

Научная статья

УДК 539+519.6

DOI 10.25205/2541-9447-2024-19-2-33-40

## Ошибка калибровки светимости, определяемой методом вандермееровского сканирования, возникающая из-за электромагнитного взаимодействия пучков с $q$ -гауссовым распределением частиц\*

Мохамед Атеф Абед<sup>1</sup>  
Антон Анатольевич Бабаев<sup>2</sup>  
Леонид Григорьевич Сухих<sup>3</sup>

Томский политехнический университет  
Томск, Россия

<sup>1</sup>abedmohamed@tpu.ru

<sup>2</sup>babaev@tpu.ru

<sup>3</sup>Sukhikh@tpu.ru

### Аннотация

Точность калибровки светимости – важная проблема при эксплуатации коллайдеров, от успешного решения которой зависит точность проводимых экспериментов. В адронных коллайдерах калибровка светимости производится с использованием вандермееровского сканирования, целью которого является измерение перекрытия сталкивающихся пучков. При столкновении двух пучков их электромагнитное взаимодействие приводит к изменению перекрытия и, следовательно, к ошибке калибровки светимости. Как правило, этот эффект учитывается в предположении о гауссовом распределении частиц пучка. Однако известно, что распределение в пучках адронных коллайдеров отличается от гауссова, и, в более общем виде, описывается  $q$ -гауссовыми функциями. Точный учет электромагнитного взаимодействия становится актуальной задачей при повышении требований к точности измерений светимости (например, в проекте HL-LHC целью является точность 1 %). В данной работе представлена модель электромагнитного взаимодействия пучков с  $q$ -гауссовым распределением частиц, оценивается влияние этого взаимодействия на калибровку светимости методом вандермееровского сканирования. Вычисления проведены для условий экспериментов CMS и ATLAS.

### Ключевые слова

$q$ -гауссовы пучки, электромагнитное взаимодействие, калибровка светимости, вандермееровское сканирование

### Финансирование

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы «Наука» (Проект № FSWW-2023-0003).

### Для цитирования

Абед М. А., Бабаев А. А., Сухих Л. Г. Ошибка калибровки светимости, определяемой методом вандермееровского сканирования, возникающая из-за электромагнитного взаимодействия пучков с  $q$ -гауссовым распределением частиц // Сибирский физический журнал. 2024. Т. 19, № 2. С. 33–40. DOI 10.25205/2541-9447-2024-19-2-33-40

---

\* Статья подготовлена по материалам конференции Russian Particle Accelerator Conference (RuPAC'23), Budker INP, 11–15 September 2023.

# Luminosity calibration bias in van-der-Meer scan due to the beam-beam interaction for $q$ -Gaussian beams

Mohamed A. Abed<sup>1</sup>, Anton A. Babaev<sup>2</sup>  
Leonid G. Sukhikh<sup>3</sup>

NR Tomsk Polytechnic University  
Tomsk, Russian Federation

<sup>1</sup>abedmohamed@tpu.ru

<sup>2</sup>babaev@tpu.ru

<sup>3</sup>Sukhikh@tpu.ru

## Abstract

The accuracy of luminosity calibration is an important problem in the operation of colliders, the successful solution of which determines the accuracy of the experiments performed. In hadron colliders, luminosity calibration is performed using van-der-Meer scanning, the goal of which is to measure the overlap of the colliding beams. When two beams collide, their electromagnetic interaction leads to a change in their overlap and, consequently, the luminosity calibration is biased. Typically, this effect is accounted for under the assumption that beams have a Gaussian particle distribution. However, it is known that the particle distribution in hadron collider beams differs from Gaussian and is more generally described by  $q$ -Gaussian functions. Accurate accounting of electromagnetic interaction becomes an urgent task as the requirements for the accuracy of luminosity measurements increase (for example, in the HL-LHC project the goal is an accuracy of 1 %). This paper presents a model of the electromagnetic interaction of beams with a  $q$ -Gaussian distribution of particles, and determines the influence of this interaction on the luminosity calibration using the van der Meer scanning method. Calculations were carried out for beams with conditions of the CMS and ATLA experiments.

## Keywords

$q$ -Gaussian beams, electromagnetic interaction, luminosity calibration, van-der-Meer scan

## Funding

This work was supported by The Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation in part of the Science program (Project No FSWW-2023-0003).

