется в горючей смеси, есть четыре возможных результата: эволюция от распространяющегося наружу сферического пламени к плоскому пламени; неподвижный огненный шар; распространяющееся самозатухающее пламя; распадающееся ядро воспламенения [1–4]. Эволюция ядра пламени и конечный результат зависят от величины подведенной энергии, концентрации топлива, радиационных потерь тепла, транспортных и кинетических свойств. Эффективное зажигание пламени с минимальным выделением энергии и успешный контроль за распространением огня во многом зависят от понимания корреляции между ядрами зажигания, пламенными шарами, самозатухающим пламенем и распространяющимся сферическим или плоским пламенем.

В последние годы сформировался ряд направлений фундаментального характера по исследованию внешнего энергетического воздействия на до- и сверхзвуковое течение топливовоздушных смесей. Развиваются различные способы энергетического воздействия путем создания плазменных и нагретых объектов в движущихся реакционноспособных средах. Для воспламенения в потоке горючих смесей используются различного типа электрические разряды (тлеющий, дуговой, микроволновой, барьерный и т. п.) и лазерное излучение, включая оптический разряд в газообразной среде [5–8].

Интерес к возможности управления процессом горения путем внешнего энергетического воздействия обусловлен большими затруднениями по воспламенению топливовоздушных смесей в высокоскоростном потоке. Инициированное лазерной плазмой горение привлекло внимание из-за своего потенциала, который позволит улучшить рабочие характеристики процессов горения в газовых турбинах и двигателях внутреннего сгорания. Область применения воспламенения, инициированного лазером, достаточно широка. При высоких скоростях полета применение плазменных источников способно обеспечить объемное и быстрое воспламенение топливно-воздушной смеси за счет образования в плазме активных радикалов (O, H, OH, CN и др.). Рассматриваются процессы воспламенения лазерным излучением бедных углеводородовоздушных смесей, как способ организации горения с целью уменьшения вредных выбросов. Воспламенение бедной смеси важно, поскольку оно воздействует на выброс вредных примесей и расход топлива.

В этой работе рассматривается воспламенение и горение в потоке предварительно перемешанных смесей. Исходная газовая смесь состоит из водорода и воздуха с температурой

600 К. Кроме того, рассматривается пламя только при атмосферном давлении. Исследовано ламинарное пламя. Рассматривается расширяющееся пламя в поле набегающего потока. В отличие от сферически расширяющегося пламени, устойчивое цилиндрическое пламя не часто встречается в реальных ситуациях и поэтому в основном изучается для того, чтобы лучше понять поведение пламени в целом. Расширяющееся пламя в поле турбулентного потока встречается во многих промышленных и бытовых устройствах, таких как двигатели с искровым зажиганием. Интерес к ламинарному сферическому и цилиндрическому пламени объясняется тем, что это пламя очень полезно для определения важных параметров при горении предварительно перемешанной смеси, таких как скорость горения, скорость растяжения пламени и кривизна пламени.

Целью настоящей работы является использование прямого численного моделирования (DNS) для изучения развития ядер пламени на ранних стадиях роста. В практическом плане это относится к периоду, который следует сразу за воспламенением. Основным направлением исследования в рамках указанной проблемы была задача теоретического изучения инициирования воспламенения топливовоздушной смеси в диапазоне скоростей набегающего потока. Динамика эволюции ядра пламени с добавлением внешней энергии и без нее была исследована численно.

Численное моделирование

Рассмотрена нестационарная задача о воспламенении и горении в скоростном потоке гомогенной топливовоздушной смеси ($H_2 + \text{air}$). В начальный момент времени в этом потоке имитируется область с подводом тепла. В качестве инициатора воспламенения задается высокотемпературная область в виде круга с гауссовским распределением температуры. Математическая модель энергоисточника описывает физические явления, характерные для импульсного подвода энергии, с использованием лазерного излучения, направленного перпендикулярно потоку. Это наиболее простая модель одного импульса оптического разряда, который имеет самую горячую точку в центре круга. На рис. 1 представлено распределение температуры по пространству в области энергоподвода. Время выделения энергии предполагается равным 10^{-8} с. В математическую модель энергоисточника заложены следующие особенности: гауссовское распределение температуры в области энерговыделения, характерные геометрические размеры области.

$$T(r) = (T_{\max} - T_0) \exp \left[- \left(\frac{r}{r_{s0}} \right)^2 \right] + T_0. \quad (1)$$

В (1) $T_{\max}$ – максимальная температура, T_0 – температура окружающей среды, а r_{s0} – радиус распределения.

Следует отметить, что эффекты радиационных потерь в данном исследовании не рассматриваются.

Выполнено прямое численное моделирование (DNS) воспламенения водородовоздушной смеси с использованием уравнений Навье – Стокса. По пространственным переменным была использована конечно-разностная аппроксимация шестого порядка точности. По времени использована схема Рунге – Кутты третьего порядка точности¹. Для гидродинамических расчетов размер временного шага рассчитывается на основе ряда ограничений, включающих максимальные значения скорости, вязкости и других величин в правой части эволюционных уравнений. Расчет проводился для заданной кинетической схемы горения водорода в воздухе, состоящей из 8 компонент и 6 элементарных реакций. Моделирование инициирования горения выполнено в прямоугольной области.

¹ Pencil Code, a high-order finite-difference code for compressible hydrodynamic flows with magnetic fields and particles. URL: <http://pencil-code.nordita.org/>.

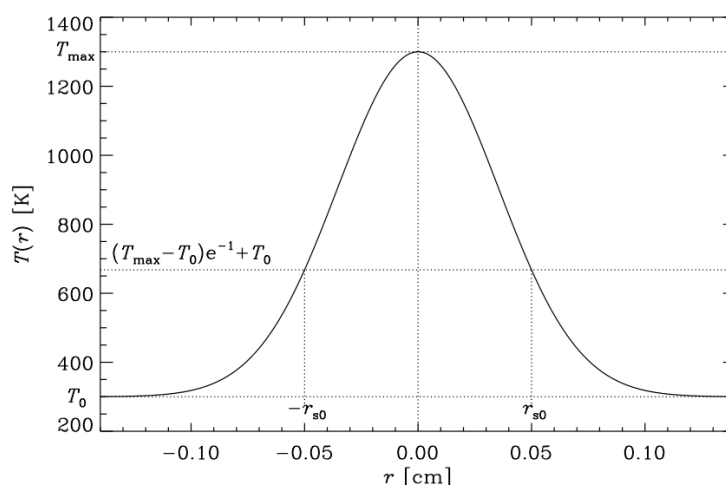


Рис. 1. Форма гауссовского распределения температуры в области энергоподвода

Fig. 1. The shape of the Gaussian temperature distribution in the region of energy supply

Поскольку в этой работе для DNS используются алгоритмы, которые имеют очень низкую численную диссипацию, то требуются точные граничные условия, чтобы избежать численных неустойчивостей на расчетных границах области. В работе используются граничные условия, разработанные Poinot и Lele. На границах области используется методика NSCBC (Navier – Stokes characteristic boundary conditions), основанная на одномерных нестационарных уравнениях Навье – Стокса. Методика с использованием NSCBC вначале была разработана для нереагирующих потоков [9], а затем и для реагирующих потоков с простой химией [10]. Баум и соавторы [11] адаптировали метод NSCBC для описания реагирующих потоков с подробным кинетическим механизмом и реальными термодинамическими свойствами. Метод NSCBC можно использовать для моделирования граничных условий на входе и выходе, а также для дозвуковых и сверхзвуковых течений. Неотражающие граничные условия NSCBC были реализованы для всех трех пространственных направлений.

Рассмотрена задача о воспламенении и горении во времени расширяющейся области. Скорость набегающего потока водородовоздушной смеси изменялась в диапазоне $u = 100$ – 500 м/с. В начальный момент времени в этом потоке имитируется область с подводом тепла. В качестве инициатора воспламенения задается высокотемпературная область в виде круга с гауссовским распределением температуры.

В расчетах была использована равномерная по пространству сетка $N_x \times N_y = 512 \times 256$. По пространственной координате z была использована одна ячейка. Расчетная прямоугольная область имела следующие размеры: длина прямоугольника равна $L = 1,6$ см, высота $H = 0,8$ см. Вычислительные затраты DNS чрезвычайно высоки. Эти затраты снижаются, благодаря использованию небольшой вычислительной области. Вычислительная область имела форму прямоугольника, и дискретизация уравнений выполнялась в декартовой системе координат. Кроме того, использовалась равномерная сетка. Все границы вычислительной области рассматривались как выходные границы, чтобы предотвратить повышение давления в этой области.

В качестве топлива был выбран водород. Этот выбор сделан из-за относительно хорошо известного кинетического механизма реакции водорода. Исходная смесь состояла из сухого воздуха, смешанного с водородом. Предполагалось, что все незначительные компоненты в воздухе, такие как аргон и двуокись углерода, пренебрежимо малы, и что исходный газ полностью однороден. Радикалы не включены в исходную смесь, даже если температурный

профиль уже существует в системе в нулевой момент времени. Радикалы начнут формироваться сразу после начала моделирования. Исходная водородовоздушная смесь состояла из следующих компонент: N_2 , O_2 , H_2 . Массовые доли смеси в набегающем потоке $Y_{H_2} = 0,024$, $Y_{N_2} = 0,746$, $Y_{O_2} = 0,23$. Вне области энергоподвода температура смеси $T = 600$ К. Максимальная температура в центре области энергоподвода $T = 1800$ К. Скорость потока топливовоздушной смеси на входе в вычислительную область исследована в диапазоне $u = 100\text{--}500$ м/с. Значение радиуса области энергоподвода $r_{s0} = 0,173$ см.

В предлагаемой работе инициирование воспламенения происходит за счет локального выделения энергии. Дальнейший процесс воспламенения или затухания горения происходит на основе положительного баланса между вложенной энергией и потерями.

На рис. 2 представлены результаты расчета инициирования воспламенения водородовоздушной смеси. Скорость на входе в область потока топливовоздушной смеси равна 100 м/с. Показано развитие во времени массовых долей. Рисунок 2, а соответствует времени $t = 1$ мкс, а рис. 2, б, в, г, д и е соответствуют моментам времени 5, 10, 20, 30 и 50 мкс. На рис. 2, а, б, в, г, д показано значение массовой доли радикала OH , а на рис. 2, е – значение массовой доли H_2O . Из результатов расчетов, представленных на рис. 2, а, следует, что до момента времени $t = 1$ мкс воспламенения еще не было, и поэтому радикалов OH было очень мало: $Y_{OH} = 8 \cdot 10^{-7}$. Однако уже при $t = 5$ мкс массовая доля радикалов OH равна $Y_{OH} = 0,022$. Это уже асимптотическое значение OH . С увеличением времени происходит непрерывный рост диаметра области воспламенения. Это говорит о том, что нестационарный фронт горения распространяется в область несгоревшей смеси. Температура в центре области воспламенения увеличивается и достигает значения $T = 2000$ К. Область, в которой инициировано воспламенение, смещается вниз по потоку. Скорость движения области воспламенения равна скорости потока. Из расчетов следует, что массовая доля конечного продукта компонент H_2O непрерывно увеличивается (см. рис. 2). Это является признаком воспламенения топливовоздушной смеси.

В начальный момент времени максимальная температура в центре области энергоподвода $T = 1800$ К и существенно превышает температуру самовоспламенения. В момент времени $t = 50$ мкс она равна $T = 2040$ К. Таким образом, для скорости потока $u = 100$ м/с реализуется режим воспламенения водородовоздушной смеси.

На рис. 3 представлена зависимость радиуса области воспламенения от времени. На рис. 3, а радиус определялся по температуре. Предполагалось, что радиус области воспламенения соответствует изотерме, где температура равна $1,1 \cdot T_0$. На рис. 3, б радиус определялся по массовой доле H_2O с использованием аналогичного подхода, но только в этом случае сравнивались массовые доли H_2O . Сравнивая эти два графика, видим, что значения радиуса при одном и том времени не совпадают. Это говорит о том, что температурный фронт и фронт массовой доли H_2O не совпадают. Также были проведены расчеты для скоростей потока $u = 300$ и 500 м/с (рис. 4, 5). Из результатов расчетов (см. рис. 3–5) следует, что с увеличением скорости набегающего потока разница между значениями радиусов, определенных двумя способами, увеличивается. Так, для скорости потока $u = 300$ она равна 0,046, а для $u = 500$ равна 0,066.

Из расчетов для всего диапазона рассмотренных скоростей получено, что координата x точки, являющейся центром области энергоподвода, линейно зависит от времени. Тангенс наклона этой прямой с хорошей точностью совпадает со скоростью набегающего потока. На рис. 6 приведена зависимость температуры в центре области энергоподвода (горения) от времени для рассмотренного диапазона скоростей потока $u = 100\text{--}500$ м/с ($T = 1800$ К). Для всех скоростей набегающего потока наблюдается монотонный рост температуры, что свидетельствует о горении водородовоздушной смеси.

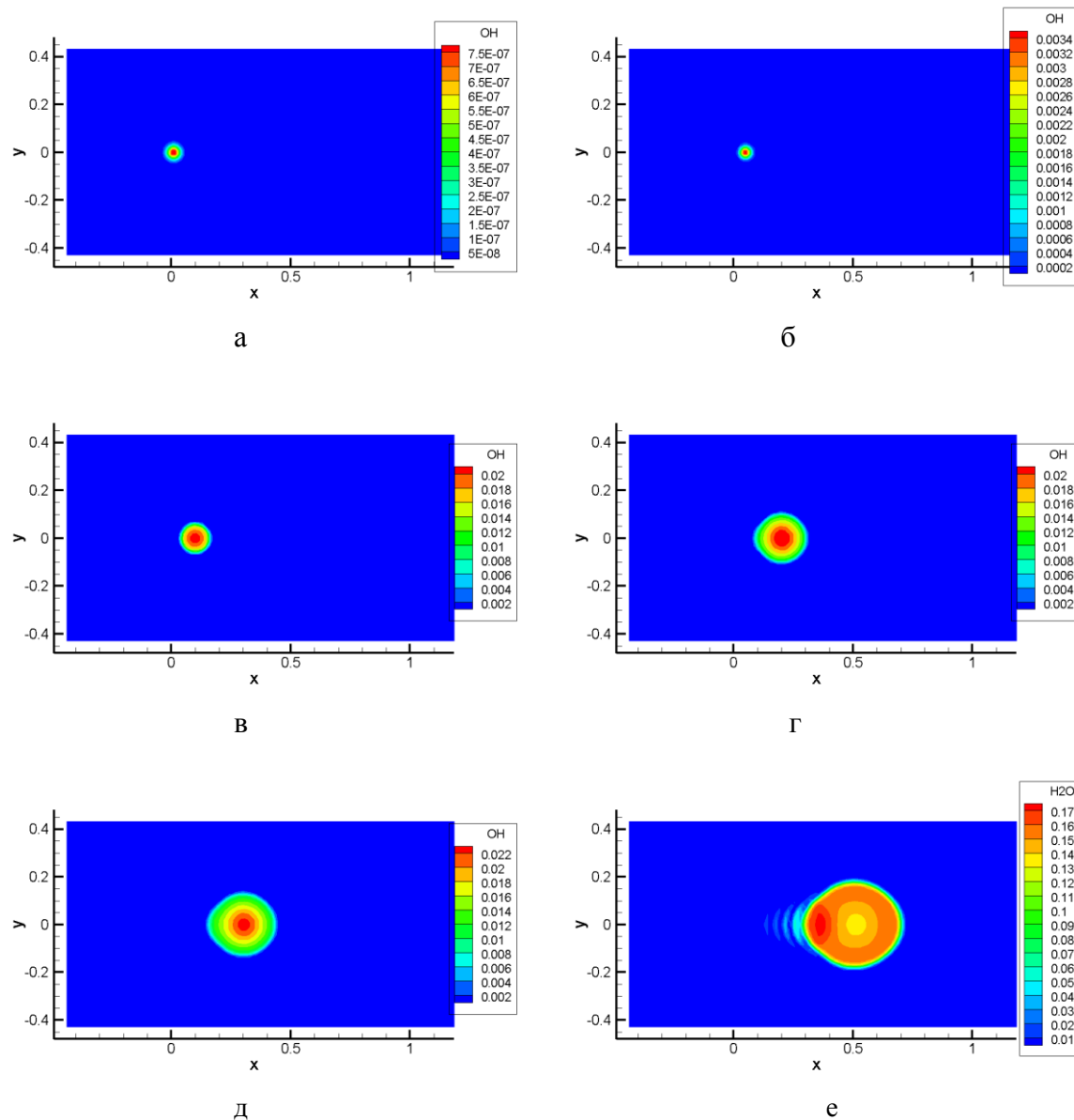


Рис. 2. Развитие области воспламенения во времени:
 (а) $t = 1 \text{ мкс}$, (б) $t = 5 \text{ мкс}$, (в) $t = 10 \text{ мкс}$, (г) $t = 20 \text{ мкс}$, (д) $t = 30 \text{ мкс}$, (е) $t = 50 \text{ мкс}$

Fig. 2. The time evolution of the ignition region:
 (а) $t = 1 \text{ }\mu\text{s}$, (б) $t = 5 \text{ }\mu\text{s}$, (в) $t = 10 \text{ }\mu\text{s}$, (д) $t = 20 \text{ }\mu\text{s}$, (е) $t = 30 \text{ }\mu\text{s}$, (ф) $t = 50 \text{ }\mu\text{s}$

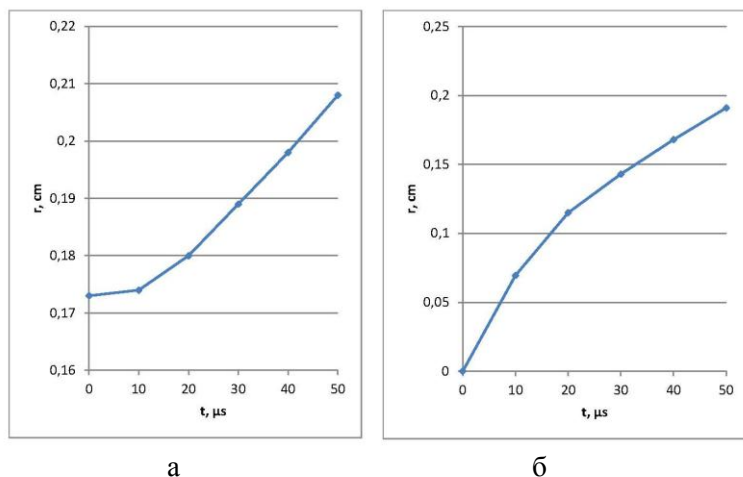


Рис. 3. Зависимость от времени радиуса области по температуре (а) и доле H_2O (б) для скорости потока 100 м/с. $T = 1800$ К

Fig. 3. The time dependence of the temperature (a) and H_2O fraction (b) region radius for the flow velocity of 100 m/s. $T = 1800$ K

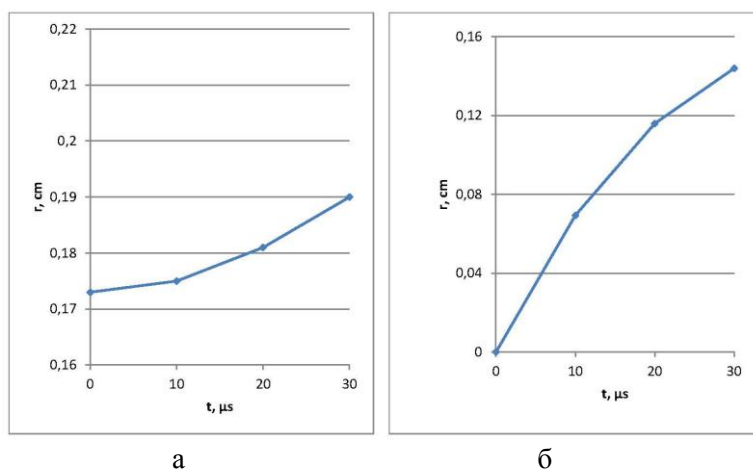


Рис. 4. Зависимость от времени радиуса области по температуре (а) и доле H_2O (б) для скорости потока 300 м/с. $T = 1800$ К

Fig. 4. The time dependence of the temperature (a) and H_2O fraction (b) region radius for the flow velocity of 300 m/s. $T = 1800$ K

