

Научная статья

УДК 532.526

DOI 10.25205/2541-9447-2025-20-1-9-19

Численное моделирование развития локализованных возмущений в сверхзвуковом пограничном слое

Сергей Александрович Гапонов¹, Александр Николаевич Семенов²
Алексей Анатольевич Яцких³

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН
Новосибирск, Россия

¹gaponov@itam.nsc.ru

²semenov@itam.nsc.ru

³yatskikh@itam.nsc.ru

Аннотация

Численно исследовано развитие локализованных возмущений в сверхзвуковом пограничном слое для числа Маха $M = 2$. Установлено, что скорость переднего фронта больше скорости заднего фронта, что согласуется с экспериментальными данными. В области переднего фронта возникают колебания по мере движения волнового пакета вниз по потоку, и их амплитуда растет во времени. Для сравнения результатов численного моделирования с классической теорией устойчивости волновой пакет раскладывался в спектр по частотам и волновым числам. Максимальный вклад в суммарное возмущение принадлежит волнам с углами наклона фронта волны к передней кромке пластины, равными примерно 60 градусам. Пространственные коэффициенты их усиления хорошо согласуются с данными теории устойчивости локально непараллельных течений. Соответствие ухудшается при меньших углах наклона из-за их малости относительно вклада волн с углами 60 градусов и нелинейного взаимодействия с волнами разных частот и наклонов.

Ключевые слова

сверхзвуковое течение, пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход, локализованные возмущения

Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания ИТПМ СО РАН.

Для цитирования

Гапонов С. А., Семенов А. Н., Яцких А. А. Численное моделирование развития локализованных возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // Сибирский физический журнал. 2025. Т. 20. № 1. С. 9–19. DOI 10.25205/2541-9447-2025-20-1-9-19

Numerical Simulation of the Localized Perturbations Development in the Supersonic Boundary Layer

Sergey A. Gaponov¹, Alexander N. Semenov²,
Alexey A. Yatskikh³

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation

¹gaponov@itam.nsc.ru

²semenov@itam.nsc.ru

³yatskikh@itam.nsc.ru

Abstract

The development of localized perturbations in the supersonic boundary layer for Mach number $M = 2$ is numerically investigated. It is found that the leading edge velocity is greater than the trailing edge velocity, which is in agreement with the experimental data. In the leading front oscillations occur as the wave packet moves downstream and their amplitude increases in time. To compare the numerical simulation results with classical stability theory, the wave packet was decomposed into a spectrum on frequencies and wave numbers. The maximum contribution to the total perturbation belongs to waves with angles of inclination of the wave front to the plate leading edge equal to about 60 degrees. Their spatial amplification rate agree well with the data of the stability theory of locally nonparallel flows. The agreement deteriorates at smaller inclination angles due to their smallness relative to the contribution of waves with angles of 60 degrees and the nonlinear interaction with waves of different frequencies, and inclinations.

Keywords

supersonic flow, boundary layer, hydrodynamic stability, laminar-turbulent transition, localized perturbations

Funding

The work was performed within the framework of the state assigned task of ITPM SB RAS.

For citation

Gaponov S. A., Semenov A. N., Yatskikh A. A. Numerical simulation of the localized perturbations development in the supersonic boundary layer. *Siberian Journal of Physics*, 2025, vol. 20, no. 1, p. 9–19. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-9447-2025-20-1-9-19

Введение

В связи с проблемой ламинарно-турбулентного перехода пограничного слоя особое место занимает проблема порождения турбулентных пятен. Турбулентные пятна изучаются с тех пор, как Эммонс обнаружил их существование в 1951 г. [1]. Обзор ранних работ по развитию турбулентных пятен в пограничных слоях приведен в [2]. Наряду с естественными турбулентными пятнами в работах [3; 4] начались исследования искусственных пятен, генерируемых локализованными начальными возмущениями. Впервые развитие линейных волновых пакетов в дозвуковом пограничном слое было изучено в [5; 6]. Обзор других работ по экспериментальным исследованиям развития локализованных возмущений и формирования турбулентных пятен можно найти в [7]. В ней на основе фотографий, взятых из работ [8–10], обращается внимание на то, что в следе за турбулентным пятном наблюдаются продольные структуры. В книге [11] приведена обширная библиография по экспериментальному исследованию продольных структур и их взаимодействия с турбулентными пятнами в дозвуковых течениях. Кроме того, в [11] описана теория формирования продольных структур на основе оптимальных возмущений [12].

Другие подходы к генерации полосчатых структур основаны на исследованиях непрерывного спектра задачи неустойчивости дозвукового пограничного слоя [13–15] и резонансной теории взаимодействия вихревых возмущений внешнего потока с пограничным слоем [16].

Наряду с исследованиями турбулентных пятен в дозвуковом пограничном слое в [17; 18] было начато их изучение в сверхзвуковых потоках. Достаточно полный обзор таких работ имеется в [19]. Экспериментальному исследованию локализованных возмущений в сверхзвуковом пограничном слое посвящена работа [20].