## For citation

Abed M. A., Babaev A. A., Sukhikh L. G. Luminosity calibration bias in van-der-Meer scan due to the beam-beam interaction for  $q$ -Gaussian beams. *Siberian Journal of Physics*, 2024, vol. 19, no. 2, pp. 33–40 (in Russ.). DOI 10.25205/2541-9447-2024-19-2-33-40

## Введение

Светимость  $L$  является важнейшей характеристикой коллайдера, определяющей его производительность. Она характеризует интенсивность столкновений частиц. Для ультрарелятивистских частиц при однократном строго встречном столкновении пучков светимость определяется выражением [1]:

$$L(\Delta r_{\perp}) = N_1 N_2 \int \rho_1^{\perp}(r_{\perp} - \Delta r_{\perp}) \rho_2^{\perp}(r_{\perp}) dr_{\perp}. \quad (1)$$

где  $N_{1,2}$  – число частиц в пучках,  $\rho_{1,2}^{\perp}$  – нормализованные поперечные плотности частиц,  $\Delta r_{\perp}$  – поперечное расстояние между орбитами сталкивающихся пучков (разведение пучков). Интеграл в (1), представляющий собой свертку плотностей, называется интегралом перекрытия, и он характеризует вероятность единичного столкновения частиц. В кольцевых коллайдерах выражение (1) следует домножить на частоту столкновений  $n$ .

В эксперименте светимость определяется косвенно, поскольку интеграл перекрытия не может быть измерен. Для этого используется хорошо известный процесс с измеряемой величиной, так что

$$\mu = \sigma_{vis} L, \quad (2)$$

где  $\sigma_{vis}$  – калибровочная постоянная, являющаяся характеристикой детектора. В качестве измеряемой величины могут выступать, например, количество треков вторичных частиц или энерговыделение в детекторе.

Калибровка светимости заключается в определении постоянной  $\sigma_{vis}$ . Как следует из (1) и (2), ее можно вычислить как

$$\sigma_{vis} = \frac{1}{N_1 N_2} \frac{\mu_{max}(0,0)}{\Omega(0,0)}, \quad (3)$$

где обозначение  $(0,0)$  введено для указания на то, что столкновение пучков является лобовым, т. е. расстояние между их орбитами в поперечной плоскости равно 0, и, соответственно,  $\mu_{max}(0,0)$  является максимальным значением измеряемой величины. Для определения  $\Omega(0,0)$  в адронных коллайдерах обычно используется вандермееровское сканирование [2], когда в специально оптимизированных условиях величина  $\mu$  измеряется как функция расстояния между орбитами пучков. Затем, зная калибровочную постоянную, светимость для произвольных условий можно определить с использованием (2). Вандермееровское сканирование используется в RHIC [3; 4], LHC [5; 6], а также предполагается использование этого метода в NICA [7].

При сближении пучков электромагнитная сила их взаимодействия приводит к смещению пучков как целого, что наблюдается как смещение орбиты пучка (когерентный эффект), а также к возмущению движения отдельных частиц, приводящему к изменению бетатронных частот их колебаний (некогерентный эффект) [8]. Все это оказывает влияние на интеграл перекрытия пучков, и, следовательно, на точность калибровки светимости методом вандермееровского сканирования [9; 10]. Соответственно, необходима коррекция калибровочной константы, учитывающая этот эффект. Например, в LHC, она превышает 1 % [5; 6]. Однако учет указанного взаимодействия проводится в предположении гауссова распределения частиц в пучках. В то же время было показано, что это распределение в адронных коллайдерах отличается от гауссова в связи с рядом явлений, таких как пространственный заряд, внутривпучковое рассеяние, синхротронное излучение, нелинейности магнитного поля; см. например, LHC [11; 12], RHIC [13]. Кроме того, увеличение яркости пучка и, соответственно, уменьшение эмиттанса с одновременным повышением интенсивности (например, в HL-LHC) приведут к еще более выраженным отклонениям распределения частиц от гауссова.

Для повышения точности определения светимости необходимо рассматривать перекрытие пучков, отличающихся от гауссовых. Было показано, что  $q$ -гауссово распределение предоставляет более точное описание распределения частиц для пучков LHC и HL-LHC [12; 14]. В данной работе рассматривается электромагнитное взаимодействие таких  $q$ -гауссовых пучков. Получены выражения для полного импульса, полученного пучком при действии на него поля другого пучка. Проведено моделирование вандермееровского сканирования для таких пучков, получены оценки влияния этого эффекта на значение калибровочной постоянной в условиях экспериментов CMS и ATLAS.