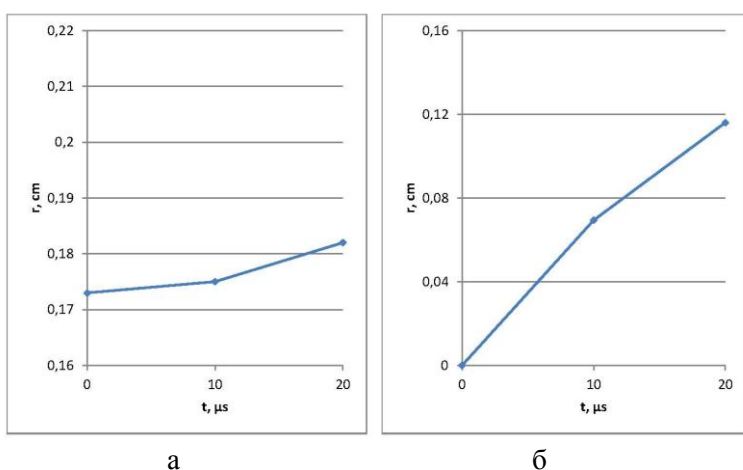


Рис. 5. Зависимость от времени радиуса области по температуре (а) и доле H_2O (б) для скорости потока 500 м/с. $T = 1800$ К

Fig. 5. The time dependence of the temperature (a) and H_2O fraction (b) region radius for a flow velocity of 500 m/s. $T = 1800$ K

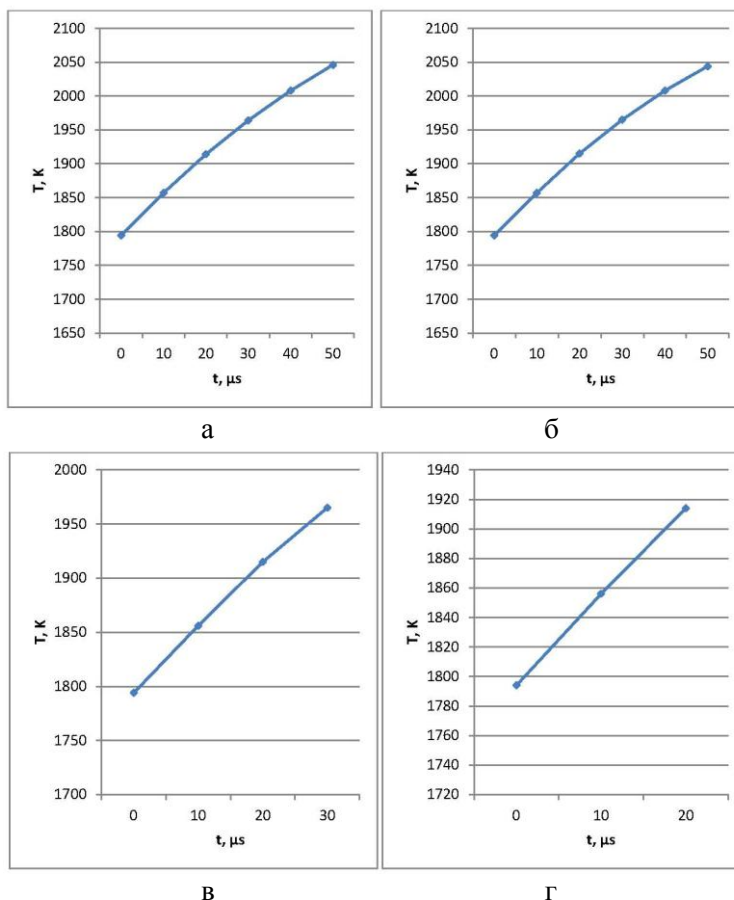
Рис. 6. Зависимость температуры в центре области от времени для скоростей потока:

(а) 100 м/с, (б) 200 м/с,
(в) 300 м/с, (г) 500 м/с.

$T = 1800$ К

Рис. 6. The time dependence of temperature in the center of the region for the flow velocities:

(a) 100 m/s, (b) 200 m/s, (c) 300 m/s,
(d) 500 m/s. $T = 1800$ K



Заключение

Проведено прямое численное моделирование воздействия локальной области энерговыделения на развитие процесса распространения горения в скоростном потоке гомогенной топливовоздушной смеси ($\text{H}_2 + \text{air}$).

Математическая модель энергоисточника описывает физические явления, характерные для импульсного подвода энергии с использованием лазерного излучения. Подвод энергии и воспламенение моделируются с учетом заданной кинетической схемы.

Представлены результаты по пространственно-временной эволюции области воспламенения.

Численно показан рост радиуса фронта области воспламенения от времени, а также монотонное увеличение температуры в центре области воспламенения.

Список литературы

1. **Jensen J. T.** Minimum Ignition Energy in a Hydrogen Combustible Mixture. Master's thesis. Norwegian University of Science and Technology, 2011.
2. **Jensen J. T., Haugen N. E. L., Babkovskaia N.** Calculation of the Minimum Ignition Energy based on the ignition delay time. 2011. URL: https://www.researchgate.net/profile/Natalia_Babkovskaia.

3. **Babkovskaia N., Haugen N., Brandenburg A.** A high-order public domain code for direct numerical simulations of turbulent combustion. *J. Comput. Phys.*, 2011, vol. 230, p. 1–12.
4. **Chen Zh., Burke M. P., Ju Y.** On the critical flame radius and minimum ignition energy for spherical flame initiation. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2011, vol. 33, p. 1219–1226.
5. **Третьяков П. К., Тупикин А. В., Зудов В. Н.** Воздействие лазерным излучением и электрическим полем на горение углеводородовоздушных смесей // Физика горения и взрыва. 2009. Т. 45, вып. 4. С. 77–85.
6. **Зудов В. Н., Третьяков П. К.** Иницирование оптическим разрядом гомогенного горения топливовоздушной смеси в высокоскоростной струе // Физика горения и взрыва. 2017. Т. 53, вып. 3. С. 18–26.
7. **Ghosh Sh., Mahesh K.** Numerical simulation of the fluid dynamic effects of laser energy deposition in air. *J. Fluid Mech.*, 2008, vol. 605, p. 329–354.
8. **Зудов В. Н., Третьяков П. К., Тупикин А. В., Яковлев В. И.** Обтекание теплового источника сверхзвуковым потоком // Изв. РАН. МЖГ. 2003. Вып. 5. С. 140–153.
9. **Poinsot T. J., Lele S. K.** Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous reacting flows. Report 102. Center for Turbulence Research, Stanford University, 1989.
10. **Poinsot T. J., Lele S. K.** Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comput. Phys.*, 1992, vol. 101, p. 104–129.
11. **Baum M., Poinsot T., Thevenin D.** Accurate boundary conditions for multicomponent reactive flows. *J. Comput. Phys.*, 1995, vol. 116, p. 247–261.

References

1. **Jensen J. T.** Minimum Ignition Energy in a Hydrogen Combustible Mixture. Master's thesis. Norwegian University of Science and Technology, 2011.
2. **Jensen J. T., Haugen N. E. L., Babkovskaia N.** Calculation of the Minimum Ignition Energy based on the ignition delay time. 2011. URL: https://www.researchgate.net/profile/Natalia_Babkovskaia.
3. **Babkovskaia N., Haugen N., Brandenburg A.** A high-order public domain code for direct numerical simulations of turbulent combustion. *J. Comput. Phys.*, 2011, vol. 230, p. 1–12.
4. **Chen Zh., Burke M. P., Ju Y.** On the critical flame radius and minimum ignition energy for spherical flame initiation. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2011, vol. 33, p. 1219–1226.
5. **Tretyakov P. K., Tupikin A. V., Zudov V. N.** Effect of Laser Radiation and Electric Field on Combustion of Hydrocarbon – Air Mixtures. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2009, vol. 45, no. 4, p. 77–85. (in Russ.)
6. **Zudov V. N., Tretyakov P. K.** Initiation of Homogeneous Combustion in a High-Velocity Jet of a Fuel – Air Mixture by an Optical Discharge. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2017, vol. 53, no. 3, p. 18–26. (in Russ.)
7. **Ghosh Sh., Mahesh K.** Numerical simulation of the fluid dynamic effects of laser energy deposition in air. *J. Fluid Mech.*, 2008, vol. 605, p. 329–354.
8. **Zudov V. N., Tretyakov P. K., Tupikin A. V., Yakovlev V. I.** Supersonic Flow Past a Thermal Source. *Fluid Dynamics*, 2003, vol. 38, no. 5, p. 782–793.
9. **Poinsot T. J., Lele S. K.** Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous reacting flows. Report 102. Center for Turbulence Research, Stanford University, 1989.
10. **Poinsot T. J., Lele S. K.** Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comput. Phys.*, 1992, vol. 101, p. 104–129.

11. **Baum M., Poinso T., Thevenin D.** Accurate boundary conditions for multicomponent reactive flows. *J. Comput. Phys.*, 1995, vol. 116, p. 247–261.

Материал поступил в редколлегию

Received

28.02.2020

Сведения об авторах / Information about the Authors

Зудов Владимир Николаевич, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН (ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия)

Vladimir N. Zudov, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Leading Scientist, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (4/1 Institutskaya Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

zudov@itam.nsc.ru

Шмагунов Олег Александрович, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН (ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия); старший преподаватель, физический факультет, Новосибирский государственный университет (ул. Пирогова, 1, Новосибирск, 630090, Россия)

Oleg A. Shmagunov, Candidate of Science (Physics and Mathematics), Scientist, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (4/1 Institutskaya Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation); Senior Teacher, Novosibirsk State University (1 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

shmag@itam.nsc.ru

УДК 535:621.373.826:539

DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-90-97

Моды бегущих электромагнитных волн в цилиндрах

А. А. Ковалёв

*Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН
Новосибирск, Россия*

Аннотация

Предложен алгоритм численного расчета мод бегущих электромагнитных волн для сплошного и полого твердотельных цилиндров. Определены комплексные собственные значения угловых параметров, характеризующих излучательные моды и моды шепчущей галереи (whispering gallery mode, WG-мода). Мнимая часть полярной компоненты волнового вектора волны имеется у всех мод, включая WG-моды. Расчет проведен для конкретных размеров цилиндров. Рассчитаны распределения поля в области цилиндров. Изучена зависимость параметров мод от коэффициентов экстинкции материала цилиндра. Соотношение плотностей потоков энергии радиального и полярного направлений показывает резкое изменение при переходе от излучательных мод к WG-модам.

Ключевые слова

бегущие электромагнитные волны, моды шепчущей галереи

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ № 18-29-20007mk

Для цитирования

Ковалёв А. А. Моды бегущих электромагнитных волн в цилиндрах // Сибирский физический журнал. 2020. Т. 15, № 1. С. 90–97. DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-90-97

Modes of Travelling Electromagnetic Waves within Cylinders

A. A. Kovalyov

*Rzhanov Institute of Semiconductor Physics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation*

Abstract

An algorithm is proposed for numerical calculation of traveling electromagnetic wave modes for solid and hollow solid state cylinders. Complex eigenvalues are defined for angular parameters characterizing emissive modes and whispering gallery modes (WG-mode). The polar component imaginary parts of the wave vectors are found for all modes, including WG modes. The calculation is carried out for the fixed cylinder sizes. The field distributions are calculated inside the cylinders. The dependence of the mode parameters on the extinction coefficients of the cylinder material was studied. The ratio of the density of energy fluxes for the radial and polar directions shows a sharp change when passage from the emissive modes to WG modes.

Keywords

traveling electromagnetic wave, whispering gallery mode

Acknowledgements

The study was financially supported by the RFBR grant No. 18-29-20007mk

For citation

Kovalyov A. A. Modes of Travelling Electromagnetic Waves within Cylinders. *Siberian Journal of Physics*, 2020, vol. 15, no. 1, p. 90–97. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-90-97

Введение

Ранние рассмотрения мод цилиндров проводились для звуковых волн в помещениях цилиндрической формы [1]. При этом истечением звуковой энергии через стенки пренебрегалось, и рассматривалась только мода шепчущей галереи (whispering gallery mode, WG-мода) – волна, энергия которой находится вблизи стенки комнаты. Соответствующее решение волнового уравнения выражается через функции Бесселя $J_n(z)$ с большими значениями порядка n .

Искривленные поверхности рассматривались для случаев полых волноводов при условиях малой кривизны и больших диаметров волновода (по сравнению с длиной волны) [2; 3]. Так, в [3] моды определялись из решения системы линейных уравнений для различного количества отражений плоских волн на стенках волновода.

В наше время диски и кольца из полупроводниковых материалов используются в лазерах. Модовая структура дисков и колец изучена слабо. Например, в [4] рассчитывается поле в кольце фиксированной толщины, но эти расчеты пригодны только для получения WG-мод. Такое рассмотрение аналогично расчету поля в прямолинейном волноводе с заменой тригонометрических функций на Бесселевы с целым значением порядка. При этом пренебрегается утечкой волны во внешнюю среду из-за кривизны поверхности. Очевидно, что при круговом замыкании поля такой метод расчета приводит лишь к небольшим отклонениям от мод прямолинейного волновода, а потери при распространении волны по кругу не учитываются.

Обычно предполагается [5; 6], что при возбуждении дисковой гетероструктуры возбуждается только WG-мода. Однако нельзя отбрасывать возбуждение дисковым электродом излучательных мод, заполняющих все внутреннее пространство диска. То, что это внутреннее пространство излучает, видно из фотографий излучающего полукольца в [5; 6]. В случае получения генерации на WG-модах спонтанное излучение из внутренних областей диска образует дополнительные потери, уменьшающие эффективность лазера. Поэтому представляется необходимым определить весь набор мод диска, которые возбуждаются дисковым электродом.

Для нахождения характеристик бегущих волн можно ставить граничные условия для различных конфигураций среды. Например, можно рассматривать полуцилиндры или предположить наличие при фиксированном азимутальном угле φ разрыва с любыми граничными условиями, соответствующими, например, идеально поглощающей пленке. В частности, можно рассматривать и обычный вариант для напряженности электрического поля E вида $E(\varphi) = E(\varphi + 2\pi)$. В этом случае возможно решение в виде стоячей волны. В реальной ситуации не может быть полной симметрии. Так, для случая звуковых волн в галереях, источником асимметрии может служить открытая дверь. Моды бегущих волн являются близким аналогом мод волновода, а не резонатора.

Цель данной публикации – разработка алгоритма численного расчета мод электромагнитных бегущих волн для сплошного и полого твердотельных цилиндров с учетом коэффициентов экстинкции материала цилиндра. В перспективе разработка метода должна способствовать получению более реалистичной оценки эффективности современных микроскопических излучателей, разрабатываемых для задач фотоники.

Сплошной цилиндр

Мы имеем задачу с цилиндрической симметрией. Параметры рассматриваемой структуры показаны на рис. 1, a , цилиндр обладает бесконечной длиной по координате z .

Показатель преломления внешней среды $\hat{n}=1$, показатель преломления материала цилиндра в общем случае комплексный $\hat{n}=n+ik$. Текущие координаты в цилиндре – расстояние от центра и азимутальный угол (r, φ) , единица измерения длины – $\lambda/2\pi$, где λ – длина световой волны.

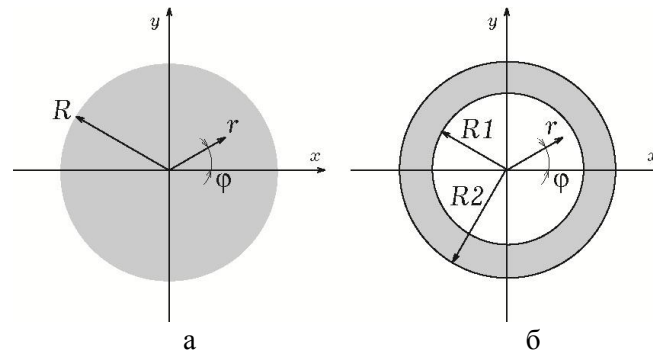


Рис. 1. Геометрия рассмотренных устройств: а – сплошной цилиндр; б – полый цилиндр

Fig. 1. Geometry of devices under consideration: left – solid cylinder, right – hollow cylinder

Ищем TE -моды для цилиндра ($E_z, H_\phi \neq 0$). Для E_z имеем: $E_z \sim \exp(ip\phi)$, где $p = p' + ip''$. Уравнения для компонент поля выглядят так:

$$\frac{d^2 E_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE_z}{dr} + \left(\hat{n}^2 - \frac{p^2}{r^2} \right) E_z = 0; \quad H_\phi = i \frac{dE_z}{dr}.$$

Подставляя $E_z = \exp\left(i \int \frac{z}{r} dr\right)$, приходим к уравнению:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{i}{r} (\hat{n}^2 r^2 - p^2 - z^2); \quad z = z' + iz''. \quad (1)$$

Приближенное решение уравнения (1) вблизи $r = 0$, ограниченное по величине, на расстоянии $r = r_0$ равно $z_0 = p'' - ip'$. Решение во всей области цилиндра $r \leq R$ может быть получено численно, продвигаясь от r_0 к R с шагом h :

$$z = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3, \quad (2)$$

где

$$a_0 = z_0 + \frac{i \hat{n}^2 r^2}{2(i z_0 + 1)}; \quad a_1 = \frac{i}{r} (\hat{n}^2 r^2 - p^2 - a_0^2); \quad a_2 = -\frac{a_0 a_1}{r}; \quad a_3 = -\frac{i}{3r} (2a_0 a_2 + a_1^2).$$

Решением при $r \rightarrow \infty$ является уходящая от цилиндра волна. Ограничиваясь членами $\sim 1/r^2$, имеем

$$z = \hat{n}r + \frac{i}{2} - \frac{a}{\hat{n}r} + \frac{ia}{\hat{n}^2 r^2}, \quad a = \frac{1}{2} \left(p^2 - \frac{1}{4} \right). \quad (3)$$

Во всей области вне цилиндра решение может быть получено численно, переходя от r к $(r - h)$ по формуле

$$z = z_\infty - dh, \quad d = \frac{i}{r}(\hat{n}^2 r^2 - p^2 - z_\infty^2). \quad (4)$$

Так как внутри цилиндра ($r \leq R$) имеется только одна ограниченная по амплитуде волна, а вне диска также одна волна, то граничное условие при $r = R$ имеет вид

$$z|_{R_-} = z|_{R_+}.$$

Здесь $z|_{R_-}$ находится при численном решении по формуле (2), исходя из приближенного решения при $r \rightarrow 0$, а $z|_{R_+}$ находится из численного решения вне цилиндра при $r \leftarrow \infty$ (формулы (3), (4)). Граничное условие для $H_\varphi = -E_z z/r$ выполняется автоматически.

Численно находим минимумы функции двух переменных (p' , p''):

$$F(p) = |z'_{R_-} - z'_{R_+}| + |z''_{R_-} - z''_{R_+}|.$$

Минимальные значения функции $F(p)$ равны нулю. Можно, используя другой вариант целевой функции, искать ее нули. Результирующие p' , p'' являются параметрами, характеризующими моды цилиндра. Для случая $R = 10$ (в единицах $\lambda/2\pi$), $n = 3, 5$, $\kappa = 10^{-5}$ полученные моды показаны на рис. 2.

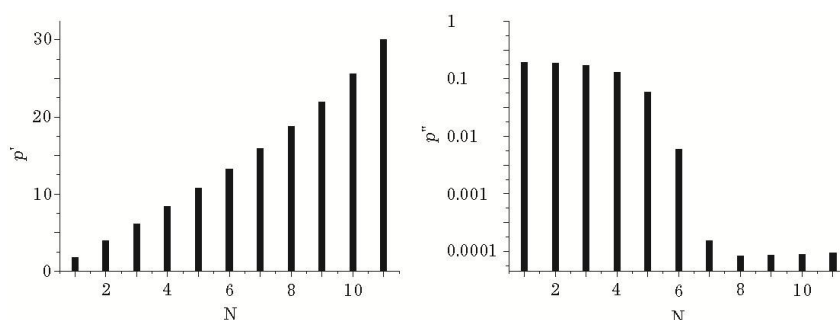


Рис. 2. Моды сплошного цилиндра. Зависимость p' (слева) и p'' (справа) от номера моды

Fig. 2. Solid cylinder modes. Dependences on mode number for p' (left) and p'' (right)

Моды расположены приблизительно на одинаковых расстояниях по шкале p' . Потери мод, обусловленные истечением волны из цилиндра, резко уменьшаются в области (6–7) моды, что можно рассматривать как переход в область полного внутреннего отражения на поверхности цилиндра.

Распределение поля ($E_z = \text{Re}(E_z)$ и $E_z = \text{Im}(E_z)$) в цилиндре и вне его для нескольких мод показано на рис. 3.

При небольших индексах моды поле равномерно распределено по цилиндру, и существенная часть энергии моды находится вне цилиндра. С увеличением индекса почти вся энергия находится в цилиндре у его края (whispering gallery mode), энергия моды вне цилиндра быстро затухает с ростом r .