Прямое численное моделирование роста пятен в сверхзвуковых пограничных слоях при $M = 2, 4$ и 6 было проведено в [21], а для $M = 6$ – в [22]. В этих работах исследовались возмущения большой амплитуды, т. е. в условиях сильной нелинейности.

В данной работе проводится прямое численное моделирование развития малых локализованных возмущений в пограничном слое при числе $M = 2$, в условиях экспериментов [20].

1. Постановка задачи, основные уравнения, численный метод

Течение газа описывается известными уравнениями Навье – Стокса, неразрывности, энергии и состояния [23]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} &= 0, \\ \frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} &= \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i}, \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j E)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} v_i), \\ \tau_{ij} &= \mu \left[\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь v – скорость с $u = v_1, v = v_2, w = v_3$ в $x = x_1, y = x_2, z = x_3$ – направлениях; p, ρ, T – давление, плотность и температура; $\mu = \mu_r \left(\frac{T}{T_r} \right)^{3/2} \frac{T_r + T_s}{T + T_s}$ – динамическая вязкость; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении. Теплопроводность принималась в соответствии с кинетической теорией, температура основного потока $T_r = 164$ °K, $T_s = 110$ °K, скорость набегающего потока $U_\infty \approx 500$ м/с, давление 6000 Па, что соответствовало единичному числу Рейнольдса $Re_1 = (U\rho/\mu)_\infty = 6,5 \cdot 10^6/\text{м}$.

Расчетная область схематично представлена на рис. 1. $A'D'BC$ – пластина с источником возмущения. Длина пластины равнялась 140 мм, перед пластиной задавалась полоса шириной $AA' = 5$ мм. На пластине задавались условия адиабатической стенки. Высота расчетной области соответствовала примерно 20 мм, и на верхней границе (EFGH) задавались неотражающие граничные условия. Ширина расчетной области AD принималась равной 40 мм и была достаточной, чтобы возмущения от источника, расположенного на расстоянии 30 мм от передней кромки пластины, не достигали боковых стенок. Граничные условия задавались на входе (AEFD) и выходе (BCGH).

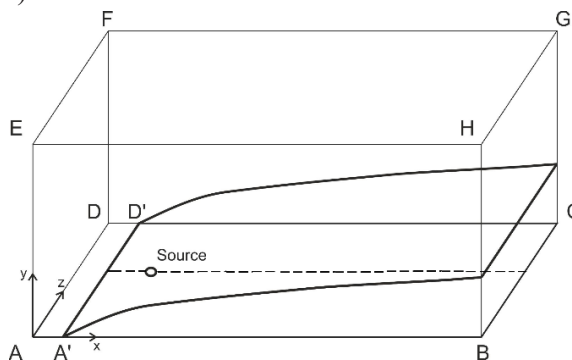


Рис. 1. Расчетная область

Fig. 1. Calculation domain

В расчетной области была построена структурированная сетка со сгущением по координате y вблизи пластины. Количество ячеек по x было равно 750, по z – 200 и по y – 400. Расчеты проведены программным комплексом ANSYS.

Задача решалась в два этапа. На первом этапе решалась стационарная задача. На втором этапе задача решалась при наличии локализованного возмущения, которое создавалось вдувом воздуха через отверстие диаметром 1 мм, расположенное по центру пластины. В течение первых нескольких микросекунд нормальная скорость над отверстием принималась равной 25 м/с, затем она принималась равной нулю на всей поверхности пластины. Длительность расчета равнялась 1000 мс, шаг по времени составлял 10^{-2} мкс. Результаты, представленные в данной работе, получены при длительности вводимого импульса равного 25 мсек.

2. Обсуждение результатов

В результате расчетов были получены значения возмущений, зависящих от времени и координат.

Как численно, так и экспериментально [20] было получено, что максимальные возмущения наблюдаются при $y_{\max}$, где безразмерный массовый поток основного течения $\rho U(y)/(\rho U)_{\infty} \approx 0,6 - 0,8$. Ниже будут приведены результаты расчетов возмущений массового потока только при $y_{\max}$. На рис. 2 представлена типичная картина волнового пакета длительностью 25 мкс, полученного в результате численного моделирования (рис. 2, а) и эксперимента (рис. 2, б) выполненных при идентичных параметрах. Некоторое расхождение контуров возмущения обусловлено в первую очередь на порядок большим возмущением в эксперименте и как следствие нелинейными процессами.

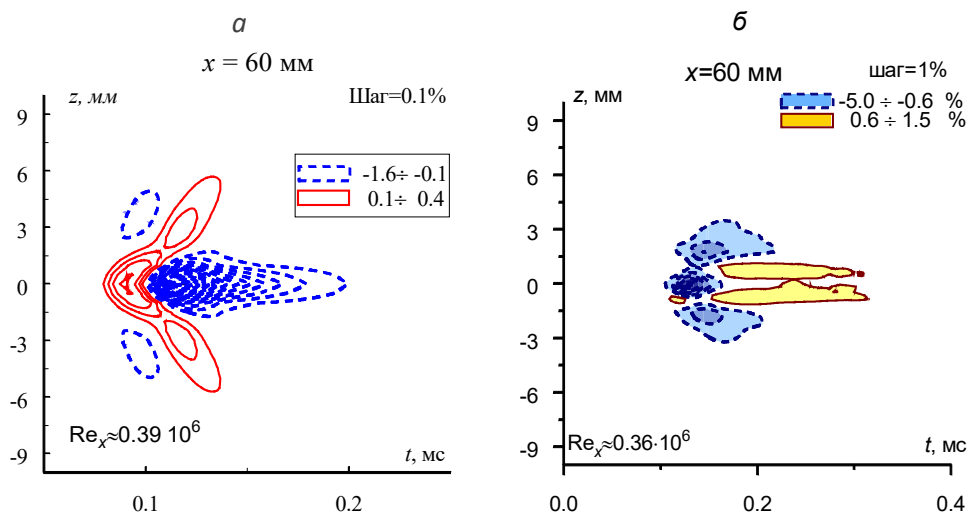


Рис. 2. Изолинии пульсаций массового потока волнового пакета в плоскости (z, t) :

а – ПЧМ ($Re_x = 0,39 \cdot 10^6$); б – эксперимент [20] ($Re_x = 0,36 \cdot 10^6$)

Fig. 2. Mass flux pulsations isolines of the wave packet in the (z, t) plane:

а – numerical simulation ($Re_x = 0.39 \cdot 10^6$); б – experimental data ($Re_x = 0.36 \cdot 10^6$)

Зависимости возмущений потока массы от времени при $z = 0$ и двух значениях продольной координаты представлены на рис. 3: $x = 60$ мм ($Re_x = xRe_1 = 0,39 \cdot 10^6$); $x = 100$ мм ($Re_x = 0,65 \cdot 10^6$). Видно, что суммарная интенсивность возмущений уменьшается с ростом продольной координаты. В то же время, по мере движения волнового пакета вниз по потоку, в области переднего фронта возникают колебания, амплитуда которых растет со временем.

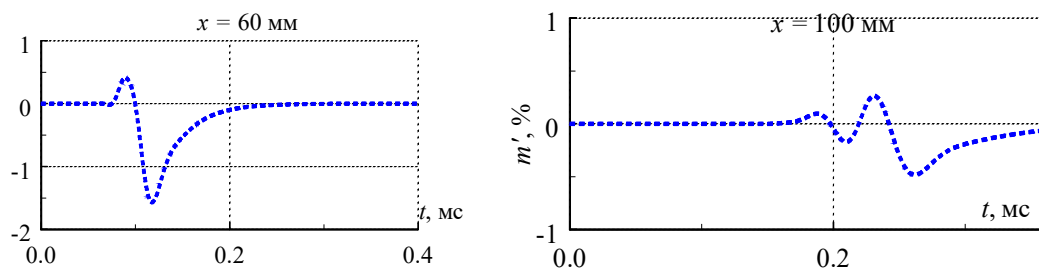


Рис. 3. Зависимость возмущений потока массы от времени при $z = 0$ на двух расстояниях от передней кромки пластины: $x = 60$ и 100 мм

Fig. 3. Time dependence of mass flux perturbations at $z = 0$ on two distances from the plate leading edge: $x = 60$ and 100 mm

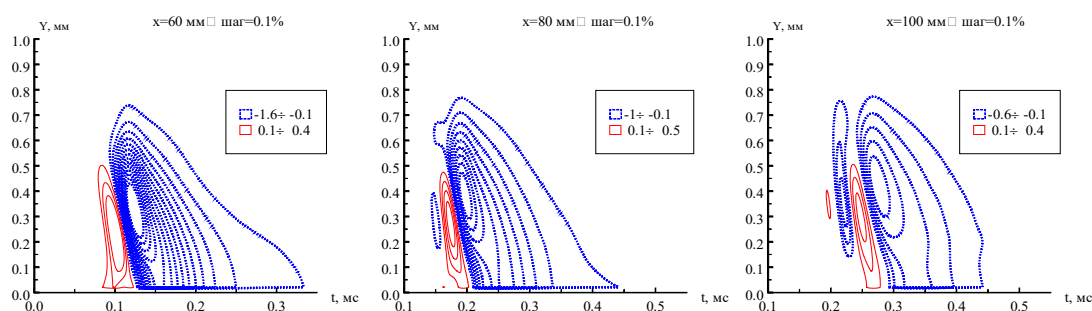


Рис. 4. Волновой пакет массового потока в плоскости (y, t) при $z = 0$ и $x = (60, 80, 100)$ мм

Fig. 4. Mass flux wave packet in the (y, t) plane at $z = 0$ and $x = (60, 80, 100)$ mm

На рис. 4 показано изменение формы волнового пакета в плоскости (y, t) с перемещением вниз по течению при $z = 0$. Максимальное отклонение от основного течения при всех значениях x находится примерно при $y \approx 0,4$ мм, что соответствует, примерно третьей части толщины пограничного слоя или, как было сказано выше, положению, где относительный массовый поток основного течения составляет значение примерно равное 0,7. Весь пакет занимает примерно $2/3$ толщины слоя. По мере смещения пакета вниз по течению увеличивается число превышений и дефектов массового потока относительно основного течения.