На рис. 4 показано, как меняются параметры (p' , p'') при увеличении поглощения в материале цилиндра для нескольких мод. Область изменения κ : $10^{-5} \div 10^{-2}$.

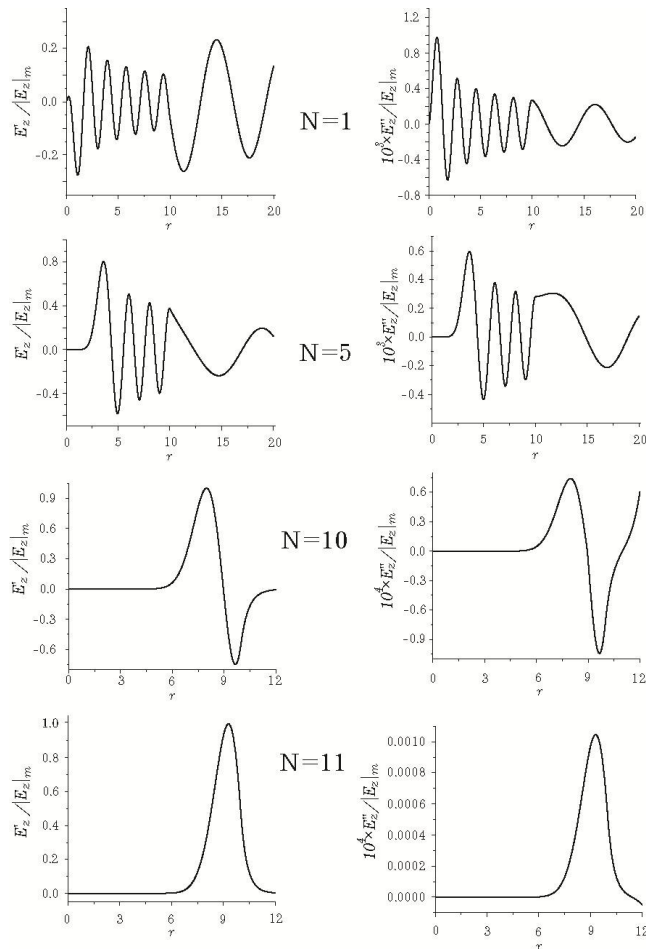


Рис. 3. Распределение поля (действительной и мнимой части) для нескольких мод:

$N = 1, 5, 10, 11$, сплошной цилиндр, $R = 10$, $|E_z|_m$ – максимальное значение модуля поля E_z

Fig. 3. Field distribution (real and imaginary parts) for several modes: $N = 1, 5, 10, 11$, solid cylinder, $R = 10$, $|E_z|_m$ is maximum value of the field module E_z

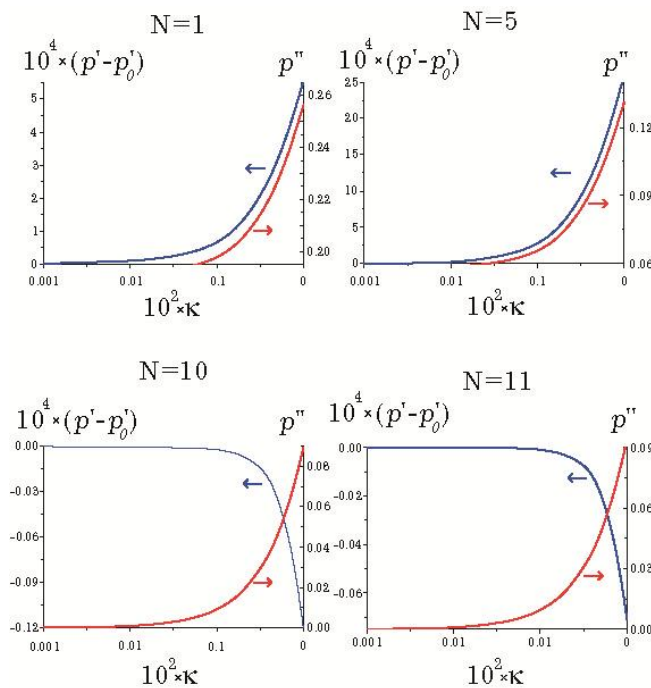


Рис. 4. Зависимость параметров мод p' и p'' от коэффициента экстинкции в материале сплошного цилиндра: $p'_0 = p'$ при $\kappa = 10^{-5}$

Fig. 4. Dependence of mode parameters p' and p'' on the extinction coefficient κ in the material for solid cylinder: $p'_0 = p'$ for $\kappa = 10^{-5}$

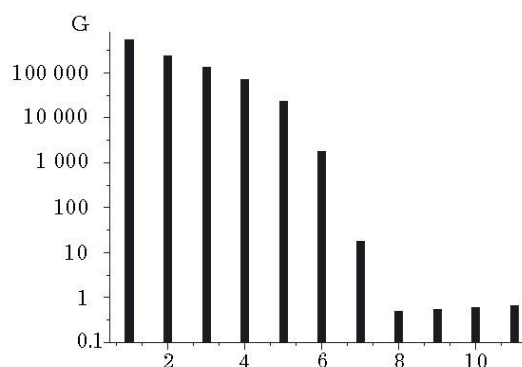
График на рис. 5 отражает поведение отношения радиальной составляющей плотности потока энергии (S_r) к аналогичной его составляющей, направленной по ϕ в точке R . Легко определить, что в нашем случае

$$\frac{S_r}{S_\phi} = \frac{z'}{p'} \Big|_R.$$

По вертикальной оси отложена величина $G = 10^5(S_r/S_\phi) + 1$. В случае обычного линейного волновода $z' = 0$, и, следовательно, $S_r = 0$. В случае цилиндра величина S_r/S_ϕ принципиально отлична от нуля. Для мод с малыми индексами имеется существенная утечка ($S_r/S_\phi \sim 1$), для больших индексов эта величина может принимать отрицательные значения, т. е. энергия утекает в цилиндр извне, что не удивительно, так как расчет проведен для $\kappa = 10^{-5}$ в цилиндре и отсутствия поглощения вне цилиндра.

Рис. 5. Зависимость, характеризующая отношение радиальной составляющей вектора Пойнтинга к тангенциальной на поверхности сплошного цилиндра от номера моды $G = 10^5(S_r/S_\phi) + 1$

Fig. 5. Dependence on the mode number for the ratio of the radial component of Poynting vector S_r to the tangential one S_ϕ at the surface of solid cylinder ($G = 10^5 S_r/S_\phi + 1$)



Полый цилиндр

Рассматриваемая геометрия показана на рис. 1, б. Цилиндр имеет бесконечную длину, внутренний диаметр равен R_1 , внешний R_2 . Вне цилиндра и внутри него находится среда с показателем преломления $\hat{n}=1$. Для самого цилиндра имеем $\hat{n}=n+ik$. В этом случае решение уравнения (1) внутри цилиндра ($r < R_1$) и вне его ($r > R_2$) находится аналогичным способом с помощью соотношений (2), (3) при $\hat{n}=1$. В самом материале цилиндра имеется, кроме уходящей волны (3), обозначим ее z_a , волна, идущая к центру (z_b), которая при $r \rightarrow \infty$ имеет вид

$$z_b = -\hat{n}r + \frac{i}{2} + \frac{a}{\hat{n}r} + \frac{ia}{\hat{n}^2 r^2},$$

где a имеет то же значение, что и в (4).

Вне цилиндра имеем

$$E_z = B \exp\left(i \int_{R_2}^r \frac{z_1}{\xi} d\xi\right); \quad H_\phi = -\frac{z_1}{r} E_z.$$

Внутри цилиндра:

$$E_z = C \exp\left(i \int_{r_0}^r \frac{z_2}{\xi} d\xi\right); \quad H_\phi = -\frac{z_2}{r} E_z.$$

В цилиндре:

$$E_z = A_a \exp\left(i \int_{R_1}^r \frac{z_a}{\xi} d\xi\right) + A_b \exp\left(i \int_{R_1}^r \frac{z_b}{\xi} d\xi\right),$$

$$H_\phi = -\frac{z_a}{r} A_a \exp\left(i \int_{R_1}^r \frac{z_a}{\xi} d\xi\right) - \frac{z_b}{r} A_b \exp\left(i \int_{R_1}^r \frac{z_b}{\xi} d\xi\right).$$

Переобозначим $C = E_z(R_1)$ и обозначим $z_{a1} = z_a(R_1)$, $z_{b1} = z_b(R_1)$, $z_{a2} = z_a(R_2)$, $z_{b2} = z_b(R_2)$. Тогда для граничных условий при $r = R_1$ имеем

$$A_a + A_b = C; \quad z_{a1}A_a + z_{b1}A_b = z_2C, \quad (5)$$

а при $r = R_2$

$$A_a e^{i\Phi_a} + A_b e^{i\Phi_b} = B; \quad z_{a2}A_a e^{i\Phi_a} + z_{b2}A_b e^{i\Phi_b} = z_1B, \quad (6)$$

где $\Phi_a = \int_{R_1}^{R_2} \frac{z_a}{\xi} d\xi$, $\Phi_b = \int_{R_1}^{R_2} \frac{z_b}{\xi} d\xi$.

Совместное решение (5) и (6) приводит к уравнению для мод полого цилиндра:

$$F = (z_{a1} - z_2)(z_{b2} - z_1) - (z_{a2} - z_1)(z_{b1} - z_2)e^{i(\Phi_a - \Phi_b)} = 0.$$

Аналогично случаю сплошного цилиндра находятся нули функции $|\text{Re}F| + |\text{Im}F|$. Результаты расчета мод для случая $R_1 = 10$; $R_2 = 11$ при $n = 3, 5$ и $\kappa = 10^{-5}$ показаны на рис. 6.

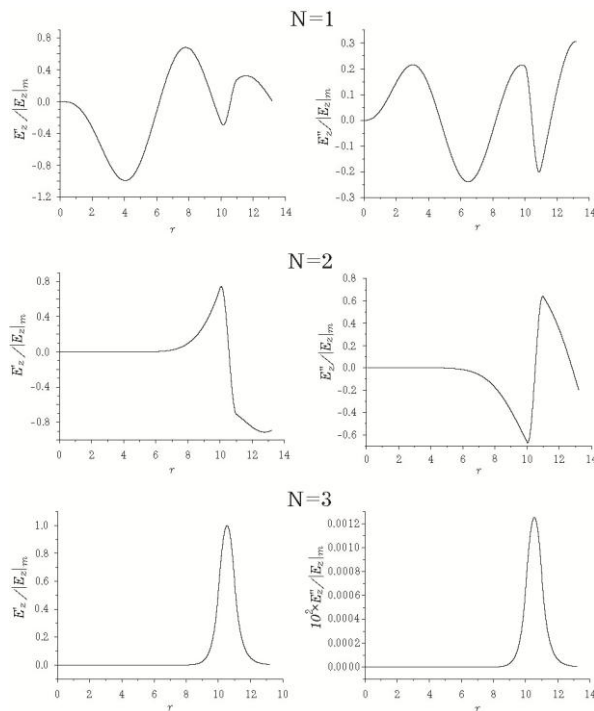


Рис. 6. Моды полого цилиндра ($N = 1, 2, 3$).

Параметры цилиндра: $n = 3, 5$; $\kappa = 10^{-5}$;

$R_1 = 10$; $R_2 = 11$

Fig. 6. Hollow cylinder modes ($N = 1, 2, 3$).

Cylinder parameters: $n = 3.5$; $\kappa = 10^{-5}$;

$R_1 = 10$; $R_2 = 11$

Здесь имеется только три моды: одна из них занимает значительную область, включающую цилиндр, поле второй находится в основном в области вблизи цилиндра, поле третьей – в теле цилиндра и быстро затухает вне его (WG-мода).

Заключение

Численно решена задача определения мод бегущих волн в бесконечных цилиндрах для $E_z \neq 0$, $H_z = 0$. Метод решения пригоден для определения мод резонаторов, включающих цилиндрические поверхности с постановкой различных граничных условий на выделенных ϕ . Для цилиндров конечных размеров по z пригодны те же формулы с заменой $\hat{n}^2 \rightarrow \hat{n}^2 - p_z^2$ и добавлением соответствующих граничных условий по z .

Расчет проведен для цилиндров из полупроводникового материала малого ($\sim \lambda$) радиуса, но метод расчета пригоден для цилиндров любых радиусов. Изменится лишь плотность мод $\delta p' \sim 1/R$ и сдвинется граница между областью малых потерь и областью излучения (см. рис. 2, справа).

Представленный метод расчета позволяет, дополнив граничными условиями по z и по ϕ , рассматривать различные конфигурации резонаторов, в том числе круговые сектора цилиндров (получилинды и т. п.). В частности для полупроводниковых лазеров рассчитывать оптимальные размеры электродов, через которые носители инжектируются в нужные моды резонатора. Выбирая радиус возбуждающего электрода в области мод излучения (см. рис. 2, справа), можно регулировать долю выводимой мощности из лазера с цилиндрическим резонатором (см. рис. 5). Учитывая это в проектировании лазерных источников излучения, можно существенно повысить их эффективность.

Список литературы / References

1. **Lord Rayleigh**. The problem of the Whispering Gallery. *Phil. Mag.*, 1910, vol. 20, no. 120, p. 6.
2. **Marcatili E. A. J., Schmeltzer R. A.** Hollow metallic and Dielectric Waveguides for Long Distance Optical Transmission and Lasers. *Bell Syst. Tech. J.*, 1964, vol. 43, p. 1783–1809.
3. **Krammer Hermann**. Propagation of modes in curved hollow metallic waveguides for the infrared. *Applied Optics*, 1977, vol. 16, no. 8, p. 2163–2165.
4. **Ge Liu, Shengguang Liu, Jiaqiang Wu**. Theoretical analysis of whispering-gallery mode ring dielectric resonator. *Int. Journ. of Infrared and Millimeter Waves*, 1995, vol. 16, no. 3, p. 629–639.
5. **Monakhov A. M., Sherstnev V. V., Astakhova A. P., Yakovlev Yu. P., Boissier G., Teissier R., Baranov A. N.** Experimental observation of whispering gallery modes in sector disk lasers. *Applied Physics Lett.*, 2009, vol. 94, p. 051102.
6. **Yakovlev Yu. P., Monakhov A. P., Astakhova A. P., Baranov A. N., Boissier G., Grebenshchikova E. N., Kizhaev S. S., Sherstnev V. V., Teissier R.** Middle-IR whispering gallery mode lasers. In: 18th Int. Symp. “Nanostructures: Physics and Technology”. St. Petersburg, Russia, 2010. P. 31–32.

Материал поступил в редколлегию
Received
17.02.2020

Сведения об авторе / Information about the Author

Ковалёв Александр Анатольевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник ИФП СО РАН (Новосибирск, Россия)

Alexander A. Kovalyov, candidate of Phys.-Math. Sciences, senior researcher ISP SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

kovalev@isp.nsc.ru

УДК 544.774.4 + 615.243.4
DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-98-105

Исследование комплексообразования калий висмут цитрата с полисахаридами

М. А. Михайленко^{1,2}, М. Р. Шарафутдинов^{1,2}, И. В. Ельцов³
М. В. Тренихин⁴, Б. П. Толочко^{1,2}

¹ Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН
Новосибирск, Россия

² Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН
Новосибирск, Россия

³ Новосибирский национальный исследовательский университет
Новосибирск, Россия

⁴ Центр новых химических технологий ИК СО РАН
Омск, Россия

Аннотация

Проведено исследование взаимодействия калий висмут цитрата (КВЦ) с полисахаридами различного строения – декстраном (линейный) и арабиногалактаном (разветвленный). Методом ЯМР показан донорно-акцепторный характер взаимодействия декстрана с КВЦ в растворах. Методами синхротронного излучения и просвечивающей электронной микроскопии показано формирование анизотропных нанокристаллов КВЦ в окружении декстрана.

Ключевые слова

калий висмут цитрат, декстран, арабиногалактан, синхротронное излучение

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № 0237-2019-0001). При выполнении работы использовалось оборудование ЦКП «СЦСТИ» на базе ВЭПП-3 ИЯФ СО РАН, подержанного Минобрнауки России (уникальный идентификатор проекта RFMEFI62117X0012). Авторы выражают благодарность д-ру хим. наук Ю. М. Юхину и канд. хим. наук Е. С. Найденко (ИХТТМ СО РАН) за предоставленный образец КВЦ.

Для цитирования

Михайленко М. А., Шарафутдинов М. Р., Ельцов И. В., Тренихин М. В., Толочко Б. П. Исследование комплексообразования калий висмут цитрата с полисахаридами // Сибирский физический журнал. 2020. Т. 15, № 1. С. 98–105. DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-98-105

© М. А. Михайленко, М. Р. Шарафутдинов, И. В. Ельцов,
М. В. Тренихин, Б. П. Толочко, 2020

Investigation of Complexation of Bismuth Potassium Citrate with Polysaccharides

M. A. Mikhailenko^{1, 2}, M. R. Sharafutdinov^{1, 2}, I. V. Eltsov³
M. V. Trenikhin⁴, B. P. Tolochko^{1, 2}

¹ Institute of Solid State Chemistry and Mechanochemistry SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation

² Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation

³ Novosibirsk State University
Novosibirsk, Russian Federation

⁴ Center of New Chemical Technologies, Boreskov Institute of Catalysis SB RAS
Omsk, Russian Federation

Abstract

The interaction of potassium bismuth citrate (PBC) with polysaccharides of various structures – dextran (linear) and arabinogalactan (branched) was investigated. The NMR method revealed the donor-acceptor character of the interaction of dextran with PBC in water solutions. Synchrotron radiation and transmission electron microscopy was shown the formation of the anisotropic PBC-nanocrystals the covered of dextran layers.

Keywords

potassium bismuth citrate, dextran, arabinogalactan, synchrotron radiation

Acknowledgements

This work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (project 0237-2019-0001).

When performing the work, the equipment of the SSTRC SB RAS on the basis of VEPP-3 (BINP SB RAS) was used. Support by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (identifier of the project is RFMEFI62117X0012).

The authors are grateful to Doctor of Sciences Yu. M. Yukhin and Candidate of Sciences E. S. Naydenko (ISSCM SB RAS) for the provided sample of PBC.

For citation

Mikhailenko M. A., Sharafutdinov M. R., Eltsov I. V., Trenikhin M. V., Tolochko B. P. Investigation of Complexation of Bismuth Potassium Citrate with Polysaccharides. *Siberian Journal of Physics*, 2020, vol. 15, no. 1, p. 98–105. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-98-105

Калий висмут цитрат (КВЦ) и его аналоги применяются при лечении язвенной болезни, обладая антибактериальным действием на *Helicobacter pylori*, усиливая действие некоторых антибиотиков и ингибируя желудочную секрецию [1]. Дополнительно в экспериментах на модельных животных было показано, что в кислой среде из растворов КВЦ образуется пленка кристаллического субцитрата висмута, локализуемая в углублениях язв [2]. КВЦ практически не всасывается в кровь из желудочно-кишечного тракта. Ряд полисахаридов обладает аналогичным КВЦ действием.

Рассматривается применение полисахаридов с α(1-6) гликозидными связями для предотвращения закрепления различных бактериальных агентов на слизистых оболочках, в том числе и *Helicobacter pylori* [2]. Связывание полисахаридов обусловлено наличием в стенках бактерий фрагментов липоглюкановой природы с α(1-6) гликозидными связями [3; 4]. Аналогичный эффект используется в препарате на основе конъюгата изониазида с окисленным декстраном для лечения туберкулеза (декстрановый остаток служит средством доставки) [5] и, в так называемых растительных антибиотиках (препаратах из полисахаридов клеточной стенки дрожжей со строением, аналогичным декстрану), которые блокируют связывание бактерий со слизистыми оболочками желудочно-кишечного тракта [6]. Ранее с использованием синхротронного излучения было показано, что КВЦ в водных растворах может образовывать устойчивые агломераты [7].

Цель работы – исследование возможностей образования комплексов полисахаридов линейного и разветвленного строения с $\alpha(1-6)$ гликозидными связями с КВЦ, которые потенциально могут быть активны в противоязвенной терапии. В качестве полисахаридов были выбраны декстран и арабиногалактан (АГ) (рис. 1).