На рис. 5 показана динамика волнового потока при его перемещении вниз по потоку. При перемещении низ по течению ширина волнового пакета расширяется, число максимумов и дефектов массового потока увеличивается, аналогично тому, что наблюдается и в плоскости (y, t) .

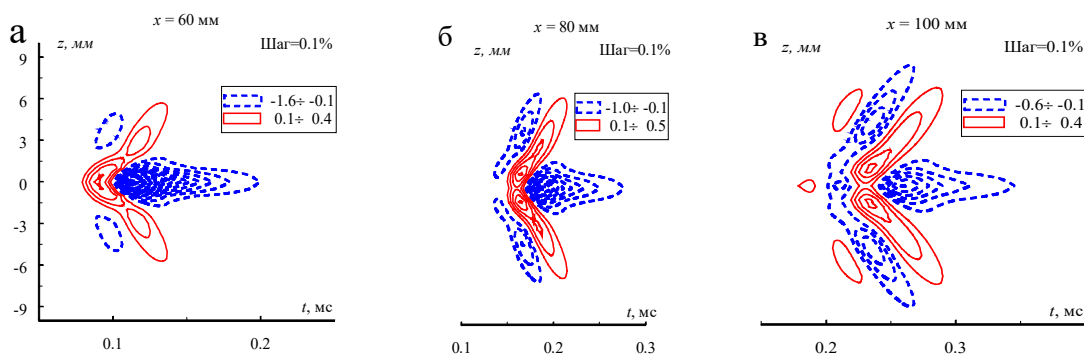


Рис. 5. Волновой пакет массового потока в плоскости (z, t) при $x = [60 (a), 80 (б), 100 (в)]$ мм

Fig. 5. Mass flux wave packet in the (z, t) plane at $x = [60 (a), 80 (б), 100 (в)]$ mm

Для сопоставления результатов прямого численного моделирования с линейной теорией гидродинамической устойчивости необходимы данные о развитии возмущений заданной частоты. С этой целью волновой пакет массового потока, при фиксированных $y_{\max}$ и x , раскладывался в спектр по частотам и боковым волновым числам в соответствии с преобразованием:

$$A_{f\beta}(x) = A_{f\beta}(x, y_{\max}) \exp(i\Phi_{f\beta}(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} m'(x, y_{\max}, t, z) e^{(-i(\beta z - 2\pi f t))} dt dz.$$