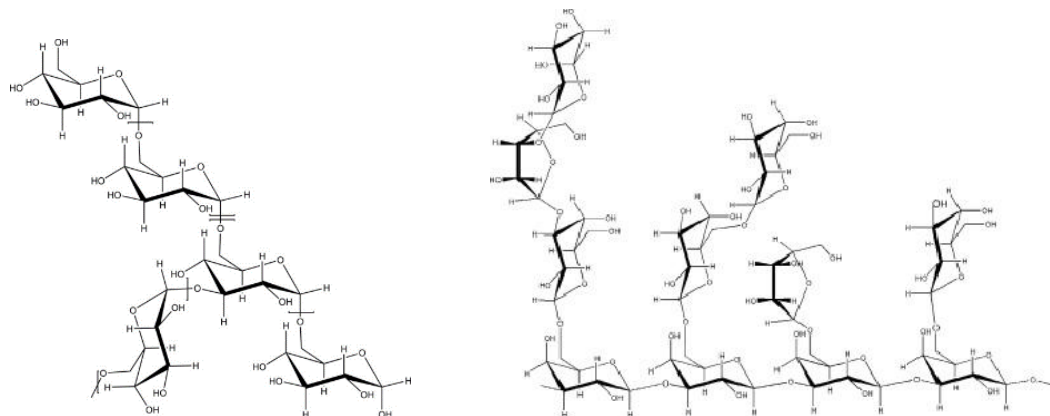


Рис. 1. Структура декстрана (слева) и арабиногалактана (справа)

Fig. 1. Structures of dextran (left) and arabinogalactan (right)

В структуре декстрана $\alpha(1-6)$ гликозидные связи присутствуют в основной цепи, в структуре АГ – в боковых.

Экспериментальная часть

Калий висмут цитрат был синтезирован в ИХТТМ СО РАН [8] и представлял субстанцию, используемую в производстве противоязвенного препарата в России. Арабиногалактан был выделен из *Larix Sibirica* [9]. Декстран был получен выделением из фармацевтического препарата путем высаживания спиртом с последующим фильтрованием и сушкой при пониженном давлении. В работе была использована высокомолекулярная фракция, полученная при добавлении эквивалентного объема этанола (выход 80 % от содержания декстрана в препарате).

Исследование влияния КВЦ и полисахаридов на взаимную растворимость осуществляли следующим образом. Готовили растворы полисахаридов заданной концентрации, к которым прибавляли заведомо избыточное количество КВЦ – 80 мг/мл. На начальных этапах происходило полное растворение КВЦ с образованием слегка опалесцирующих растворов. Через 5–10 часов при н. у. из растворов выпадал осадок. Растворы подвергались центрифугированию (ОПН-8, 8000 об./мин, 6400g, 15 мин).

Концентрации полисахаридов и КВЦ в растворах после отделения осадков определяли методом гельпроникающей хроматографии путем разбавления проб в 50 раз с использованием хроматографа Agilent 1200 с рефрактометрическим детектором 1260 Infinity (30 °C, PL aquagel-ОН 40 300*7.5 мм, 0,1 М LiNO₃, 1 мл/мин). Калибровка колонки осуществлялась с помощью стандартных образцов декстранов (Sigma-Aldrich) с ММ 10600, 20000, 41272, 70000.

Исследование взаимодействия КВЦ с полисахаридами методом ЯМР осуществлялось в D₂O с использованием спектрометра AVANCE III 500, частоты резонанса ¹H – 500.13MHz, ¹³C – 125.76 MHz (Bruker, Германия).

Образцы для дифрактометрических и электронно-микроскопических исследований готовили путем сушки осадков и выпаривания растворов при пониженном давлении.

Электронно-микроскопические исследования проводили с использованием микроскопа JEM-2100 (Jeol, Япония) с энергодисперсионным анализатором Inca-250 (Oxford Instruments, Великобритания).

Дифрактометрические исследования проводили с использованием станции «Дифракционное кино», длина волны 1,516 Å, комплекса ВЭПП-3/ВЭПП-4 (СЦТИ СО РАН, ИЯФ СО РАН) [10]. Регистрировали малоугловое рассеяние и классическую дифракцию.

Результаты и обсуждение

Исследование растворимости в смесях КВЦ и полисахаридов показало, что в случае АГ не отмечается значимого взаимного влияния. АГ не захватывается из раствора при выпадении избыточного количества КВЦ. Падение концентрации КВЦ при увеличении концентрации АГ в растворах также не отмечено.

На рис. 2 приведена зависимость количества остаточного количества декстрана и КВЦ от начальной концентрации декстрана в растворах. В случае растворов декстрана при малых концентрациях растворов (до 1–1,5 %) при выпадении избытка КВЦ декстран в растворах практически отсутствует. Увеличение концентрации декстрана в исходных растворах способствует уменьшению равновесной концентрации КВЦ.

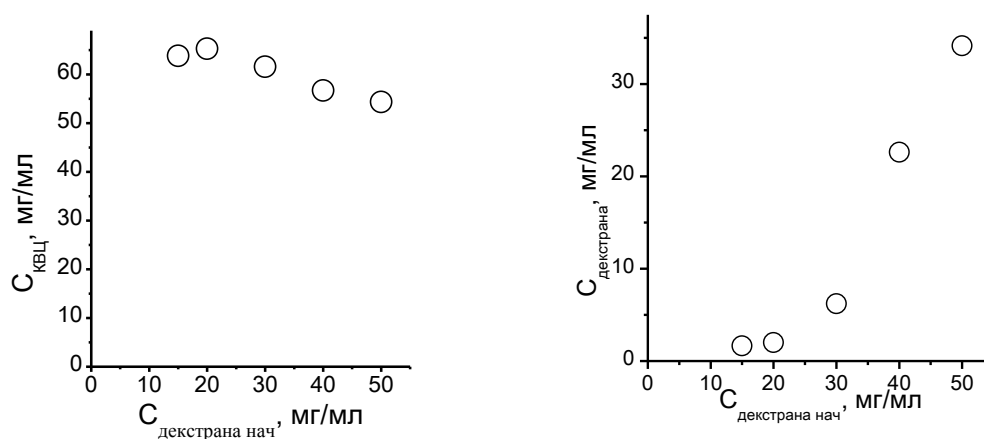


Рис. 2. Изменение концентраций в растворах смесей КВЦ и декстрана в зависимости от начальной концентрации декстрана

Fig. 2. Concentrations change in solutions of mixtures PBC and dextran depending on the initial concentration of dextran

Исследование растворов КВЦ с избытком декстрана методом ЯМР показывает наличие взаимодействия, выражающегося в сдвиге сигналов как декстрана, так и КВЦ, относительно их спектров в чистом виде. В спектрах ^{13}C сигналы декстрана сдвигаются в область более сильного поля, а сигналы КВЦ – в область слабого, что может являться свидетельством донорно-акцепторного взаимодействия.

Осадок, формирующийся при выпадении избыточного количества КВЦ с захватываемым декстраном, имеет вид вискероов. На дифрактограммах осадков (рис. 3) присутствуют рефлексы с очень высокой интенсивностью в области $d \sim 8,7$ Å.

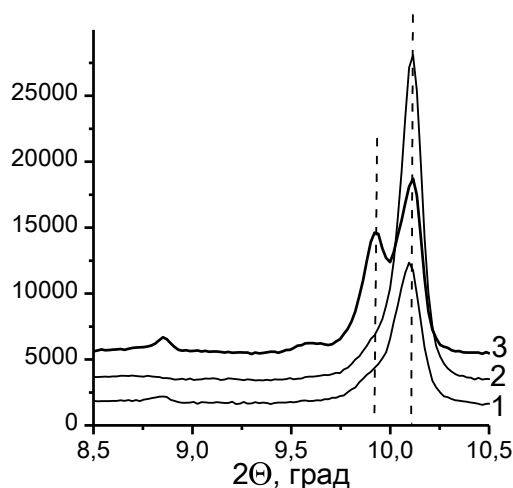


Рис. 3. Дифрактограмма осадков КВЦ с декстраном.
Начальная концентрация декстрана: 1 – 50 мг/мл, 2 – 30 мг/мл, 3 – 15 мг/мл
Fig. 3. X-ray diffraction patterns of PBC precipitation with dextran.
The initial concentration of dextran: 1 – 50 mg/ml, 2 – 30 mg /ml, 3 – 15 mg/ml

Ранее при рассмотрении структуры калий-аммоний висмут цитрата было обнаружено наличие 3-х типов димеров $[(\text{Bi}(\text{cit})_2\text{Bi})^{2-}]$ [11]. Данные димеры образуют двумерную структуру посредством мостиков лимонной кислоты между атомами Bi с преимущественно ковалентным характером связей. Трехмерная структура образуется в направлении [001] благодаря ионным связям остатков лимонной кислоты с катионами K^+ и NH_4^+ и водородным связям входящих в структуру молекул воды.

Обычно для порошковых дифрактограмм цитратов висмута характерным и самыми интенсивными являются рефлексы $d = 14\text{--}15 \text{ \AA}$ (рефлекс(002) для [11]). На полученных дифрактограммах вследствие сильной анизотропии кристаллов наблюдается другая интенсивность рефлексов с $d = 8,76$ и $17,5 \text{ \AA}$. Наиболее интенсивным является рефлекс с $d = 8,76 \text{ \AA}$, из известной структуры [11] это расстояние наиболее близко к отражениям (111). По мере уменьшения концентрации декстрана проявляются дополнительные отражения с $d = 4,60$ и $9,20 \text{ \AA}$. При рассмотрении полуширин рефлексов также можно выделить группы рефлексов, совпадающие по последовательности появления по мере уменьшения начальной концентрации декстрана в растворах. По аналогии с известной структурой [11] можно заключить, что присутствие даже небольших количеств декстрана блокирует рост кристаллов в направлении [001], в котором происходит связывание двумерной структуры $[(\text{Bi}(\text{cit})_2\text{Bi})^{2-}]$ с преимущественно ковалентным типом связей в трехмерную структуру.

Дифрактограммы пленок полученных при испарении растворов также имеют аномально высокую интенсивность рефлексов в области $d \sim 8,7 \text{ \AA}$. По мере уменьшения остаточной концентрации декстрана в них наблюдается появление дополнительных рефлексов, которые, возможно, относятся к исходной фазе КВЦ.

Электронно-микроскопические исследования пленок (рис. 4), полученных при испарении растворов, показывают наличие плоских кристаллических частиц размерами $10\text{--}20 \text{ нм}$ в окружении аморфной матрицы. Данные локального элементного анализа (соотношение $\text{C} : \text{K} : \text{Bi}$) подтверждают, что данные нанокристаллы являются КВЦ.

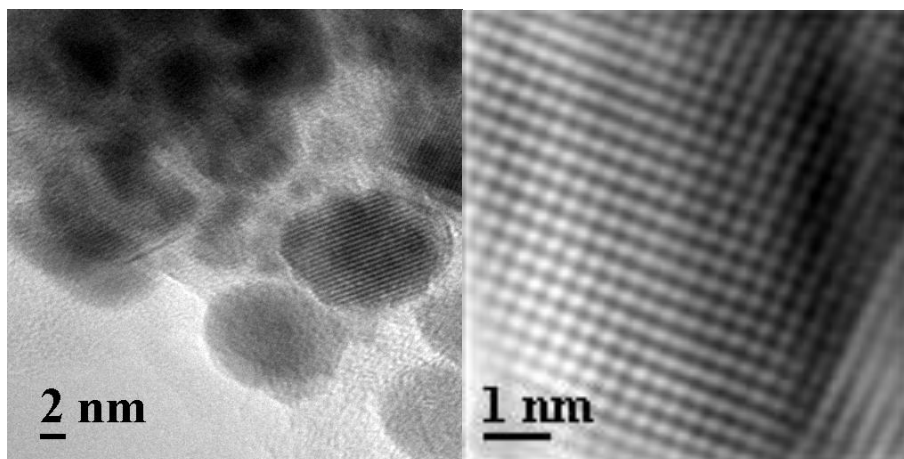


Рис. 4. Электронно-микроскопические снимки пленок, полученных при испарении растворов с концентрацией декстрана ~ 5 мг/мл и КВЦ ~ 60 мг/мл

Fig. 4. TEM images of films obtained by evaporation of solutions with a concentration of dextran ~ 5 mg / ml and PBC ~ 60 mg / ml

Выводы

Получен комплекс декстрана с КВЦ, представляющий собой нанокристаллы КВЦ в окружении аморфной матрицы полисахарида. Межмолекулярное взаимодействие декстрана с КВЦ в растворах приводит к формированию кристаллов КВЦ с выраженной анизотропией.

Список литературы

1. **Lambert J. R., Midolo P.** The actions of bismuth in the treatment of *Helicobacter pylori* infection. *Aliment. Pharmacol. Ther.*, 1997, no. 11 (suppl), p. 27.
2. **Koo J., Ho, J., Lam S. K., Wong, J., Ong B.** Coating of Gastric Ulcer by Tripotassium Dicitrate Bismuthate in the Rat. *Gastroenterology*, 1982, vol. 82, no. 5, p. 864.
3. **Xia L.-J., Yang Z.-B., Huang W. et al.** Characterization and flocculation mechanism of high efficiency microbial flocculant TJ-F1 from *Proteus mirabilis*. *Chin. J. Biol.*, 2010, vol. 23, no. 10, p. 1055.
4. **Icatlo F.C., Goshima H., Kimura N., Kodama Y.** Acid-dependent Adherence of *Helicobacter Pylori* Urease to Diverse Polysaccharides. *Gastroenterology*, 2000, vol. 119, no. 2, p. 358.
5. **Arkhipov S. A., Shkurupy V. A., Troitsky A. V. et al.** Phagocytic Activity of Macrophages against Liposomes with Conjugates of Oxidized Dextrans and Isonicotinic Acid Hydrazide during Modeling of Phagocytosis Disturbances *In Vitro*. *Bull. Exp. Biol. Med.*, 2009, vol. 148, no. 4, p. 689.
6. **Ломовский О. И., Королев К. Г., Бычков А. Л., Колдыбаев С. Г.** Патент РФ № 2406516 // Бюлл. изобрет. 2010. № 35.
7. **Mikhailenko M. A., Tolochko B. P., Sharafutdinov M. R. et al.** The resistant agglomerate formation of bismuth ammonium potassium citrate in water solutions and their investigation by SAXS and ablation with using powerful terahertz radiation. *Physics Procedia*, 2016, vol. 84, p. 386.
8. **Юхин Ю. М., Найдено Е. С., Афонина Л. И., Найдено Н. М.** Патент РФ № 2496719 // Бюлл. изобрет. 2013. № 30.
9. **Кузнецова С. А., Кузнецов Б. Н., Михайлов А. Г., Скворцова Г. П.** Патент РФ № 2273646 // Бюлл. изобрет. 2006. № 10.

10. **Piminov P. A. et al.** Synchrotron Radiation Research and Application at VEPP-4. *Physics Procedia*, 2016, vol. 84, p. 19.
11. **Li W., Jin L., Zhu N. et al.** Structure of Colloidal Bismuth Subcitrate (CBS) in Dilute HCl: Unique Assembly of Bismuth Citrate Dinuclear Units ($[\text{Bi}(\text{cit})_2\text{Bi}]^{2-}$). *J. Am. Chem. Soc.*, 2003, vol. 125, no. 41, p. 12408.

References

1. **Lambert J. R., Midolo P.** The actions of bismuth in the treatment of *Helicobacter pylori* infection. *Aliment. Pharmacol. Ther.*, 1997, no. 11 (suppl), p. 27.
2. **Koo J., Ho, J., Lam S. K., Wong, J., Ong B.** Coating of Gastric Ulcer by Tripotassium Dicitrato Bismuthate in the Rat. *Gastroenterology*, 1982, vol. 82, no. 5, p. 864.
3. **Xia L.-J., Yang Z.-B., Huang W. et al.** Characterization and flocculation mechanism of high efficiency microbial flocculant TJ-F1 from *Proteus mirabilis*. *Chin. J. Biol.*, 2010, vol. 23, no. 10, p. 1055.
4. **Icatlo F.C., Goshima H., Kimura N., Kodama Y.** Acid-dependent Adherence of *Helicobacter Pylori* Urease to Diverse Polysaccharides. *Gastroenterology*, 2000, vol. 119, no. 2, p. 358.
5. **Arkhipov S. A., Shkurupy V. A., Troitsky A. V. et al.** Phagocytic Activity of Macrophages against Liposomes with Conjugates of Oxidized Dextrans and Isonicotinic Acid Hydrazide during Modeling of Phagocytosis Disturbances *In Vitro*. *Bull. Exp. Biol. Med.*, 2009, vol. 148, no. 4, p. 689.
6. **Lomovsry O. I., Korolev K. G., Bychkov A. L., Kondybaev S. G.** Patent of Russian Federation no.2406516. *Bull. Inv.*, 2010, no. 35.
7. **Mikhailenko M. A., Tolochko B. P., Sharafutdinov M. R. et al.** The resistant agglomerate formation of bismuth ammonium potassium citrate in water solutions and their investigation by SAXS and ablation with using powerful terahertz radiation. *Physics Procedia*, 2016, vol. 84, p. 386.
8. **Yukin Yu. M., Naydenko E. S., Afonina L. I., Naydenko N. M.** Patent of Russian Federation no. 2496719. *Bull. Inv.*, 2013, no. 30.
9. **Kuznetsova S. A., Kuznetsov B. N., Mikhaylov A. G., Skvortsova G. P.** Patent of Russian Federation no. 2273646. *Bull. Inv.*, 2006, no. 10.
10. **Piminov P. A. et al.** Synchrotron Radiation Research and Application at VEPP-4. *Physics Procedia*, 2016, vol. 84, p. 19.
11. **Li W., Jin L., Zhu N. et al.** Structure of Colloidal Bismuth Subcitrate (CBS) in Dilute HCl: Unique Assembly of Bismuth Citrate Dinuclear Units ($[\text{Bi}(\text{cit})_2\text{Bi}]^{2-}$). *J. Am. Chem. Soc.*, 2003, vol. 125, no. 41, p. 12408.

Материал поступил в редколлегию
Received
02.09.2019

Сведения об авторах / Information about the Authors

Михайленко Михаил Александрович, кандидат химических наук, старший научный сотрудник, Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН (Новосибирск, Россия)

Mikhail A. Mikhailenko, Candidate of Sciences (Chemistry), Senior researcher, Institute of Solid State Chemistry and Mechanochemistry SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

mikhailenko@solid.nsc.ru

Шарафутдинов Марат Рашидович, кандидат химических наук, старший научный сотрудник, Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН (Новосибирск, Россия)

Marat R. Sharafutdonov, Candidate of Sciences (Chemistry), Senior researcher, Institute of Solid State Chemistry and Mechanochemistry SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

marats@solid.nsc.ru

Ельцов Илья Владимирович, кандидат химических наук, доцент, старший преподаватель, факультет естественных наук, Новосибирский государственный университет (Новосибирск, Россия)

Iliya V. Eltsov, Candidate of Sciences (Chemistry), Assistant professor, Department of Natural Sciences, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russian Federation)

eiv@fen.nsu.ru

Тренихин Михаил Викторович, кандидат химических наук, старший научный сотрудник, Центр новых химических технологий Института катализа СО РАН (Омск, Россия)

Mikhail V. Trenikhin, Candidate of Sciences (Chemistry), Senior researcher, Center of New Chemical Technologies Boreskov Institute of Catalysis SB RAS (Omsk, Russian Federation)

tremv@yandex.ru

Толочко Борис Петрович, доктор химических наук, заведующий лабораторией, главный научный сотрудник, Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН (Новосибирск, Россия)

Boris P. Tolochko, Doctor of Sciences (Chemistry), Head of laboratory, Chief Scientist, Institute of Solid State Chemistry and Mechanochemistry SB RAS (Novosibirsk, Russian Federation)

b.p.tolochko@inp.nsk.su

УДК 372.853

DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-106-136

Первые интернет-олимпиады по физике между объединенными российско-американскими командами старшеклассников

А. В. Аржанников, Б. А. Князев

*Новосибирский государственный университет
Новосибирск, Россия*

Аннотация

Статья посвящена двадцатилетнему юбилею проведения первых международных интернет-олимпиад по физике, организованных физическим факультетом Новосибирского государственного университета, в которых участвовали старшеклассники России и США. В те годы на рубеже столетий, оставалось еще несколько лет до появления популярных социальных сетей, а также не существовали ныне широко известные мессенджеры. По этой причине проведение таких соревнований было совсем не простой задачей как в организационном плане, так и в плане технической реализации. Кроме того, было необходимо преодолеть препятствие, связанное с большими различиями в образовательных программах и разным уровнем школьного преподавания физики в России и США, а также с наличием языкового барьера между участниками соревнований. Все эти препятствия были успешно преодолены совместными усилиями российского и американского организационных комитетов. В результате, в 1999 г. были проведены соревнования в рамках двух городов: Новосибирск и Сан-Диего, а в 2000-м – в рамках сети из четырех городов: Новосибирск – Санкт-Петербург – Сан-Диего – Сизтл. Следует особо подчеркнуть, что весьма продуктивной оказалась идея проводить соревнования между командами, которые составлены из равного числа российских и американских школьников, общающихся между собой с помощью прямой видеосвязи. Это позволило выровнять шансы команд на победу и заменить межнациональное соперничество тесным сотрудничеством в рамках коллектива интернациональной команды. Комплекты олимпиадных задач были подготовлены как в форме обычных, письменных заданий, так и в форме видеоклипов, содержащих демонстрацию физического опыта. Видеоурок, демонстрирующий выполнение опыта по физике, удачно вписывался в решение проблемы преодоления языкового барьера. Безусловно, в полной мере был использован многолетний опыт, накопленный в НГУ при проведении всесибирских олимпиад и вступительных экзаменов по физике. В приложениях к данной статье, мы представили содержание заданий для участников олимпиад, а также отклики отечественной и американской прессы на описанные события.