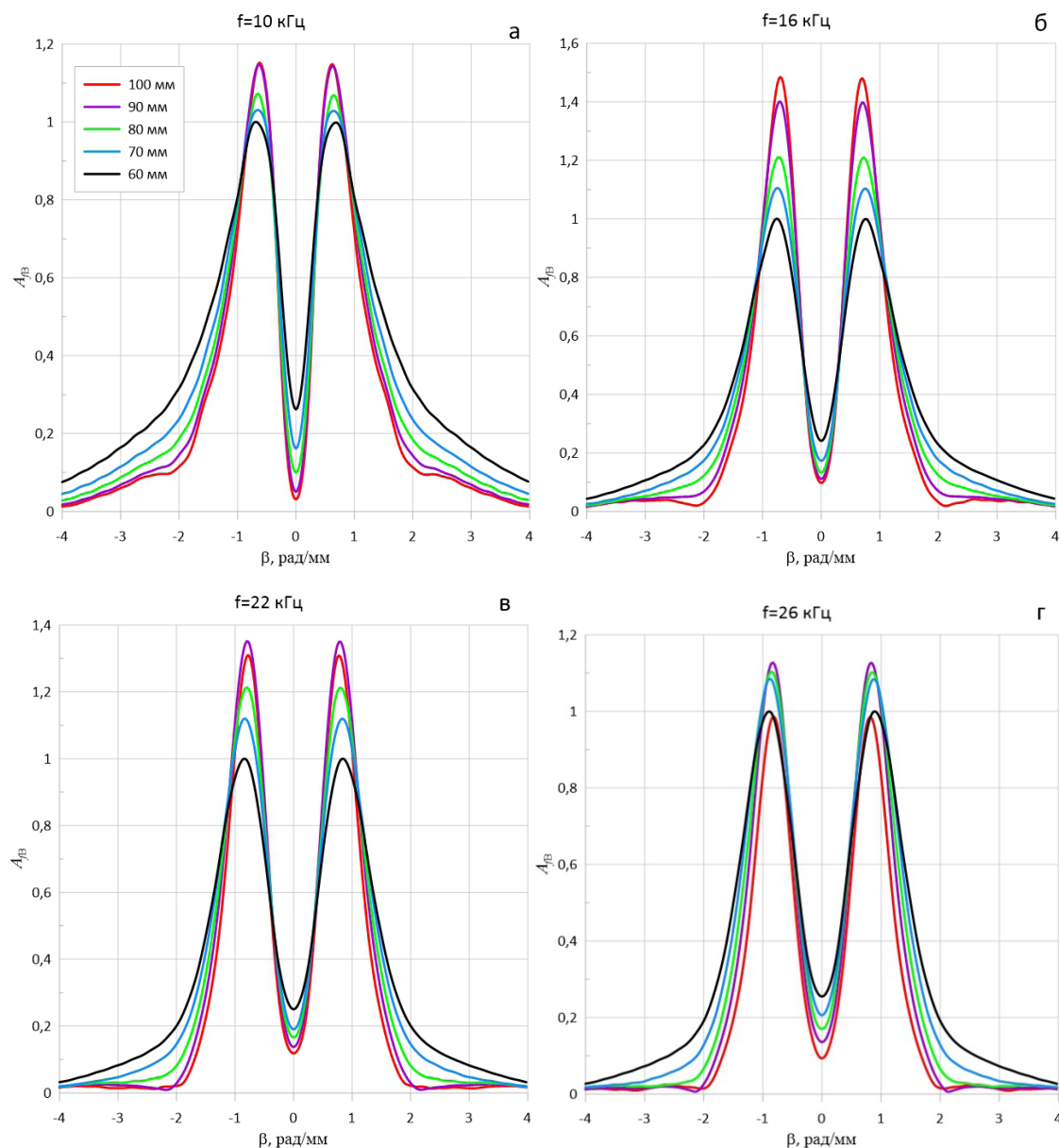


Рис. 6. Амплитудные β -спектры на разных расстояниях от передней кромки пластина на частотах: 10, 16, 22 и 26 кГц

Fig. 6. Amplitude β -spectra at different distances from the plate leading edge at frequencies: 10, 16, 22 and 26 kHz

На рис. 6 показаны амплитудные спектры по волновым числам для четырех частот: $f = 10$, 16, 22 и 26 кГц. Можно заметить, что максимальное значение амплитуды соответствует волно-

вому числу $\beta \approx 1$ рад/мм. Кроме того, было получено, что при принятых параметрах расчетов максимальное значение достигается при $x = 100$ мм для частоты $f = 16$ кГц. При $10 < f < 16$ кГц возмущения с $\beta \approx 1$ рад/мм растут с увеличением x . В области $f > 22$ кГц соответствующие возмущения имеют максимумы в интервале $x < 100$ мм. Это означает, что исследованные низкие частоты, $f = 10$ и 16 кГц, в диапазоне $x < 100$ мм принадлежит внутренней (неустойчивой) области нейтральной кривой. Высокие частоты, $f = 22$ и 26 кГц, при $x > 100$ мм находятся во внешней (устойчивой) области нейтральной кривой, выше верхней ветви кривой.

По зависимости фазы от продольных координат можно определить волновое число α_r в направлении x и угол между направлением основного потока и вектором $\mathbf{k} = \alpha_r i_x + \beta i_z$, где i_x , i_z – единичные векторы координат. Соответствующий пересчет результатов для $f = 16$ и 22 кГц показан на рис. 7, где $\kappa = \arctg(\beta/\alpha_r)$. Как видно, наибольшие амплитуды возмущений соответствуют углам $\kappa \approx 60^\circ$.

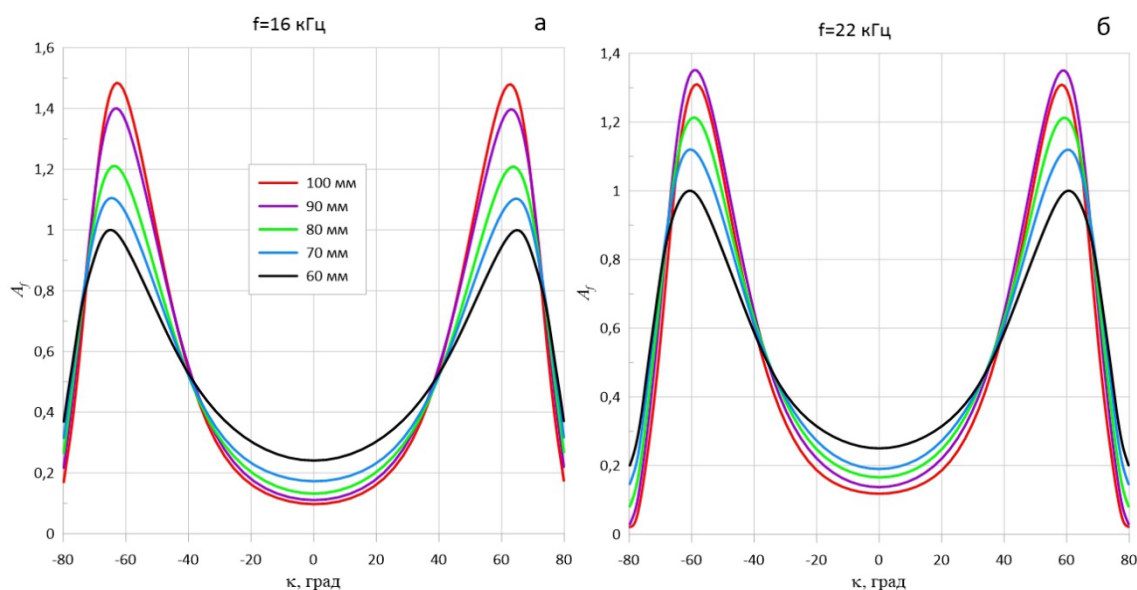


Рис. 7. Зависимости амплитуд от угла наклона волны на разных расстояниях от передней кромки пластины для двух частот: 16, 22 кГц