Ключевые слова

преподавание физики, интернет-олимпиады, задачи по физике

Для цитирования

Аржанников А. В., Князев Б. А. Первые интернет-олимпиады по физике между объединенными российско-американскими командами старшеклассников // Сибирский физический журнал. 2020. Т. 15, № 1. С. 106–136. DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-106-136

First Online Physics Olympiads between United Russian-American High-School Teams

A. V. Arzhannikov, B. A. Knyazev

Novosibirsk State University
Novosibirsk, Russian Federation

Abstract

The article is dedicated to the twentieth anniversary of two Internet physics olympiads organized by the Physics Department of Novosibirsk State University, in which senior pupils from Russia and the USA participated. For the time when before the advent of popular social networks there were a few more years when the currently popular messengers were not yet widespread, the organization of such competitions was technically and organizationally far from a trivial task. It was also necessary to overcome the problem of different programs and different levels of school physics teaching in Russia and the USA, as well as the problem of the language barrier. All these tasks were successfully solved by the joint efforts of the Russian and American organizing committees, and in 1999 the competitions Novosibirsk – San Diego and in 2000 Novosibirsk – St. Petersburg – San Diego – Seattle were held. A successful invention that allowed equalizing the chances of teams and replacing interethnic rivalry with cooperation was the idea to hold competitions between international teams, consisting of an equal number of Russian and American schoolchildren communicating with each other via direct video communication. Sets of tasks were prepared for the olympiads, both ordinary, written, and video clips with tasks-demonstrations. The latter have been particularly successful in resolving the problem of the language barrier. The great help in conducting these two Olympiads was the many years of experience gained by NSU during the All-Siberian Olympiads and the idea of the demonstration tasks used in entrance examinations at the Physics Department of NSU. We present in this article both the content of the tasks of the Olympiads and the responses of the domestic and American press to the events described.

Keywords

physics teaching, physics olympiads, tasks on physics

For citation

Arzhannikov A. V., Knyazev B. A. First Online Physics Olympiads between United Russian-American High-School Teams. *Siberian Journal of Physics*, 2020, vol. 15, no. 1, p. 106–136. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2020-15-1-106-136

Вводные замечания

Весной 2019 г. исполнилось 20 лет с даты проведения Первой российско-американской интернет-олимпиады по физике (First USA / Russian Internet Olympiad on Physics) для выпускных классов средней школы. Проведение такой олимпиады для старшеклассников было предложено в ноябре 1998 г. в Новом Орлеане на ежегодной конференции Отделения физики плазмы Американского физического общества (Plasma Physics Division of APS) в ходе беседы Бориса А. Князева (заведующего кафедрой общей физики физфака НГУ) с Кэрл Даниэлсон и Ричардом Ли (Carol Danielson and Richard Lee from General Atomics) при участии Джона Виллиса из Департамента энергетики США (John Willis of the U.S. DOE). Основным препятствием к проведению этой олимпиады было то, что школьные программы по физике в Российской Федерации и США радикально отличались по глубине проникновения в изучаемый предмет и последовательности изложения образовательных материалов. Например, только в некоторых специализированных школах США описание физических законов в рамках образовательной программы проводилось с применением простых математических выражений. Осознавая это обстоятельство, приняли решение: создавать объединенные российско-американские команды, составленные из одинакового числа российских и американских старшеклассников. Это обеспечивало равенство возможностей для каждой из участвующих команд, а также способствовало развитию партнерских контактов между старшеклассниками двух стран.

Первая интернет-олимпиада по физике

Первая олимпиада была проведена 8–9 апреля 1999 г. при участии трех международных команд, каждая из которых была составлена из старшеклассников – представителей школ Новосибирска и Сан-Диего. Исключительно важной особенностью этих интеллектуальных соревнований было именно то, что каждая из трех команд представляла собой объединенный коллектив, составленный из 4-х российских и 4-х американских школьников. Эти две половины объединенной команды, состоящей из восьми человек, выполняли задание из 6-ти задач в условиях тесного общения с использованием интернет-технологий. С российской стороны в состав трех команд вошли старшеклассники трех школ города Новосибирска. В команду № 1 входили учащиеся физико-математической школы при НГУ (СУНЦ), в команду № 2 – учащиеся гимназии № 1 (Центральный район г. Новосибирска), в команду № 3 – учащиеся гимназии № 3 (Советский район г. Новосибирска). В свою очередь, с американской стороны в состав этих трех интернациональных команд вошли выпускники 5-ти школ, расположенных на территории города Сан-Диего. Здесь следует отметить, что в течение одной недели до начала соревнований учащиеся, входящие в состав каждой интернациональной команды с российской и американской сторон, вели интенсивное общение между собой по каналам связи, которые затем были использованы ими при совместном решении задач в ходе соревнования. В течение этой недели тренировок по общению на английском языке состав команды № 1 был несколько расширен как с российской (5 человек), так и с американской стороны (7 человек). Это нашло отражение на фотографиях трех интернациональных команд (рис. 1). Во время соревнований команда № 1 имела в своем составе 8 обучающихся (по 4 человека с каждой стороны), как и две другие интернациональные команды.

Задание для этой интернет-олимпиады было составлено программным комитетом, образованным из представителей именно тех трех среднеобразовательных школ, учащиеся которых входили в состав соревнующихся команд с российской стороны. На рис. 2 представлена фотография, полученная во время рабочего заседания этого комитета. Здесь же, несколько правее фотографии программного комитета, представлена фотография профессора Б. А. Князева, который ведет разговор с американскими коллегами непосредственно во время проведения соревнования с целью координации действий между организаторами с российской и американской сторон.

В задании, выданном участникам данного соревнования, содержалось шесть задач, тексты которых представлены в приложении 1 и сопровождаются решениями, что позволяет читателям данной статьи оценить доступность решения всего задания на базе знаний школьной программы. При выставлении полного числа баллов, набранных каждой из трех команд по результатам выполнения ими предложенного задания, программный комитет оценивал результат решения каждой из задач в баллах в зависимости от того, насколько представленное командой решение смогло приблизиться к достижению соответствующего ответа. По результатам проверки представленных командами решений первое место в соревновании заняла команда № 2, в которую с российской стороны входили учащиеся гимназии № 1, второе место было присуждено команде № 3, включающей учащихся гимназии № 3, и, наконец, третье место заняла команда № 1, состоящая из учащихся СУНЦ.

Проведение Первой интернет-олимпиады школьников вызвало большой интерес как российских, так американских средств массовой информации (см. прилож. 2 и 3) и нашло отражение в интернет-сообщении¹. В прилож. 3 представлен один из примеров публикации об Олимпиаде в американской прессе, а именно статья в газете *The Daily Californian*.

¹ <https://www.aps.org/publications/apsnews/199908/internet-olympiad.cfm>



Рис. 1. Команды – участницы Первой интернет-олимпиады. Объединенные российско-американские команды представлены в последовательности сверху вниз в соответствии с занятыми местами по итогам соревнования

Fig. 1. Teams – participants of the First Internet Olympiad. The united Russian-American teams are presented in a sequence from top to bottom in accordance with the occupied places following the results of the competition

Members of the Russian Program Committee

Originator of US/Russian Olympiad



(left to right): **Yurii Bashkatov**, Educator of Gymnasium #3;
Anatolii Trubachev, Educator of SPM;
Andrey Arzhannikov, Professor NSU, Chairman;
Ivan Vorob'ev, Associate professor of SPM;
Idris Agliulin, Educator of gymnasium #1
 Man standing behind Arzhannikov, is **Alexander Ershov**, Associate Professor of SPM



Boris A. Knyazev

Рис. 2. Программный оргкомитет Первой интернет-олимпиады с российской стороны
Fig. 2. Program Committee of the First Internet Olympiad from the Russian side

Вторая интернет-олимпиада по физике

Благодаря широкому распространению информации о Первой интернет-олимпиаде по физике на участие в интернет-олимпиаде следующего года подали заявку представители школ уже из четырех городов. Наряду с Новосибирском и Сан-Диего к участию в олимпиаде присоединились Санкт-Петербург (учебный центр академика Ж. И. Алфёрова) и Сиэтл (рис. 3). В этом, втором, соревновании участвовало восемь интернациональных команд, составленных из учащихся российских и американских школ. В каждую команду входили по одной школе из России и из США. Схема, по которой была организована совместная работа школьников, входящих в одну интернациональную команду, при решении задач, а также схема

взаимодействия четырех судейских команд, работавших в четырех городах, по оценке качества решения задач, предложенных в задании, нашли отражение на рис. 4.

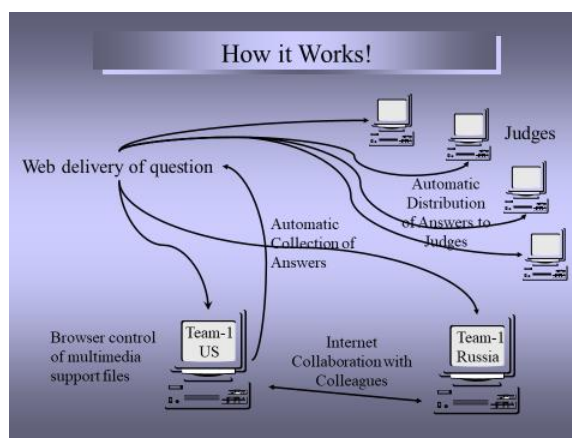


Рис. 3. Четыре города из двух стран – участники Второй интернет-олимпиады
Fig. 3. Four cities from two countries – participants of the Second Internet Olympiad

Задачи для данной олимпиады были составлены российским программным оргкомитетом и согласованы с американскими коллегами на предмет соответствия содержанию образовательных программ. В приложении 4 последовательно представлены задания на первый (подготовительный) тур, в ходе которого участники команд осваивали методику совместной работы над решением задач с использованием интернет-коммуникации, и на второй (заключительный) тур, по результатам которого осуществлялось распределение команд по местам в турнирной таблице.

Пример трансляции через Интернет практической задачи, которая была включена в задание на заключительный тур, в виде фильма, демонстрирующего опыт по физике из школьной программы, представлен на рис. 5.

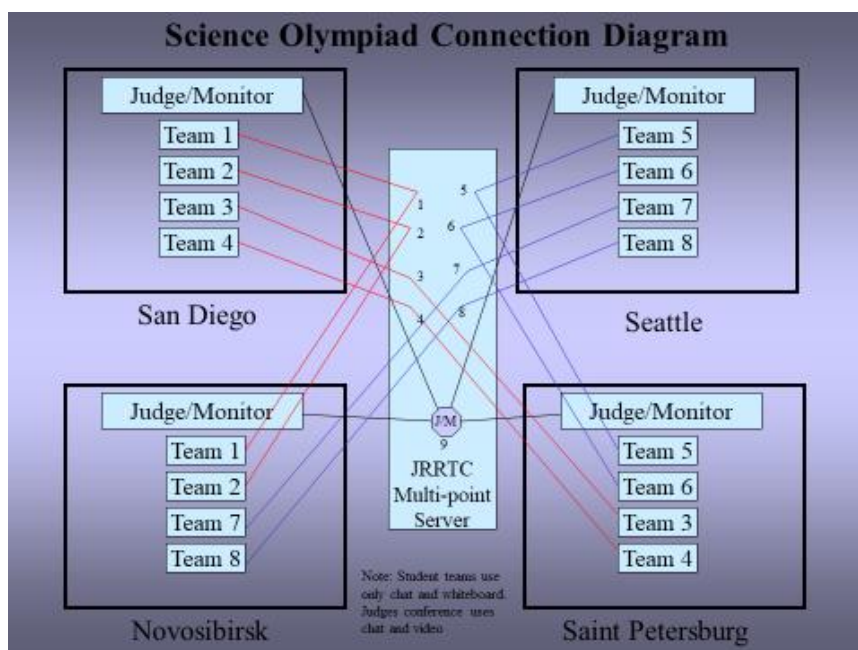


Рис. 4. Схема сети, обеспечивавшей связь школьников в совместных командах и членов жюри в четырех городах

Fig. 4. Schematic of the network providing communication for the school students in the joint teams and for the jury members in four cities

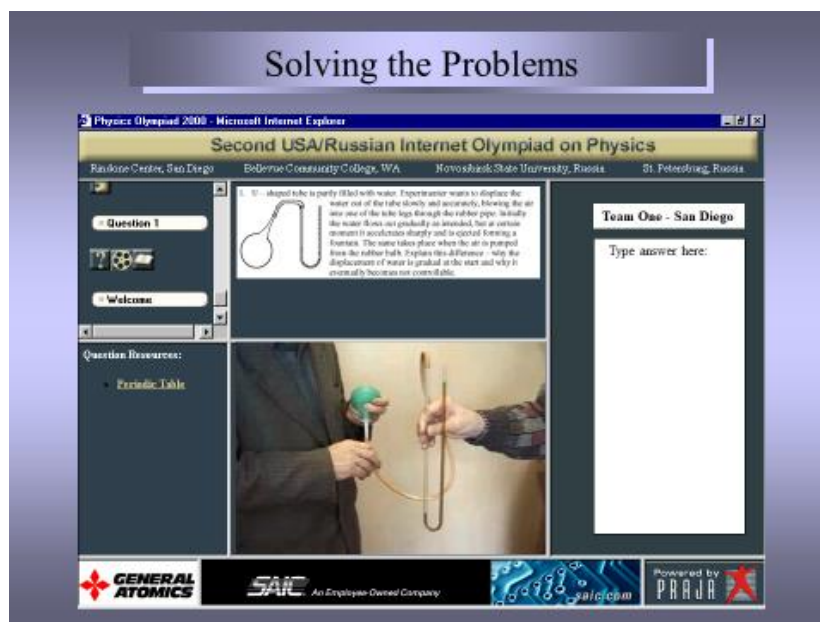


Рис. 5. Изображение экрана компьютера каждой из команд, на котором демонстрируется физический эксперимент, требующий объяснения наблюдаемого явления

Fig. 5. The image of the computer screen of each of the teams, which displays a physical experiment that requires an explanation of an observed phenomenon

Учащиеся российских и американских школ активно обсуждали решения задач с использованием предоставленных интернет-технологий: chat и white board (рис. 6). В свою очередь, судейские команды использовали также две взаимно-дополняющие технологии: chat и videoconference (рис. 7). С позиции сегодняшнего дня, указанные интернет-технологии выглядят совсем не впечатляюще, но в те далекие годы (конец девяностых) этот процесс связи считался уникальным техническим решением.



Рис. 6. Работа объединенных команд над решением задач в условиях неотступного контроля со стороны международного жюри
Fig. 6. Joint teams work on problem solving in the conditions of constant control by the international jury



Рис. 7. Активная работа жюри в ходе проведения заключительного тура соревнований и при выработке итогового решения по результатам этого тура
Fig. 7. Active work of the jury during the final round of the competition and in the development of the final decision on the results of this round

Используя интернет для тесного динамичного общения, международное жюри, составленное из представителей всех четырех городов, детально проанализировало решения, представленные восемью командами. Итоговая таблица с результатами проведенного соревнования представлена на рис. 8. Видно, что международное жюри присудило победу команде № 1, которая была составлена из учащихся СУНЦ НГУ (г. Новосибирск) и трех школ из города Сан Диего. Эта команда набрала 43,25 балла. Второе и третье места поделили между собой команда № 5 и 6, набравшие по 37 баллов. Списочный состав команд-победительниц представлен на рис. 9. Проведение Второй интернет-олимпиады нашло широкий отклик в средствах массовой информации. Пример публикаций по этому поводу представлен в приложении 5.

International

Internet Physics Olympiad

[Home](#) | [Rules](#) | [Practice Problems](#) | [Participant Chat](#) | [Contest site](#)

Here are the final results for the competition. The competition organizers extend their congratulations to all the contestants. You have confronted tough physics problems under demanding conditions and have all proved your worth. As you can see below, Team 1 takes first place, followed by a tie for second/third place between teams 5 and 6. Our special congratulations to these teams!

Look for the problems, answers, and scoring rubrics using the links below the table.

Final Results of the Competition

Team	Team 1	Team 2	Team 3	Team 4	Team 5	Team 6	Team 7	Team 8
Prob.	S.D./Nsb.	Nsb./Sea.	Nsb./S.D.	Nsb./Sea.	S.D./St.P.	Sea./St.P.	St.P./S.D.	St.P./Sea.
1	9	6	6	5	7	5	4	4
2	10	5	3	4	5	10	5	10
3	2.5	1	1.5	4	2	4	4	1.5
4	7	3	4	7	6	8	2	4
5	8	2	5	5	7	0	2	3
6	6.75	7	10	6.75	10	10	10	10
Total	43.25	24	29.5	31.75	37	37	27	32.5
Standing	1	8	6	5	2-3	2-3	7	4

S.D. = San Diego, Nsb. = Novosibirsk, Sea. = Seattle, St. P. = Saint Petersburg

BCC Website

<http://scidiv.bcc.ctc.edu/physics/ipof/finalscore.html>

Рис. 8. Итоги финального тура Второй интернет-олимпиады по физике

Fig. 8. The results of the final round of the Second Internet Physics Olympiad

US-Russian Physics Olympiad on the Internet
Thursday, April 27, 2000/
Friday, April 28, 2000

WINNERS

First Place: Team 1

Sergei Shepelenko	Novosibirsk	Phys/Math School*
Dmitrii Sidorov	Novosibirsk	Phys/Math School *
Roman Lavrov	Novosibirsk	Phys/Math School *
Dmitrii Maljutin	Novosibirsk	Phys/Math School *
Ms. Liu Yang	San Diego	La Jolla High
Chris Lyons	San Diego	Poway High
Henry Fei	San Diego	Patrick Henry High
Marko Cetina	San Diego	Eastlake High

Tied for Second Place: Teams 5 and 6

Team 5:

A. J. Vincent	San Diego	La Jolla High
Jon Novak	San Diego	Poway High
Kaiya Tollefson	San Diego	Patrick Henry High
Anais Lim	San Diego	Eastlake High
Dmitry Semyonov	St. Petersburg	Physico-Technical School, Ioffe Institute
Aleksandr Nesteryonok	St. Petersburg	Physico-Technical School, Ioffe Institute
Iliya Posov	St. Petersburg	Physico-Mathematical Lyceum #239
Rodion Myasnikov	St. Petersburg	Physico-Mathematical Lyceum #239
Andrey Kokorin	St. Petersburg	

Team 6:

Eric Lam	Seattle	Inglemoor High
Edgar Lobaton	Seattle	Sammamish High
Adam Neugebauer	Seattle	Redmond High
Mark Davenport	Seattle	Issaquah High
Sergey Simonov	St. Petersburg	Physico-Mathematical Lyceum #239
Grigoriy Fishman	St. Petersburg	Physico-Mathematical Lyceum #239
Dmitriy Semikin	St. Petersburg	Physico-Mathematical Lyceum #239
Mikhail Raer	St. Petersburg	Physico-Mathematical Lyceum #239
Sergey Lebedev	St. Petersburg	Physico-Mathematical Lyceum #239
Kiril Voroshilov	St. Petersburg	Physico-Mathematical Lyceum #239

* School newly renamed: Scientific Study Center at Novosibirsk State Univ.