Fig. 7. Dependences of amplitudes on the wave inclination angle at different distances from the plate leading edge for two frequencies: 16, 22 kHz

Зависимость амплитуды от продольной координаты, при фиксированном значении β позволяет вычислить пространственный инкремент $-\alpha_i = \frac{d \ln(A_{\beta f})}{dx}$ соответствующей волны.

Можно показать, что при $x = 65$ мм, $\beta = 0,8$ /мм и $f = 16$ кГц степень усиления $-\alpha_i \approx 9,5$ /м, а угол $\kappa = 65^\circ$. Полученный коэффициент усиления близок к значению $-\alpha_i = 9,1$ /м теории устойчивости параллельных течений, а угол наклона волнового вектора к направлению основного течения находится в полном соответствии с теорией, $\kappa = 65^\circ$. Кроме того, при $\kappa \approx 40$ и 75 градусов возмущения практически не растут при всех значениях координаты x . Данные при $\kappa \approx 75^\circ$ находятся в полном соответствии с теорией устойчивости параллельных течений. Что касается $\kappa \approx 40^\circ$, то в теории соответствующие волны нарастают, хотя и с меньшим темпом, $-\alpha_i \approx 7,8$ /м, в сравнении с $-\alpha_i = 9,1$ /м при $\kappa = 65^\circ$. В большой степени несоответствие теории устойчивости параллельных течений и численным моделированием локализованного возмущения имеет место относительно двумерных возмущений, $\beta = \kappa = 0$. Например, согласно приведенным данным, при $f = 16$ кГц (рис. 8) возмущение с углами $\kappa = 0$ на расстоянии $x = 65$ мм затухает

$(-\alpha_i \approx -30/\text{м})$, в то время как, согласно теории устойчивости параллельных течений, они должны нарастать $(-\alpha_i \approx 4,4/\text{м})$. Причина такого несоответствия может заключаться в нелинейном влиянии волн с большими амплитудами ($\chi = 65^\circ$) на волны малых амплитуд ($\chi \approx 0$). По-видимому, имеет место перекачка энергии двумерных возмущений в трехмерные волны, в том числе в волны других частот.

Заключение

Проведено прямое численное моделирование развития волнового пакета малой интенсивности при сверхзвуковом обтекании пластины при числе Маха $M = 2$.

Как и в [20] установлено, что местоположение максимальных возмущений массового потока находятся на расстоянии в положении, где безразмерный массовый поток основного потока $\rho U(y)/(\rho U)_\infty \approx 0,6-0,8$.

По мере движения волнового пакета вниз по течению общая амплитуда возмущения уменьшается, и в нем наблюдаются осцилляции.

Максимальный вклад в суммарное возмущение принадлежит волнам с волновыми числами $\beta \approx 0,8/\text{мм}$, что соответствует углу наклона волнового вектора к передней кромке пластины примерно 65° .

Полученные пространственные скорости усиления косой волны с большими углами наклона фронта волны относительно передней кромки пластины находятся в хорошем соответствии с данными теории устойчивости локально параллельных потоков. С уменьшением угла наклона волны соответствие теории устойчивости с данными, полученными на основании численного моделирования развития локализованного возмущения, нарушается, особенно это касается двумерных волн, углы наклона которых равны нулю. По-видимому, имеет место перекачка энергии (в результате нелинейного взаимодействия) двумерных возмущений в трехмерные волны, в том числе в волны других частот. Проблема нелинейного развития волн в локализованном возмущении и перехода последнего в турбулентное пятно нуждается в специальном исследовании.