*Рис. 9. Российско-американские команды, занявшие призовые места
во Второй интернет-олимпиаде по физике для старшеклассников*

*Fig. 9. Russian-American teams that won prizes
at the Second Internet Physics Olympiad for high school students*

Заклучение

Таким образом, впервые в истории проведения международных олимпиад была применена нарождающаяся методика проведения предметных олимпиад для школьников различных стран с использованием интернет-технологий. Как было отмечено, основная трудность в организации соревнований между старшеклассниками российских и американских школ состояла в том, что глубина изложения учебного материала по физике и порядок его изложения

по образовательной программе сильно различаются в двух странах. Если исходить из аналогии со спортивными соревнованиями, получается так, что приходится сопоставлять результаты, достигаемые командами, составленными из двух категорий легкоатлетов: участников, прыгающих в высоту со спортивным шестом, и участников, довольствующихся прыжком через перекладину. В случае, когда при оценке достигнутого командой результата суммируются значения высоты, преодоленной каждым из членов команды, получается, что основной вклад в достижение внесут прыгуны с шестом. В американских общеобразовательных школах учат физике так, что это соответствует прыжкам через перекладину на высоте 1,5 метров, и наши зарубежные коллеги приняли решение не проводить далее соревнований между командами, в которых объединены российские и американские школьники. Получалось так, что при обсуждении в команде задачи, предлагаемой олимпиадным заданием, правильное решение, как правило, предлагали российские школьники, а американские члены этой команды только пытались разобраться в предлагаемом россиянами решении. В этих условиях страдало самолюбие американских партнеров, и в итоге это привело к тому, что американская сторона отказалась от проведения интернет-олимпиад в последующие годы.

С той поры, когда проходили описанные в данной статье первые интернет-олимпиады, прошло 20 лет. За эти годы возможности, предоставляемые интернет-технологиями для общения людей в масштабах всего земного шара, неизмеримо выросли. Учитывая то обстоятельство, что уровень преподавания физики в школах таких европейских стран, как Германия и Франция, не уступает российским школам, представляется весьма полезным организовать соревнования школьников в пределах Евразии, используя уникальные современные возможности Интернета. Целесообразно также обратить внимание на возможность проведения соревнований по физике с использованием Интернета между учащимися школ и студентами первых двух лет обучения в университетах нашего региона или всей России. Это, несомненно, повысило бы общий уровень освоения физики в этих учебных заведениях, что принципиально важно для подъема уровня инженерного образования в Российской Федерации.

Мы искренне благодарны коллегам по Программному комитету интернет-олимпиад по физике: Ивану Воробьеву, Александру Ершову и Анатолию Трубочеву, которые в те годы преподавали физику в СУНЦ при НГУ, а также Идрису Аглиулину и Юрию Башкатову, работавшим учителями физики соответственно в гимназиях № 1 и 3 г. Новосибирска. Особо отметим важную роль в проведении интернет-олимпиад наших партнеров с американской стороны: Кэрл Даниэльсон (Carol Danielson) и Ричарда Стефенса (Richard Stephens) из Джeneral Атомикс.

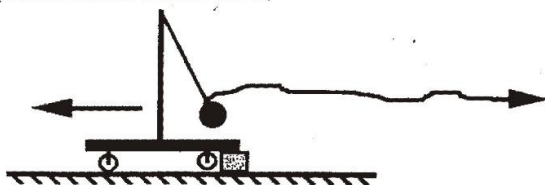
Олимпиада была проведена при поддержке со стороны Новосибирского государственного университета, программы «Интеграция науки и образования» (грант № 276) Министерства образования РФ, Министерства энергетики США (Department of Energy), компании «Дженерал Атомикс» (General Atomics) и Технического центра им. Джо Риндона (Joe Rindone Thachnical Center). В организации второй олимпиады принял активное участие Научно-образовательный центр (НОЦ) Физико-технического института имени А. Ф. Иоффе РАН, созданный Нобелевским лауреатом по физике Ж. И. Алфёровым. Авторы выражают благодарность коллегам из НГУ и НОЦ: Т. Е. Алексеевой, С. В. Быкову, Н. С. Диканскому, Ю. М. Зыбареву, А. И. Живоглядову, В. Н. Иванченко, А. А. Киприянову, К. Г. Костенко, И. А. Котельникову, Б. В. Кутееву, Д. В. Литвиенко, Г. В. Меледину, В. А. Мельничуку, А. А. Никитину, С. Н. Нужину, Е. И. Пальчикову, В. В. Радченко, В. С. Серебрянскому, А. Е. Турину, Е. Н. Фаддеевскому, В. С. Черкасскому, Ш. Р. Яхину, а также американским партнерам: П. Винтеру (P. Winter), Д. Брауну (D. Brown), С. Гамильтону (S. Hamilton), Д. Эдлеру (D. Edler), Б. Симпсону (B. Simpson), Р. Ли (R. Lee), Ю. Омельченко (Yu. Omelchenko), Дж. Уиллису (J. Willis), Р. Хоббсу (R. Hobbs) за весомый вклад в организацию и проведение двух российско-американских интернет-олимпиад.

Задачи, предложенные к решению
участникам Первой интернет-олимпиады по физике

Questions and Answers for Olympiad (real, 4/8/99)

Problem # 1

A pendulum is installed on a small platform which has four wheels. This construction is placed on the horizontal table. The rear end of a platform is lifted up slightly and rests on a piece of foam plastic so that two rear wheels do not touch the table. A man swings the pendulum pulling it by the thread in a backward direction. After the amplitude of oscillations becomes large enough, all apparatus moves forward. What causes this paradoxical behavior?



Answer #1

The tension of the oscillating pendulum creates a torque trying to turn the platform within the plane of oscillations (to lift the end opposite to the pendulum's deflection). As far as the platform remains horizontal, this action is compensated by different reaction forces applied to wheels and foam plastic. So the reaction force is greater at that side to which the pendulum is deflected. The maximal friction is proportional to the reaction force.

Problem # 2

The cylinder, which has a small opening in a bottom end, is filled with water by immersing it in bucket. A piston is put in the cylinder under the water. Then the system is raised so that only the bottom remains in the water. Finally the piston is drawn up sharply. For a short time the space under the piston is filled with bubbles (appears frothy), but in a matter of a second the transparency and homogeneity are restored. Choose the leading mechanism of this phenomenon:

Answer # 2

The cross-section of the cylinder is about ten square cm. So the force needed to reduce the pressure inside to zero is about 10 kG, or 25 pounds, or 100 N. Almost everybody can do it. As the pressure falls down to less than 14 mm Hg, the water starts to boil at room temperature. When the water coming through the bottom opening fills the enlarged volume, the pressure returns to the normal level and the steam condenses back into water. About other answers: d is wrong since the water is present above the piston (and effectively serves as sealing). The effects of dissolved gas and of the embryo air bubbles are comparatively minor. There is naturally more water vapor at hand than of dissolved gas (and than of gas bound in micro-bubbles) to fill the bubbles. Actually one can see that about 1 cubic cm of gas appears in the upper part of cylinder when the pressure is restored. This gas came partly from embryo bubbles or partly was dissolved. But its

separation from water and its presence under the piston does not affect the next experiments.

Problem # 3

Two point charges $2Q$ and Q are fixed at the opposite ends of a rod whose length is $2L$. A rod can freely rotate about its center. A third charge Q is carried from infinity along the line continuing the rod from the side opposite to $2Q$. At which distance between third Q and the axis the rod will start to rotate?



- α) $4L$
- β) $13L/2$
- γ) $L\sqrt{15}$
- δ) $L(\sqrt{2}+1)/(\sqrt{2}-1)$
- ε) $17L/(2+\sqrt{3})$

Answer #3 - δ

The answer used at the time of the experiment was calculated by finding the position of the third charge for which the forces on the other two were equal: At large distances the rod is stable because the force acting on (repelling) $2Q$ is about two times larger than the force on $1Q$. When the force on $1Q$ becomes larger, the equilibrium becomes unstable and a small deflection of the rod will increase. The critical situation corresponds to equal forces: $2Q^2/(x+L)^2 = Q^2/(x-L)^2$. This gives δ.

After the competition was over, we found a mistake in the argument.

Since we are asking for a rotation, we should equate torques, not forces. To see what this does, rotate the rod a very small angle α . The torque is the product of the force, pivot distance, and the angle between the rod and force directions. That angle is different for the two charges. The correct equation is:

$$2Q^2/(x+L)^2 \times (\alpha - \alpha L/(x+L)) = Q^2/(x-L)^2 \times (\alpha + \alpha L/(x-L))$$

It reduces to:

$$2/(x+L)^3 = 1/(x-L)^3$$

and the right result is

$$x = L(2^{1/3} + 1)/(2^{1/3} - 1)$$

that is, replace the square roots in δ with cube roots. Note, that this system is in unstable equilibrium – the rotating torque is zero if the rod angle is exactly zero.

Problem # 4

Given three sealed containers of equal volume of 1 atmosphere of air. Ignite a lump of coal in one, magnesium ribbon in a second, and immerse the third in liquid nitrogen. Let

the first two come back to room temperature after the burning stops. What is the change in the number of gas molecules, and the mass of the gas in each container.

α.

Container no.	1	2	3
gas molecules numb.	no change	reduced by 20%	no change
mass of gas	increased by 10%	reduced by 20%	no change

β.

Container no.	1	2	3
gas molecules numb.	reduced by 20%	reduced by 20%	reduced by 80%
mass of gas	reduced by 20%	reduced by 20%	reduced by 77%

γ.

Container no.	1	2	3
gas molecules numb.	no change	increased by 40%	no change
mass of gas	increased by 10%	increased by 20%	no change

δ.

Container no.	1	2	3
gas molecules numb.	no change	reduced by 20%	reduced by 20%
mass of gas	increased by 10%	reduced by 20%	reduced by 20%

Answer #4 - α

Burning carbon converts the O₂ in the air (20%) to CO₂ also a gas. The number of molecules of gases resulting from the burning is the same as original. The weight has increased. C is nearly as heavy as O, so the CO₂ is 50% heavier, and the total atmosphere is about 10% heavier. b) burning magnesium produces a solid. The number of molecules is reduced by 20% as is the atmospheric weight c) cooling to 77K reduces the pressure to 77/300 atmosphere, for a 70% reduction in pressure. However, the gas inside the volume won't liquify because of the low pressure. Both the mass of gas and the number of molecules inside the container is the unchanged. There is a small amount of both CO₂ and H₂O in air. These will both condense in the third container, but that causes only an insignificant change in the mass and number of gas molecules in that container.

Problem # 5

Find the sum of the first 1000 coefficients in an expansion of

$$(1+x)^{1999} = 1x^0 + 1999x^1 + \dots + 1999x^{1998} + x^{1999}$$

α) 1000!

β) 500500

γ) 2^{1998} δ) $\frac{1999!}{1000!999!}$ ε) 3^{1999} .**Answer #5 – γ**

Let us set $x=1$. Then the binomial is $(1+1)^{1999} = 2^{1999}$. The sum in question is half of this value (since there is exactly 2000 terms in an expansion).

Problem # 6

If 1000! is written out, how many zeros will be at the end?

α) 15

β) 168

γ) 233

δ) 249

ε) 317

φ) 1227

Answer #6 – δ

Each zero represents a factor of $10 = 2 \cdot 5$. The number of zeros will be given by the lesser of the number of 2 factors or 5 factors in this product. First look at number of 5s. $1000/5 = 200$ will have one factor of 5, $1/5$ of those ($1000/25 = 40$) will in addition have a second factor of 5, $1/5$ of those ($1000/125 = 8$) will have three factors, and 1 ($1000/625 = 1$) will have four. Total = 249. Apply the same reasoning to 2s and see there are many more of those. So there will be 249 zeros

Приложение 2

Доклад на конференции с информацией о проведении Первой интернет-олимпиады между командами, в которых объединились российские и американские старшеклассники

*Oral presentation at the International Conference
"PHYSICS IN THE SYSTEM OF MODERN EDUCATION" (PSME-99)
21–25 June, 1999, Saint Petersburg, Russia*

**First International Novosibirsk – San Diego Physics Olympiad:
Integration of Physics and New Information Technologies**

A. V. Arzhannikov, I. I. Vorobiev, A. P. Ershov, A. A. Kipriyanov, B. A. Knyazev,
K. G. Kostenko, G. V. Meledin, S. N. Nuzhin, E. N. Faddeenkov
Novosibirsk State University, 630090 Novosibirsk, Russia

C. Danielson, R. Stephens
General Atomics, San Diego, CA 92121

D. Elder, B. Simpson
Joe Rindone Technical Center, San Diego County Office of Education

The goal of the Olympiad over the internet was to develop the principles and technology of conducting competitions in “real time” as a model of joint professional activity of participants separated by large distances. Interrelation of technical means and academic methods, eventually, significantly determined the format and the ways to conduct the Olympiad.

To equalize the start-up conditions, three mixed teams of Russian and U.S. high-school graduate students were formed. Three weeks before the event, the students had an opportunity to meet each other by email. The Olympiad was held in video-conference centers which provided audio-visual contact between two audiences located on different continents. The computers of the “halves” of each international team were linked by NetMeeting, a program that allows communication in chat and white-board regimes. The two halves of the international jury also communicated via NetMeeting, had a table display of current results, and used the telephone.

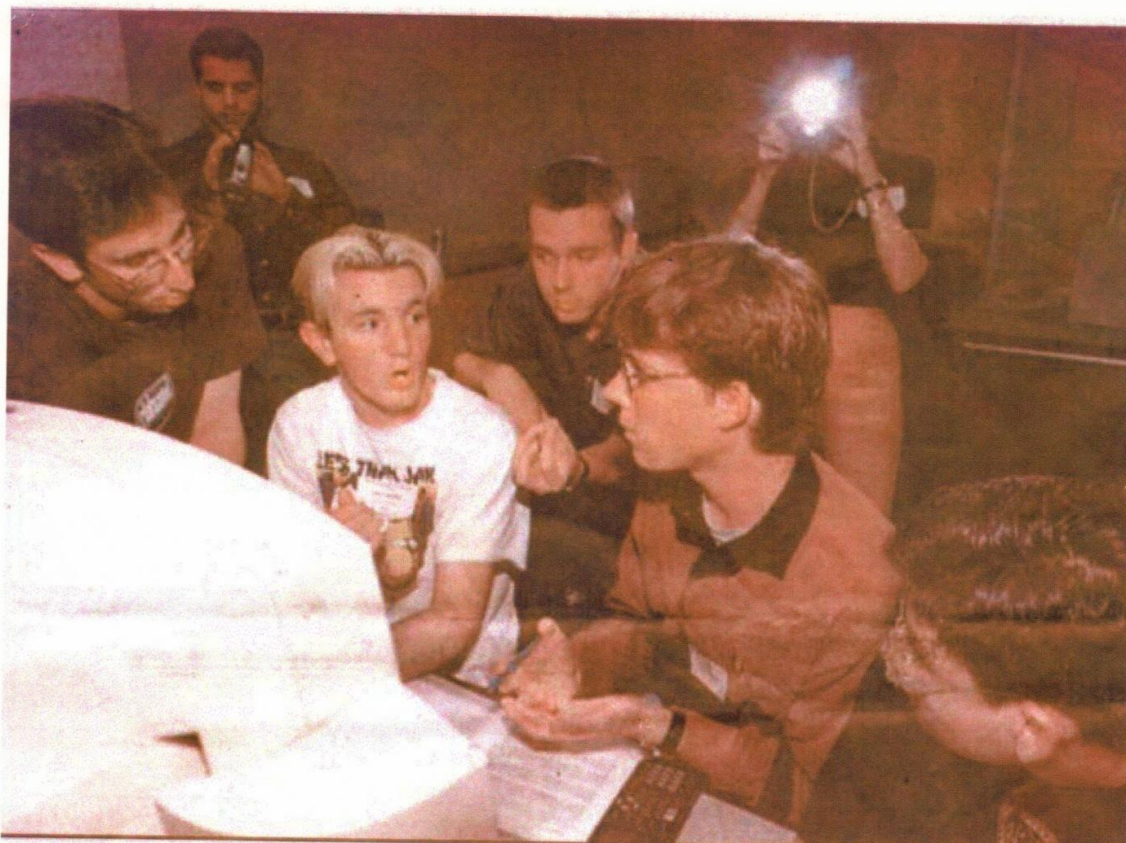
The Olympiad started on the morning of April 9, 1999 (April 8, p.m., San Diego time) with opening welcome remarks by Dr. Robert Conn, Dean of School of Engineering, UCSD, and Dr. N.S. Dikanskii, Member-Correspondent of the Russian Academy of Sciences, Rector of the Novosibirsk State University. The Olympiad consisted of 6 tasks, each scored by up to 2 points each. The first two tasks were demonstrations of physical phenomena; they were pre-recorded digitally and displayed for the competitors on the computer screens. Other tasks were typical assignments in physics and math. While tasks-demonstrations required qualitative explanations, other tasks were scored by the test system. After a ten-minutes’ discussion over the internet, each half of the team would provide an answer to the jury. In two minutes, the international jury would rate the answer of each team and announce the result. The winning team (students from Novosibirsk school No. 1 and their U.S. partners) led with 11 points out of 12 possible while two other teams (school No. 130 with American partners and physical-mathematical school under NSU with the American partners) scored 10 points each.

The experiment showed that Olympiads in the sciences over the internet are technically feasible and appropriate. Internet is most effective when the competitors are located far apart but have to

work out a common decision. Technologies such as NetMeeting (GoogleMeet, Zoom, etc.) can provide the necessary level of interaction among participants during a competition. This kind of communication also can be useful for partners in scientific research and for editing scientific articles. Internet connection at intercontinental distances is not 100%-reliable yet, so a parallel way to conduct such competitions should be provided.

The Olympiad was supported by the Novosibirsk State University, program “Integration of science and education” (grant N 276), Department of Energy, General Atomics, and Joe Rindone Technical Center. The authors express their gratitude to I. Sh. Agliulin, T. E. Alekseeva, Yu. L. Bashkatov, S. V. Bykova, N. S. Dikanskii, Yu. M. Zybarev, A. I. Zhivoglyadov, V. N. Ivanchenko, I. A. Kotelnikov, D. V. Litvienko, V. A. Melnichuk, A. A. Nikitin, V. V. Radchenko, V. S. Serebryanskii, A. E. Turin, Sh. R. Yahin as well as C. Danielson, R. Stephens, C. Hamilton, R. Lee, Yu. Omelchenko, J. Willis, P. Winter for their assistance in organization and conducting of the Olympiad.

Статья в *The Daily Californian* с информацией о проведении Первой интернет-олимпиады по физике между объединенными командами, составленными из российских и американских старшеклассников



Members of a hybrid high school team in the International Physics Competition confer during the event. Participants (from left) are Ross Moskowitz (Grossmont), Brian Appleby (Kearny), T.J. Heibel (Grossmont), Paul Kolinko (Torrey Pines) and David Salihie (Kearny).

Teens battle over physics

By Carey B. Stone
Daily Californian staff writer

A select group of county high school students joined a similar band from Russian Siberia Thursday night to engage in an activity that would have been unthinkable 20 years ago — competing as teammates in an International Physics Olympiad.

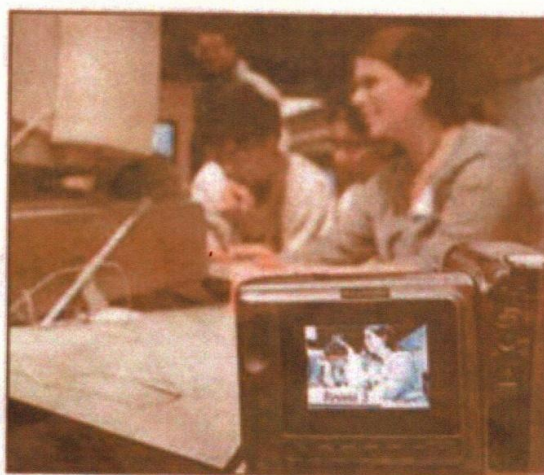
Physics students from Grossmont, Bonita Vista, Kearny, Mira Mesa and Torrey Pines high schools gathered at the

county Office of Education's Joe Rindone Regional Technology center and connected via Internet with their Siberian counterparts.

Each of three teams consisted of American students partnered with students from the University of Novosibirsk, who likewise sat clustered around three computers.

Moderators in both countries gave the students physics, math and chemistry problems that the mixed

Please see **PHYSICS**, page A6



A video image of Grossmont High School student Adam Grindles is transmitted via the Internet during the competition.

The Daily Californian



FRIDAY
APRIL 9, 1999

The Voice of East San Diego County

PHYSICS

continued from page A1

teams worked on both separately and together.

The Russian and American students of Team 1, for example, worked separately to try to answer the question, "If 1000! is written out, how many zeros will be at the end?" Then the entire team discussed both answers before turning them into the moderators.

Both parts of Team 1 got right answers, so the team received two points. Had only one half of the submitted the correct answer, the team would have received one point.

"It's a lot more challenging (than anything in school) but it's kind of fun to work with a group of people to figure out the solutions," said Grossmont's Colin Means of Team 3.

Tom Eklund, Mean's physics teacher, said it was good for his students to work together with others in the county and in Siberia.

"This type of competition is more common in Russia and Eastern Europe," Eklund said. "We're seeing more competitions in the U.S. in the last 10 to 15 years, which cover a lot of academic subjects, but Russia has been focused on science competitions for about 50 years."

The Olympiad was the brainchild of Boris Knyazev, chairman of physics education eastern Russia, who suggested the idea in November to some American physicists at a conference. He wanted to spread the tradition of physics competitions to the U.S., said Richard Stephens of the Fusion Group at General Atomics, who organized the San Diego portion of the event.

The event was sponsored by General Atomics, the Department of Energy's Office of Fusion Energy Sciences and Novosibirsk State University,

and the County Office of Education provided space for the event.

At times, the San Diego students could see their Siberian counterparts through an Internet-relayed video on a big screen at the front of the room, but often the connection was not stable. Students wrote to each other and drew diagrams on graphic tablets, or white boards, attached to the computers.

After about two hours the squeals and giggles of success began emanating from the table in the middle of the room, peopled by the excited young scientists of Team 2. They and their Siberian counterparts won the competition with 11 points — and the other teams finished with 10 points each.

Students of both countries will share a \$3,000 prize provided by General Atomics and the Department of Energy. Half the money will be divided by the San Diego members of Team 2— Adele Grundies of Grossmont, Michael Brening of Torrey Pines, Phong K. Kieu of Mira Mesa and JJ Cherry of Bonita Vista High School. The other \$1,500 will be split among Russian students Alexei Reznichenko, Alexander Babenko, Andrei Chuguev and Evgenija Fichmanl.

Grundies and Kieu said that they and their Siberian partners had similar levels of education in physics, but with strengths and weaknesses in different areas. Cherry said that the same was true for physics students from the different schools in San Diego.

Asked to compare the thrill of winning this competition with that of winning a soccer game, Brening said he preferred the physics competition.

"You can win a lot of soccer games, but this is my first Physics and Math Olympiad," he said.

Задачи Второй интернет-олимпиады по физике

Задание на первый тур

Questions and Answers to the Practice Competition

1. Question: One end of a rubber cord is fixed. The band is stretched so that the other end is a bit higher. A small plastic ringlet hangs on the cord. A pencil is fastened to the higher



end. Experimenter takes this end in his right hand, pulls the cord a bit further, then releases it. The band contracts until the pencil, hitting the left hand of the experimenter, stops the contraction. When this procedure is done repeatedly, the ringlet crawls upwards along the band. Why does the ringlet go up, against gravity?

- a) When the cord is released, standing waves develop which push the object from the antinode to the nearest node.
- b) During the slow stretching aerodynamic drag is not significant. During the fast return air creates appreciable resistance.
- c) The object produces a local flexure in the cord. This flexure pulls the object if the cord moves slowly. Upon the fast return the object lags behind the cord, jumping out of flexure.
- d) On slow stretching, the acceleration of the object by the cord is less than A -- the value which might be produced by friction. Contrary, upon return the band acceleration is greater than A .

1. Answer: d) The acceleration of the cord under the object is less than A - the value which might be produced by friction. Contrary, upon return the band acceleration is greater than A .

The ringlet is kept in position by the frictional force between the ringlet and the cord. The frictional force resists the sliding of the ringlet on the cord, but it has a maximum value determined by the coefficient of friction. When you pull on the cord, or release it, the location under the ringlet moves. In order for the ringlet to follow, it must be accelerated from rest to some velocity V in the time T it takes to initiate pulling. If the ringlet is to follow this motion, the force which accelerates it, $F_a = m V/T$, must be less than the maximum frictional force given by $F_f = \mu mg$, where μ is the coefficient of friction. This is possible for the slow stretch, so the ringlet rides up as the cord stretches. Not possible for the fast return, so it (almost) stays put while the cord slides back underneath it.

2. Question: Some hot water is poured into the large glass jar. The rubber glove is put on the jar neck.

When the jar is shaken, the glove inflates, standing up, then slowly flattens. The process may be repeated several times. Explain this phenomenon.

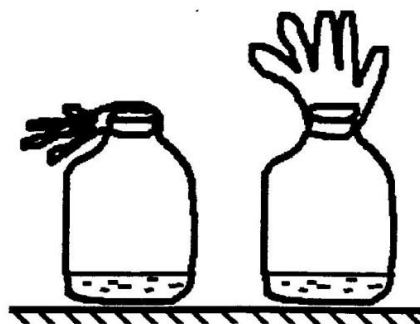
a) Shaking produces bubbles, effectively boiling the water. The steam inflates the glove. When the steam is cooled, it condenses and the glove deflates.

b) According to Bernoulli's law, the pressure decreases if the liquid velocity increases. So the moving water really boils and the steam inflates the glove. When the steam is cooled, it condenses and the glove deflates.

c) Because of shaking the heat exchange is increased between the water and air in the jar. The hot air expands and inflates the glove. When the air is cooled, the glove deflates.

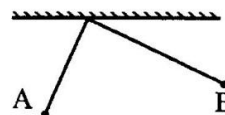
d) The shaking releases the gas dissolved in the water, as when the champion of a Formula 1 car race shakes the bottle of champagne.

e) The hot water affects the elastic properties of the glove.



2. Answer: c) Because of shaking the heat exchange is intensified between the water and air in the jar. The hot air expands and inflates the glove. When the air is cooled, the glove deflates. The hot water in the jar can heat up the air above it by conduction of heat from the surface and vaporization from the surface. Neither is very efficient compared to the heat loss by conduction from the air inside the bottle to the room air - the surface area of the water is too small. So if nothing else is done, the air above the water is only slightly warmed. If you shake the bottle, the surface area is increased, the heat exchange is considerably increased, and the air becomes nearly the temperature of the water - expanding and inflating the glove. When the bottle is put down, the rapid conduction of heat to the air ceases, and the air cools again.

3. Question: Two point masses, A and B, are attached by threads to one support. The masses rotate about the vertical axis so that the threads circumscribe two different conical surfaces. Judging by the picture, which mass has greater period of rotation?



a) A

b) B

c) The information in the picture is not sufficient for definite answer. d) A and B have equal periods.

3. Answer: a) A

A mass orbiting on a string has a downward force $F = mg$, opposed by upward tension on the string. Because the mass is at constant height, the vertical component of the string tension must balance the weight, so the force exerted by the string is $mg/\cos(b)$. The inward component of that force, which causes the mass to go in a circle, is $mg \tan(b)$ where b is the angle from vertical of the supporting string. The radius of its orbit is $r = L \sin(b)$, where L is the length of the supporting cord. Its velocity in orbit is related to its acceleration by $a = v^2/r$. Substituting, one gets $F/m = g \tan(b) = v^2/(L \sin(b))$. Rearranging $v = \sqrt{gL/\cos(b)} \sin(b)$. The period of the orbit is $P = 2\pi r/v$.

Substituting, you find that $P = 2\pi L \sin(b)/(\sqrt{gL/\cos(b)})\sin(b) = 2\pi \sqrt{L\cos(b)/g}$. $L \cos(b)$ is the distance of the mass below the support. So the lowest mass has the longest period.

4. Question: If a stone is dropped from a cliff into a lake 100 feet below, the impact will be heard how many seconds later? (1 foot = 30.5 cm).

- a. 0.1
- b. 1.3
- c. 2.5
- d. 2.6
- e. 3.9

4. Answer: d) 2.6 seconds

Get the time taken for stone to fall 100 ft from $\text{Dist} = \frac{1}{2} g T^2$, which becomes $T = \sqrt{2\text{Dist}/g} = \sqrt{2 \cdot 100 \text{ ft} / 32 \text{ ft/s}^2} = 2.5 \text{ sec}$. The sound of the splash travels at 1000 ft/sec, so takes 0.1 sec to get back to the top of the cliff, total time 2.6 sec.

5. Question: Two identical glasses contain: first milk, the second one the same volume of water. A spoon of milk is taken from a first glass and mixed up with the water in the second glass. Then by the same spoon the same volume of mixture is returned to the first glass. Which concentration is now larger: of water in the milk or of milk in the water? (Do not be confused by the fact that the milk always contains water; regard the milk as a uniform substance).

- a) There is more milk in water than water in milk
- b) There is more water in milk
- c) Concentrations are equal

5. Answer: c) The concentrations are equal For simplicity, assume initial volume of each container is 1, and that of the spoon is f . Remove a volume f from the first (water) container and put it in the second (milk) container. The first container now has volume $1-f$ of water. The second container has a total volume $1+f$, which contains a fraction $1/(1+f)$ milk and $f/(1+f)$ water. Now remove f from the milk container. Only $1/(1+f)$ of the f is milk. So I take out a volume $f \cdot 1/(1+f)$ of milk, and $f \cdot f/(1+f)$ of water. So the second container now has $1 - f/(1+f) = 1/(1+f)$ of milk and $f - f^2/(1+f) = f/(1+f)$ of water. Putting that second spoonful into the first container gives $(1-f) + f^2/(1+f) = (1-f^2)/(1+f) + f^2/(1+f) = 1/(1+f)$ of water and $f/(1+f)$ of milk.

6. Question: In the square of integer A the tens digit is 7. What is the units digit of A^2 ?

- a) 1
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) 8
- f) 4 or 9
- g) 6 or 9

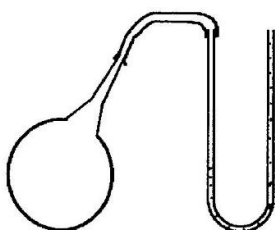
6. Answer: d) 6

Take $A = b + 10c + 100d \dots$, where b, c, d , etc are single digits. In $A^2 = b^2 + 2bc \cdot 10 + c^2 \cdot 100 + \dots$, only b and c contribute to the 10s place. The 10s digit of the $2bc$ term is even, so the 10s digit of the first term must be odd. That is only satisfied for $b = 4$ or 6 . In both cases, the units digit of A^2 will be 6. You can determine the numbers. If $b = 4$, $b^2 = 16$, and $2bc = 8c$. From that the ones digit of $8c = 6$ - ok for $c = 2$ or 7 . If $b = 6$, $b^2 = 36$, and $2bc = 12c$. From that the ones digit of $12c = 4$. Satisfied by $c = 2$ or 7 . So all 2 digit possibilities for A are 24, 74, 26, and 76.

Задание на заключительный тур

2nd US/Russian Internet Olympiad
April 27 (US), April 28 (Russia), 2000
Final Competition Problems
 (Questions on front of page, Solutions on back of page)

1. QUESTION



U – shaped tube is partly filled with water. Experimenter wants to displace the water out of the tube slowly and accurately, blowing the air into one of the tube legs through the rubber pipe. Initially the water flows out gradually as intended, but at certain moment it accelerates sharply and is ejected forming a fountain. The same takes place when the air is pumped from the rubber bulb. Explain this difference – why the displacement of water is gradual at the start and why it eventually becomes not controllable.

1. SOLUTION

Initially the driving pressure needed to displace water increases as displacement proceeds (the pressure drop is proportional to the difference in water column heights in the legs). Thus the displacement is stable. After the water in the left leg passes the lowest U point, the following displacement reduces the height (as well as weight) of water column. Meanwhile the air pressure does not fall appreciably, i.e. the net force upon the liquid column increases. This increasing force drives a steadily decreasing mass, so the acceleration increases. Finally the pressure drop which was enough to hold the water in the right leg, pushes quite small mass of water, which explains the fountain. (Similar effect occurs in the final stage of geyser eruption). The bubbles which might break through the water do not play a significant role because one can see that virtually all water is ejected.

2. QUESTION

A candle is placed in a clear jar and lit. A top is put on the jar and the candle remains burning for almost a minute and then goes out. The candle is removed from the jar, re-lit, and placed in an identical jar which has been standing open nearby. The top is put on as before and the jar is immediately dropped from about two meters above the floor. The candle is observed to go out before the jar hits the floor. Explain why the candle takes nearly a minute to go out in one case and less than one second in the other.

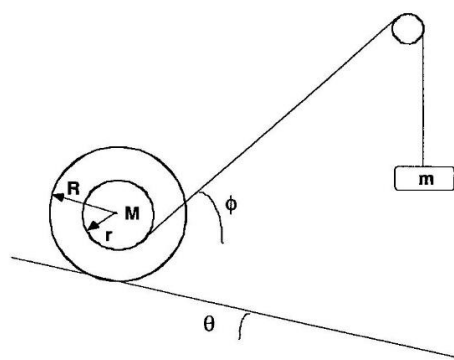
2. SOLUTION

The hot combustion products are less dense than the surrounding gasses. In the stationary jar there is a net upward force on the hot gas due to the difference in hydrostatic pressure (buoyancy) so the combustion products rise displacing air at the top of the jar. Fresh Oxygen is brought up from below to feed the flame. This effect called convection constantly mixes the air. The mixing and combustion continues until the Oxygen concentrations throughout the jar fall below that which is needed to support combustion. This takes nearly a minute for the jar shown.

When the jar falls freely, all parts are acted upon equally by gravity. All of the material in the jar falls together, including the candle, the air, the plasma (flame), and the combustion products. So within the jar the gravity is effectively switched off, the pressure is now the same in all parts of the jar, there is no buoyant force, and no convection. Without convection to mix the air, the flame quickly consumes the Oxygen nearby, and goes out.

3. QUESTION

A Yo-Yo having mass $M = 120$ grams is placed on an incline. From the bottom of the downhill side, the string is unwound and looped over a massless frictionless pulley where it is then secured to a second mass ($m = 60$ grams). The incline is tilted to an angle of $\theta = 8.0^\circ$ and the coefficient of static friction between the incline and the Yo-Yo is $\mu = 0.67$. As the string is wound around the shaft of the yo-yo, the layers of string will increase the radius r of the outermost layer. Determine the angle ϕ made by the string when r is 50% of R and the system is in equilibrium. (Assume that the string is quite light, so that while r increases, no appreciable change is made to M .)



Is the equilibrium still possible if r increases to 75% of R ? If so, compute the equilibrium angle (ϕ) for the string. If not explain why.

3. SOLUTION

Part a. Writing the equilibrium for torque produces $Tr = FR$, where $T = mg = 0.5 Mg$ is tension, and F is the friction force up the ramp. Thus, $F = (r/R)T = 0.5T = 0.25 Mg$

Considering force components parallel, and perpendicular to the ramp produces:

$$T \cos(\theta + \phi) = F - Mg \sin(\theta) \quad (1)$$

$$N = Mg \cos(\theta) - T \sin(\theta + \phi) \quad (2)$$

Eliminating F and T in equation (1) gives:

$$0.5 Mg \cos(\theta + \phi) = 0.25 Mg - Mg \sin(\theta), \text{ or } \cos(\theta + \phi) = 0.5 - 2 \sin(\theta).$$

solving for ϕ gives:

$$\phi = \cos^{-1}(0.5 - 2 \sin \theta) - \theta = \cos^{-1}(0.5 - 2 \sin 8^\circ) - 8^\circ = 69.2^\circ.$$

For part b, $F = (r/R)T = 0.75T = 0.375 Mg$ and from (1)

$$\cos(\theta + \phi) = 0.75 - 2 \sin(\theta).$$

This equation still produces a number, $(\theta + \phi) = 61.86^\circ$; $\phi = 53.86^\circ$;

but the system will not be in equilibrium because it will slip first. To see this we find the ratio of friction to the Normal reaction force. From (2)

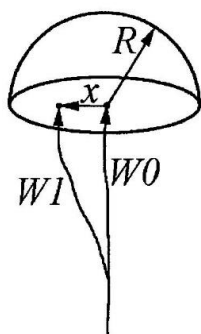
$$N = Mg \cos(\theta) - T \sin(\theta + \phi) = Mg (\cos(\theta) - 0.5 \sin(\theta + \phi)) = 0.549 Mg$$

$$\text{and } F/N = 0.375/0.549 = 0.683.$$

However, the maximum possible value for this ratio is the coefficient of friction, $\mu = 0.67$. Thus slipping will occur before the inner radius grows to $3/4$ of the outer radius. (For part a similar calculations give $N = 0.503 Mg$ and $F/N = 0.497 < \mu$).

Physically what happens is that the increased radius produces proportionally greater leverage for rotation by the string. The reaction force of static friction must grow to compensate. (This in turn requires that the orientation of the string be more horizontal to balance the larger friction force, so the angle ϕ is reduced). Just before the inner radius becomes 75% of the outer radius, the demand for the friction force exceeds the limit of static friction so slipping occurs.

4. QUESTION



The surface of thin hollow hemisphere of radius R is charged uniformly, its total charge is Q . The point charge q of the same sign initially is very far from the hemisphere (at the infinity).

- Find the work $W0$ needed to move q to the center of the hemisphere.
- Find the work $W1$ to move the same point charge from infinity to the place in the edge plane of the hemisphere, whose distance from the center is $x < R$?

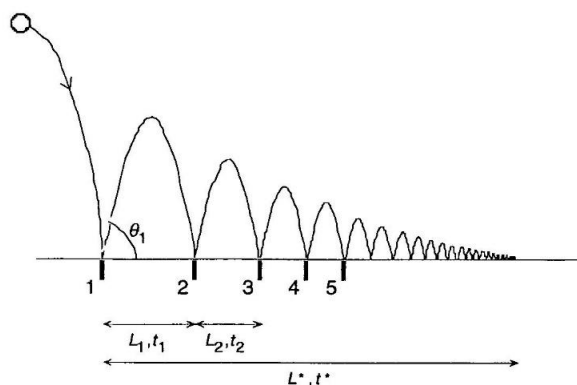
For both cases Q is fixed and does not migrate along the spherical surface.

4. SOLUTION

a). Work W_0 is equal to increase in the potential energy U of interacting charges. Initially U is zero, and if q is in the center, $U = kQq/R$ since all the hemisphere surface is at the distance R from q ; $k = 1$ (CGS units), $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ (SI units).

b). To move the charge from center to x zero work is needed because the electric field within an edge plane is perpendicular to this plane. (Suppose the field has a component along radius. Add an identical hemisphere below to form closed shell, then there should be radial electric field inside. But it is known that inside the spherical uniformly charged shell the field is zero). Thus work $W_1 = W_0$, for any x (while $x < R$).

5. QUESTION



A ball is tossed onto the floor where it makes a succession of bounces as illustrated in the figure below. Assume that because of internal elasticity and friction with the floor at each bounce the magnitude of the vertical velocity component is reduced by a factor ϵ_y and the horizontal component is reduced by a factor ϵ_x . That is, if $v_{oy,n+1}$ denotes the y -component of the velocity as the ball emerges from the $(n+1)$ st bounce, then $v_{oy,n+1} = \epsilon_y \cdot v_{oy,n}$, and similarly for the x -component. Note that ϵ_y

and ϵ_x are < 1 . Thus after each bounce, the ball moves slower and hops a shorter distance than it did after the preceding bounce.

Let the ball's succession of bounces traverse a total horizontal distance L^* which takes the time t^* . (As a practical matter, we measure L^* and t^* as the length and time where the bounces become imperceptible; mathematically, the number of bounces goes to infinity.) Find θ_1 , the angle the ball's velocity makes with the horizontal immediately after the first bounce, written in terms of L^* , t^* , ϵ_y , ϵ_x , and needed constants. Neglect air resistance.

5. SOLUTION.

$$\tan \theta_1 = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} \text{ where } v_{1x} = \frac{L_1}{t_1} \text{ and } v_{1y} = \frac{1}{2} g t_1.$$

Thus we must find L_1 and t_1 in terms of the given quantities.

First let us find L_1 . The range of a bounce is $L_1 = v_{1x} t_1 = v_{1x} \left(\frac{2v_{1y}}{g} \right)$

The range of the second bounce is $L_2 = v_{2x} t_2 = \frac{2\varepsilon_x v_{1x} \varepsilon_y v_{1y}}{g} = \varepsilon_x \varepsilon_y L_1$.

The range of the third bounce is $L_3 = \varepsilon_x^2 \varepsilon_y^2 L_1$.