Список литературы

1. **Emmons H. W.** The laminar-turbulent transition in a boundary layer - part 1 // Journal of the Aerospace Sciences. 1951. Vol. 19. P. 490–498. DOI:10.2514/8.2010
2. **Narasimha R.** The laminar-turbulent transition zone in the boundary layer // Progress in Aerospace Sciences. 1985. Vol. 22. P. 29–80. DOI:10.1016/0376-0421(85)90004-1
3. **Mitchner M.** Propagation of turbulence from an instantaneous point disturbance // Journal of the Aeronautical Sciences. 1954. Vol. 21, No. 5. P. 350–351. (1954). Propagation of Turbulence from an Instantaneous Point Disturbance. Journal of the Aeronautical Sciences, 21(5), 350–351.
4. **Schubauer G. B., Klebanoff P. S.** Contributions to the mechanics of boundary-layer transition // NACA TN-3489. NACA. 1955.
5. **Gaster M., Grant I.** An Experimental Investigation of the formation and development of a wave packet in a laminar boundary layer // Proc. Roy. Soc. 1975. A 347. P. 253–269. DOI:10.1098/rspa.1975.0208
6. **Gaster M.** A theoretical model of a wave packet in the boundary layer on a flat plate // Proc. Roy. Soc. 1975. Vol. A347. P. 271–289. DOI: 10.1098/rspa.1975.0209
7. **Riley J. J., Gad-el-Hak M.** The dynamics of turbulent spots // In Frontiers in Fluid Mechanics, Springer. 1985. P. 123–155. DOI: 10.1088/1742-6596/318/3/032028.
8. **Elder J. W.** An experimental investigation of turbulent spots and breakdown to turbulence // J. Fluid Mech. 1960. Vol. 9. P. 235–246.
9. **Cantwell B., Coles D., Dimotakis P.** Structure and entrainment in the plane of symmetry of a turbulent Spot // J. Fluid Mech. 1978. Vol. 87. P. 641–672. DOI: <https://doi.org/10.1017/S00222112060001079>

10. **Gad-el-Hak M., Blackwelder R. F., Riley, J. J.** On the growth of turbulent regions in laminar boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1981. Vol. 110. P. 73–95. DOI: <https://doi.org/10.1017/S002211208100061X>
11. **Бойко А. В., Грек Г. Р., Довгаль А. В., Козлов В. В.** Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях. НИЦ «РХД». 2006. 304 с.
12. **Reddy S. C. and Henningson D. S.** Energy growth in viscous channel flows // *J. Fluid Mech.* 1993. Vol. 252. P. 209–238. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112093003738>
13. **Grosch C. E., Salwen H.** The continuous spectrum of the Orr-Sommerfeld equation, Part 1, The spectrum and the eigenfunctions // *J. Fluid Mech.* 1978. Vol. 87. P. 33–54. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112078002918>
14. **Grosch C. E., Salwen H.** The continuous spectrum of the Orr-Sommerfeld equation, Part 2, Eigenfunction expansions // *J. Fluid Mech.* 1981. Vol. 104. P. 445–465.
15. **Libby P. A., Fox H.** Some perturbation solutions in laminar boundary layer theory. Part 1. The momentum equation // *J. Fluid Mech.* 1963. Vol. 17, No. 3. P. 433–449. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112081002991>
16. **Gaponov S. A.** Quasi-resonance excitation of stationary disturbances in compressible boundary layers // *International Journal of Mechanics.* 2017. Vol. 11. P. 120–127.
17. **James C. S.** Observations of turbulent-burst geometry and growth in supersonic flow // NACA-TN-4235. NACA. 1958. 19930085190.pdf
18. **Krishnan L., Sandham N. D.** Effect of Mach number on the structure of turbulent spots // *J. Fluid Mech.* 2006. Vol. 566. P. 225–234. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112006002412>
19. **Jewell J. S., Leyva I. A., Shepherd J. E.** Turbulent spots in hypervelocity flow // *Exp Fluids.* 2017. 58:32. DOI: 10.1007/s00348-017-2317-y. DOI: 10.1007/s00348-017-2317-y
20. **Yatskikh A. A., Ermolaev Y. G., Kosinov A. D., Semionov N. V.** Hot-wire visualization of the evolution of localized wave packets in a supersonic flat-plate boundary layer // *Journal of Visualization.* 2017. Vol. 20, No. 3. P. 549–557. 10.1007/s12650-016-0414....
21. **Krishnan L., Sandham N. D.** Effect of Mach number on the structure of turbulent spots // *J. Fluid Mech.* 2006. Vol. 566. P. 225–234. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112006002412>
22. **Sivasubramanian J., Fasel H. F.** Direct numerical simulation of a turbulent spot in a cone boundary layer at Mach 6 // *AIAA Paper.* 2010. 2010–4599. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2010-4599>
23. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
24. **Dunn D. W., Lin C. C.** On the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid // *J. Aeronaut. Sci.* 1955. Vol. 22, No. 7. P. 455–477. doi.org/10.1142/9789814415651_0005

References

1. **Emmons H. W.** The laminar-turbulent transition in a boundary layer – part 1. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1951, vol. 19, pp. 490–498. <https://doi.org/10.2514/8.2010>
2. **Narasimha R.** The laminar-turbulent transition zone in the boundary layer. *Progress in Aerospace Sciences*, 1985, vol. 22, pp. 29–80. [https://doi.org/10.1016/0376-0421\(85\)90004-1](https://doi.org/10.1016/0376-0421(85)90004-1)
3. **Mitchner M.** Propagation of turbulence from an instantaneous point disturbance. *Journal of the Aeronautical Science*, 1954, vol. 21, no. 5, pp. 350–351.
4. **Schubauer G. B., Klebanoff P. S.** Contributions to the mechanics of boundary-layer transition. *NACA TN-3489*. NACA, 1955, 32p.
5. **Gaster M., Grant I.** An Experimental Investigation of the formation and development of a wave packet in a laminar boundary layer. *Proc. Roy. Soc.*, 1975, A 347, pp. 253–269. <https://doi.org/10.1098/rspa.1975.0208>
6. **Gaster M.** A theoretical model of a wave packet in the boundary layer on a flat plate. *Proc. Roy. Soc.*, 1975, vol. A347, pp. 271–289. <https://doi.org/10.1098/rspa.1975.0209>