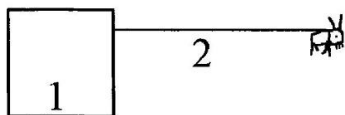
The total range is the $L^* = L_1 + \varepsilon_x \varepsilon_y L_1 + \varepsilon_x^2 \varepsilon_y^2 L_1 + \dots = L_1 (1 + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_x^2 \varepsilon_y^2 + \dots)$

or $L^* = L_1 (1 - \varepsilon_x \varepsilon_y)^{-1} \Rightarrow L_1 = L^* (1 - \varepsilon_x \varepsilon_y)$

Next let us find t_1 : $t_1 = \frac{2v_{0y}}{g}$ and $t_2 = \frac{2\varepsilon_y v_{0y}}{g} = \varepsilon_y t_1$ and $t_3 = \varepsilon_y^2 t_1$

Then $t^* = t_1 + t_2 + t_3 + \dots = t_1 (1 + \varepsilon_y + \varepsilon_y^2 + \dots) = t_1 (1 - \varepsilon_y)^{-1} \Rightarrow t_1 = t^* (1 - \varepsilon_y)$

Finally, $\tan \theta_1 = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \frac{\frac{1}{2} g t_1}{\frac{L_1}{t_1}} = \frac{g t_1^2}{2 L_1} = \boxed{\frac{g t^{*2} (1 - \varepsilon_y)^2}{2 L^* (1 - \varepsilon_x \varepsilon_y)}}$

6. QUESTION

To the wall of square tower whose side is 1 the goat is attached by a rope of length 2. The area of the lawn accessible for the goat changes depending on the place where the rope is fixed to the tower. Find the ratio between the maximal possible area to the minimal one.

6. SOLUTION

The goat always has a semicircle of radius 2 centered in the point where the rope is fixed to the tower, its area is 2π (to the right from the tower in the picture). If the distance from the fix point to the nearest corner is x , then a quarter of circle of radius $2 - x$ is accessible (above the tower in the picture), its area is $\pi(2 - x)^2/4$. Then a quarter of circle of radius $1 - x$, area is $\pi(1 - x)^2/4$ (to the left from the tower). If the goat goes clockwise, it can also consume $\pi(1 + x)^2/4$ below the tower and $\pi x^2/4$ to the left. Since the rope is not longer than half of the tower perimeter, these areas do not superimpose and can be simply summed up. Total area is

$$(\pi/4)(8 + (4 - 4x + x^2) + (1 - 2x + x^2) + (1 + 2x + x^2) + x^2) =$$

$$(\pi/4)(14 - 4x + 4x^2).$$

At $x = 0$ and $x = 1$ (fixed to the corner), the area is 14. When fixed to the middle of the wall (at $x = 0.5$), the area is 13. This is a minimum and 14 is a maximum (because of symmetry and positive coefficient at x^2). So the ratio is 14/13. The area can be written also as $(\pi/4)(13 + 4(x - 0.5)^2)$, from which the same result follows, perhaps more directly.

Публикации по поводу проведения Второй интернет-олимпиады по физике между российско-американскими командами в американской газете и в бюллетене Американского физического общества

★ Seattle Post-Intelligencer • Monday, May 1, 2000 B3

Physics test spans the Web and world

Russian, U.S. students team up with their learning

By LISA STIFFLER
PI REPORTER

BELLEVUE — In an unusual collaboration that crossed cultures, U.S. and Russian high school students put their heads together over the Internet last week for a transcontinental physics competition.

Fifteen students from seven Washington schools gathered at Bellevue Community College to compete in the Internet Physics Olympiad 2000 with students in Russia.

The Washington students tackled problems sent over the Web, conversing with their international teammates in real time. They scribbled images on digitizing notepads that showed up instantly on the computer screens here and in Russia; they typed explanations about mass, pressure and acceleration in live chats.

Luckily, the Russians could con-

verse in English.

"I'm a typical American," said Paul Gibson, a senior from Davis High School in Yakima. "All I know about Russia is from 'Rocky' movies ... and Tom Clancy books."

But Thursday night, the students connected with their Russian peers, for whom it was Friday morning, bound by their shared passion for physics.

The competition, which also included high schoolers from San Diego, was between eight teams, each composed of four Americans and four Russians from St. Petersburg and Novosibirsk, a city in southern Siberia.

It was the second year of the contest, but the first time Washington students competed.

Chihiro Fukami, a senior from Issaquah High School, was curious about her foreign partners, and want-

ed to see how they would approach the college-level problems.

She was glad they were teammates and not competitors.

"It's better this way," she said. "When we work together, there's that bond."

Before the contest started, the students tried to get to know their remote partners by exchanging messages and drawings.

"Are Russian women good looking?" the U.S. students asked.

"They're very pretty," came the reply from Novosibirsk.

"What's your favorite band?" queried another Siberian.

"Ben Harper," answered the Americans.

The students played tic-tac-toe with the Russians, drew cartoons and watched the big screens above their computer terminals, where slightly jerky video images were projected

from the participating sites.

Then the games began.

For each of six problems the students were given 12 minutes to come up with a solution, submitted in their native language. U.S. students from the three top scoring teams will receive electronic lab equipment for their schools from the Everett-based Fluke Corp. Russian prizes are yet to be determined.

There were some technical difficulties and final scores will be delayed until this week.

That wasn't much of a concern for participants.

"There's a lot of teamwork involved," Fukami said, "and that's more important than winning."

That's just what Boris Knyazev, chairman of the physics department at Novosibirsk State University and founder of the multinational contest, had in mind.

"This is a good opportunity for communication for high school students of different countries, because they must know each other better to

create ... a world where people do not conflict with each other," Knyazev said in a phone interview from San Diego.

There are tentative plans to hold the Olympiad again next year. The ultimate goal is to work out the technical bugs in the global communication so other educators can connect students around the world for team problem-solving.

That sort of collaboration could have "wide application in all kinds of educational contexts," said Doug Brown, BCC physics instructor and Olympiad organizer.

Redmond High School senior Jason Mattax said he expects the international experience to be helpful in his future career.

Physics is "something that I want to do," Mattax said, "and not everyone (he'll encounter) is going to be American."

■ P-I reporter Lisa Stiffler can be reached at 206-448-8042 or lisa@stiffler.com

Bull. Am. Phys. Soc., 2000, V.45, No.7, HP1 129.

**42nd Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics
with the 10th International Congress on Plasma Physics
October 23–27, 2000
Quebec City, Canada**

**Session HP1 – Poster Session V.
POSTER session, Tuesday afternoon, October 24
Exhibit Hall AB, Quebec City Convention Centre**

Internet Physics Olympiad – Round II

R. B. Stephens, C. A. Danielson (General Atomics), D. Brown, R. Hobbs (Bellevue Comm. College), A. V. Arzhannikov (Novosibirsk State U.), A. P. Ershov (Lavrentyev Inst. of Hydrodynamic), S. Halpern (Praja Inc.), B. Kniazev (Novosibirsk State U.), B. V. Kuteev (State Technical U.)

In April '00 high school students in Novosibirsk and St. Petersburg (Russia) combined with students in Seattle and San Diego (America) to participate in an internet-based science competition. Each of eight teams were composed of four American and four Russian students. Each pair of team halves were linked with their own private chat and whiteboard connection so they could consult in solving the problems. They were presented with questions and then submitted answers through an internet-based platform which was controlled at a central site; the system delivered each team's answers to separately located panels of judges. A running table of results was posted on the competition platform. This competition was an ambitious step up in complexity from the previous year's event. We demonstrated (in rudimentary form) that competitors from anywhere in the world can join in cooperative international competitions staged from a single high-technology hub.

Информация для авторов

«Сибирский физический журнал» публикует обзорные, оригинальные и дискуссионные статьи, посвященные научным исследованиям и методике преподавания физики в различных разделах науки, соответствующих направлениям подготовки на кафедрах физического факультета НГУ. Журнал издается на русском языке, однако возможна публикация статей иностранных авторов на английском языке.

1. Очередность публикации статей определяется их готовностью к печати. Рукописи, оформленные без соблюдения правил, к рассмотрению не принимаются.

Вне очереди печатаются краткие сообщения (не более четырех журнальных страниц), требующие срочной публикации и содержащие принципиально новые результаты научных исследований, проводимых в рамках тематики журнала.

Рекламные материалы публикуются при наличии гарантии оплаты, устанавливаемой по соглашению сторон.

2. В журнале печатаются результаты, ранее не опубликованные и не предназначенные к одновременной публикации в других изданиях. Публикация не должна нарушить авторского права других лиц или организаций.

Направляя свою рукопись в редакцию, авторы автоматически передают учредителям и редколлегии права на издание данной статьи на русском или английском языке и на ее распространение в России и за рубежом. При этом за авторами сохраняются все права как собственников данной рукописи. В частности, согласно международным соглашениям о передаче авторских прав за авторами остается право копировать опубликованную статью или ее часть для их собственного использования и распространения внутри учреждений, сотрудниками которых они являются. Копии, сделанные с соблюдением этих условий, должны сохранять знак авторского права, который появился в оригинальной опубликованной работе. Кроме того, авторы имеют право повторно использовать весь этот материал целиком или частично в компиляциях своих собственных работ или в учебниках, авторами которых они являются. В этих случаях достаточно включить полную ссылку на первоначально опубликованную статью.

3. Направлять рукописи в редакцию авторам рекомендуется по электронной почте либо приносить в редакцию электронную версию (в форматах MS WORD – *.doc, или *.docx, или *.rtf) на диске или флэш-памяти. Такая отправка исходных материалов значительно ускоряет процесс рецензирования.

Авторам предлагается посылать свои сообщения в наиболее сжатой форме, совместимой с ясностью изложения, в совершенно обработанном и окончательном виде, предпочтительно без формул и выкладок промежуточного характера и громоздких математических выражений. Не следует повторять в подписях к рисункам пояснений, уже содержащихся в тексте рукописи, а также представлять одни и те же результаты и в виде таблиц, и в виде графиков.

Рекомендованный объем присылаемых материалов: обзорные статьи – до 25-ти страниц, оригинальные материалы – до 12-ти страниц, краткие сообщения – до 4-х страниц. В любом случае объем рукописи должен быть логически оправданным.

Не рекомендуется предоставление электронных копий рукописей в формате LATEX. По техническим условиям издательства в этом случае рукопись будет преобразована редакцией в формат MS WORD, что может привести к значительному увеличению времени обработки рукописи и искажениям авторского текста.

Сокращений слов, кроме стандартных, применять нельзя. Все страницы рукописи должны быть пронумерованы.

4. При отправке файлов по электронной почте просим придерживаться следующих правил:

- указывать в поле subject (тема) название, номер журнала и фамилию автора;
- использовать attach (присоединение);
- в случае больших объемов информации возможно использование общеизвестных архиваторов (ARJ, ZIP, RAR);

- в состав электронной версии рукописи должны входить:
 - ✓ файл, содержащий текст рукописи со вставленными в него рисунками;
 - ✓ отдельные файлы с рисунками высокого качества;
 - ✓ файл со сведениями об авторах (полностью фамилия, имя, отчество, ученые степень и звание, место работы, служебный адрес и телефон, адрес электронной почты для оперативной связи);
 - ✓ файл с переводом на английский язык следующей информации: ФИО авторов, аффилиация, адрес, название статьи, аннотация, ключевые слова, подрисуночные подписи, названия таблиц.

Авторы вставляют рисунки и таблицы в текст рукописи так, как считают нужным. Рукопись обязательно должна быть подписана автором, а при наличии нескольких авторов – всеми соавторами.

Редакция обращает внимание авторов на возможность и целесообразность использования цветного графического материала.

5. В начале рукописи должны быть указаны индекс УДК, название статьи, инициалы и фамилии авторов, название и почтовый адрес учреждений, в которых выполнена работа, аннотация, содержащая основные результаты и выводы работы (в английском варианте не менее 1 000 знаков, русский вариант должен соответствовать английскому), ключевые слова, сведения о финансовой поддержке работы.

Например:

УДК 29.19.37; 47.03.08

Оценка конвективного массопереноса при импульсном лазерном нагреве поверхности стали

И. И. Иванов

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН
Новосибирск, Россия*

Аннотация

Проведено численное моделирование процессов при легировании поверхностного слоя металла в подложке под воздействием импульсного лазерного излучения. С помощью предлагаемой математической модели, описывающей термо- и гидродинамические явления, рассматриваются процессы, включающие разогрев металла, его плавление, конвективный тепломассоперенос в расплаве и затвердевание после окончания импульса. По результатам численных экспериментов в зависимости от условий нагрева подложки определены два варианта формирования структуры течения в расплаве и распределения легирующего вещества.

Ключевые слова

термокапиллярная конвекция, конвективный тепломассоперенос, импульсное лазерное излучение, легирование металла, численное моделирование, поверхностно-активное вещество

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 18-79-00138

Evaluation of Convective Mass Transfer during Pulsed Laser Heating of Steel Surface

I. I. Ivanov

*Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation*

Abstract

Numerical modeling of the processes during the alloying of the substrate surface metal layer under pulsed laser radiation is carried out. The proposed mathematical model is used to consider the various processes, such as: heating, phase transition, heat and mass transfer in the molten metal, solidification of the melt. The surface of the substrate is covered with a layer of alloying substance that penetrates the melt. According to the results of numerical experiments, depending on the heating conditions of the substrate, two variants of the formation of the flow structure in the melt and the distribution of the alloying substance are determined.

Keywords

thermocapillary convection, convective heat and mass transfer, impulse laser radiation, metal alloying, numerical simulation, surface active component

Acknowledgements

This work was supported by the Russian Science Foundation, grant number 18-79-00138

Основной текст статьи**Список литературы / References (в порядке цитирования)**

Материал поступил в редколлегию

Received

06.06.2018

Сведения об авторе / Information about the Author

Иванов Иван Иванович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН (ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия)

Ivan I. Ivanov, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Senior Researcher, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (4/1 Institutskaya Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

ivanov@itam.nsc.ru

ORCID 0000-0001-0005-0040

Подпись автора (авторов)

6. Параметры страницы: формат – А4; ориентация – книжная; поля (см): слева – 2,5; справа – 1; сверху – 2,5; снизу – 2,3; от края до нижнего колонтитула – 1,3.

7. Основной текст: стиль – «Обычный»: гарнитура (шрифт) Times New Roman (Сут), кегль (размер) 12 пунктов, абзацный отступ – 0,5 см, через 1,5 интервала, выравнивание – по ширине.

В тексте рукописи следует избегать аббревиатур, даже таких общепринятых, как ЭДС, ВТСП и т. п. Использование аббревиатур и простых химических формул в заголовках рукописей совершенно недопустимо. Следует писать: высокотемпературная сверхпроводимость, кремний, арсенид галлия и т. п., давая при необходимости соответствующую аббревиатуру или химическую формулу в тексте. Исключение могут составлять формулы сложных химических соединений. Каждое первое употребление аббревиатуры в тексте должно быть четко пояснено.

Не следует:

- производить табуляцию;
- разделять абзацы пустой строкой;
- использовать макросы, сохранять текст в виде шаблона и с установкой «только для чтения»;
- распределять текст по двум или более столбцам;
- расставлять принудительные переносы.

8. Таблицы должны иметь заголовки (на русском и английском языках). В таблицах обязательно указываются единицы измерения величин.

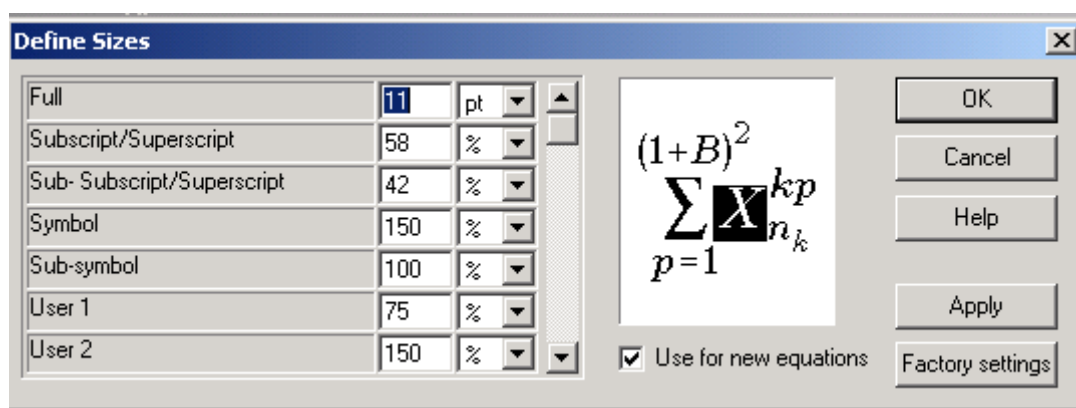
9. Число рисунков должно быть логически оправданным, качество – высоким. Файлы изображений должны находиться в том же каталоге, что и основной документ и иметь имена, соответствующие номерам рисунков в рукописи (например, 09.tif или 22a.jpg).

10. Подписи к рисункам (на русском и английском языках) в электронной версии рукописи выполняются под рисунками, точка в конце не ставится. Если имеется несколько рисунков, объединенных одной подписью, они обозначаются русскими строчными буквами: а, б, в...

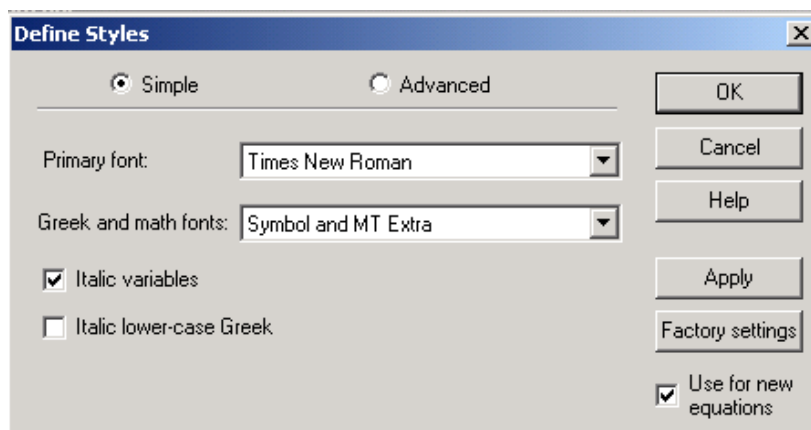
11. Формулы набираются в редакторе формул Microsoft Equation MathType в подбор к тексту или отдельной строкой по центру, **кегель 11 пт.**

Нумерация формул сквозная, в круглых скобках, прижатых к правому полю. Нумеровать следует только те формулы, на которые есть ссылки в тексте.

Настройки редактора формул



а



б

12. Библиографические ссылки. В тексте в квадратных скобках арабскими цифрами указывается порядковый номер научного труда в библиографическом списке, например: [2; 3], [4–6] и т. д. В конце рукописи помещается список литературы в порядке упоминания в рукописи. Ссылки на российские издания приводятся на русском языке и сопровождаются пере-

водом на английский язык (в отдельной строке, но под тем же номером). Библиографическое описание публикации включает: фамилию и инициалы автора, полное название работы, а также издания, в котором опубликована (для статей), город, название издательства, год издания, том (для многотомных изданий), номер, выпуск (для периодических изданий), объем публикации (количество страниц – для монографии, первая и последняя страницы – для статьи).

Ссылки на интернет-источники, базы данных и т. п. ресурсы, не поддающиеся библиографическому описанию, оформляются в виде примечаний (сносок).

13. В конце рукописи авторы могут поместить список использованных обозначений и сокращений.

14. Возвращение рукописи на доработку не означает, что рукопись уже принята к печати. Доработанный вариант необходимо прислать в редакцию в электронном виде с соблюдением всех требований вместе с ее начальной версией, рецензией и ответом на замечания рецензента не позднее двух месяцев со дня его отсылки. В противном случае первоначальная дата поступления рукописи при публикации не указывается.

15. Решение редакционной коллегии о принятии рукописи к печати или ее отклонении сообщается авторам.

В случае приема рукописи к публикации авторы должны прислать или передать в редакцию два бумажных экземпляра рукописи. Материалы печатаются на принтере на одной стороне стандартного (формат А4) листа белой бумаги. При этом тексты рукописи в бумажной и электронной версиях должны быть идентичными.

16. К рукописи прилагаются письмо от учреждения, в котором выполнена работа, и экспертное заключение о возможности ее опубликования в открытой печати. Если коллектив авторов включает сотрудников различных учреждений, необходимо представить направления от всех учреждений.

Сообщения, основанные на работах, выполненных в учреждении (учреждениях), должны содержать точное название и адрес учреждения (учреждений), публикуемые в статье.

17. После подготовки рукописи к печати редакция отправляет авторам электронную версию статьи с просьбой срочно сообщить в редакцию электронной почтой о замеченных опечатках для внесения исправлений в печатный текст.

18. После выхода журнала статьи размещаются на сайте физического факультета НГУ, а также на сайте Научной электронной библиотеки (elibrary.ru).

Адрес редакции

Физический факультет, к. 140 главного корпуса НГУ
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090,
редакция «Сибирского физического журнала»

тел. +7 (383) 363 44 25
physics@vestnik.nsu.ru