7. **Riley J. J., Gad-el-Hak M.** The dynamics of turbulent spots. *In Frontiers in Fluid Mechanics*. Springer, 1985, pp. 123–155.
8. **Elder J. W.** An experimental investigation of turbulent spots and breakdown to turbulence. *J. Fluid Mech.*, 1960, vol. 9, pp. 235–246. <https://doi.org/10.1017/S0022112060001079>
9. **Cantwell B., Coles D., Dimotakis P.** Structure and entrainment in the plane of symmetry of a turbulent spot. *J. Fluid Mech.*, 1978, vol. 87, pp. 641–672. <https://doi.org/10.1017/S0022112078001809>
10. **Gad-el-Hak M., Blackwelder R. F., Riley J. J.** On the growth of turbulent regions in laminar boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 1981, vol. 110, pp. 73–95.
11. **Boiko A. V., Dovgal A. V., Grek G. R., Kozlov V. V.** Physics of transitional shear flows: instability and laminar – turbulent transition in incompressible near – wall shear layers. –Dordrecht et al.: Springer, 2012. XXVII, 271 p.
12. **Reddy S. C., Henningson D. S.** Energy growth in viscous channel flows. *J. Fluid Mech.*, 1993, vol. 252, pp. 209–238. <https://doi.org/10.1017/S0022112093003738>
13. **Grosch C. E., Salwen H.** The continuous spectrum of the Orr-Sommerfeld equation, Part 1, The spectrum and the eigenfunctions. *J. Fluid Mech.*, 1978, vol. 87, pp. 33–54. <https://doi.org/10.1017/S0022112078002918>
14. **Grosch C. E., Salwen H.** The continuous spectrum of the Orr-Sommerfeld equation, Part 2, Eigenfunction expansions. *J. Fluid Mech.*, 1981, vol. 104, pp. 445–465. <https://doi.org/10.1017/S0022112081002991>
15. **Libby P. A., Fox H.** Some perturbation solutions in laminar boundary layer theory, Part 1, The momentum equation. *J. Fluid Mech.*, 1963, vol. 17, no. 3, pp. 433–449. <https://doi.org/10.1017/S0022112063001439>
16. **Gaponov S. A.** Quasi-resonance excitation of stationary disturbances in compressible boundary layers. *International Journal of Mechanics*, 2017, vol. 11, pp. 120–127.
17. **James C. S.** Observations of turbulent-burst geometry and growth in supersonic flow. *NACA-TN-4235*. NACA. 1958. 19930085190.pdf
18. **Krishnan L., Sandham N. D.** Effect of Mach number on the structure of turbulent spots. *J. Fluid Mech.* 2006. Vol. 566 P. 225–234. <https://doi.org/10.1017/S0022112006002412>
19. **Jewell J. S., Leyva I. A., Shepherd J. E.** Turbulent spots in hypervelocity flow. *Exp. Fluids*. 2017. Vol. 58, article number 32. DOI 10.1007/s00348-017-2317-y.
20. **Yatskikh A. A., Ermolaev Y. G., Kosinov A. D., Semionov N. V.** Hot-wire visualization of the evolution of localized wave packets in a supersonic flat-plate boundary layer. *Journal of Visualization*, 2017, vol. 20, no. 3, pp. 549–557. <https://doi.org/10.1007/s12650-016-0414-2>
21. **Krishnan L. and Sandham N. D.** Effect of Mach number on the structure of turbulent spots. *J. Fluid Mech.*, 2006, vol. 566, pp. 225–234. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112006002412>
22. **Sivasubramanian J., Fasel H. F.** Direct numerical simulation of a turbulent spot in a cone boundary layer at Mach 6. *AIAA Paper 2010–4599*. 2010. <https://doi.org/10.2514/6.2010-4599>
23. **Loytsyansky L. G.** Mechanics of fluid and gas. Moscow, Science, 1970. (in Russ.)
24. **Dunn D. W., Lin C. C.** On the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid. *J. Aeronaut. Sci.*, 1955, vol. 22, no. 7, pp. 455–477. doi.org/10.1142/9789814415651_0005

Сведения об авторах

Гапонов Сергей Александрович, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник

Семенов Александр Николаевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник

Яцких Алексей Анатольевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник

Information about the Authors

Sergey A. Gaponov, Doctor of Physical and Mathematical Science

Alexander N. Semenov, Candidate of Physical and Mathematical Science

Alexey A. Yatskikh, Candidate of Physical and Mathematical Science

*Статья поступила в редакцию 28.10.2024;
одобрена после рецензирования 28.11.2024; принята к публикации 28.11.2024*

*The article was submitted 28.10.2024;
approved after reviewing 28.11.2024; accepted for publication 28.11.2024*