## 1. Электромагнитное взаимодействие $q$ -гауссовых пучков

*Использование  $q$ -гауссовых функций*

$$QG(u, q, \sigma) = \frac{1}{C_q \sqrt{(5-3q)\sigma}} e_q \left( \frac{-u^2}{(5-3q)\sigma^2} \right) \quad (4)$$

позволяет описывать распределения, отличающиеся от гауссова, обладающие как более «тяжелыми» хвостами ( $q > 1$ ), так и более «легкими» ( $q < 1$ ). При  $q = 1$  функция (4) является обычной

гауссовой функцией. В выражении (4)  $e_q$  так называемая  $q$ -экспонента, параметр  $q$  определяет вес хвостов распределения (чем больше этот параметр, тем большая часть распределения приходится на хвосты),  $\sigma$  – стандартное отклонение,  $C_q$  – нормировочная постоянная, зависящая от  $q$  [15].

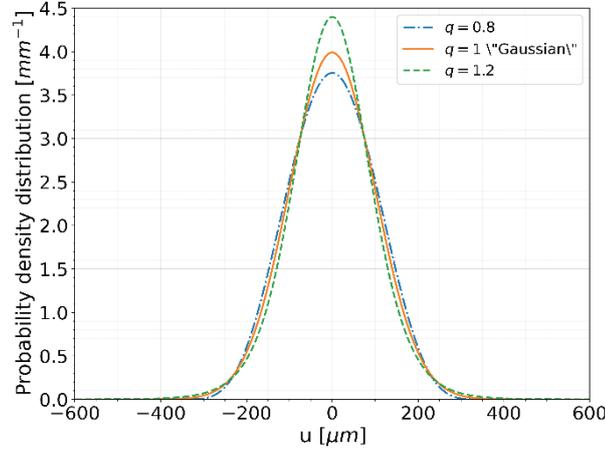


Рис. 1. Плотность распределения, описываемая  $q$ -гауссовой функцией при  $\sigma = 100$  и при трех различных  $q = 0,8; 1$  и  $1,2$

Fig. 1. Distribution density described by the  $q$ -Gaussian function at  $\sigma = 100 \mu\text{m}$  at three different tail weights  $q = 0,8; 1$  and  $1,2$

При сближении двух пучков составляющие их частицы получают отклоняющий импульс вследствие электромагнитной силы, действующей со стороны частиц движущегося навстречу пучка. В дальнейшем предполагается, что сгустки частиц движутся строго навстречу друг другу, частицы во время взаимодействия движутся по параллельным траекториям, направление которых совпадает с общим направлением движения сгустка, смещение частицы за время взаимодействия мало. Для ультррелятивистской заряженной частицы с зарядом  $Q_2 = Z_2 e$  и поперечными координатами  $(x_p, y_p)$  пересекающей сгусток частиц с плотностью частиц  $\rho_1$ , полученный поперечный импульс  $\Delta p_2$  определяется выражением [9; 16]:

$$\Delta p_2(x_p, y_p) = \frac{Q_2}{c} \int E_1^\perp(x_p, y_p, z_p) dz_p = \frac{Z_2 e}{c} E_1(x_p, y_p) \quad (5)$$

и соответствующий угол отклонения  $\Delta\theta$ :

$$\Delta\theta(x_p, y_p) = \frac{\Delta p_2(x_p, y_p)}{p} = \frac{Z_2 e}{pc} E_1(x_p, y_p). \quad (6)$$

Здесь  $E_1^\perp(x_p, y_p, z_p)$  – электрическое поле, создаваемое отклоняющим сгустком, перпендикулярное траектории отклоняемой частицы,  $E_1(x_p, y_p)$  – интеграл от этого поля за все время взаимодействия,  $p$  – полный импульс отклоняемой частицы. Для эллиптических частиц с гауссовым распределением частиц поле  $E_1$  может быть найдено с помощью формул Бассетти – Эрскина [17] или их обобщения [16]. Для сгустков с  $q$ -гауссовым поперечным распределением частиц  $\rho_1(x, y) = QG(x; q_x, \sigma_x)QG(y; q_y, \sigma_y)$  поле  $E_1$  может быть найдено численным интегрированием:

$$E_1(x_p, y_p) = \frac{N_1 Z_1 e}{2\pi\epsilon_0} \iint \frac{(x_p - x) + (y_p - y)}{(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2} QG(x; q_x, \sigma_x) QG(y; q_y, \sigma_y) dx dy, \quad (7)$$

где отклоняющий сгусток имеет  $N_1$  частиц с зарядом  $Z_1 e$ .

На рис. 2 показан полный импульс, полученный ультрарелятивистским протоном, движущимся в поле пяти различных  $q$ -гауссовых сгустков одинакового размера (под размером сгустка понимается среднеквадратичное отклонение положения частицы от центра, RMS, root-mean-square) и различного веса хвостов  $q$  в условиях вандермееровского сканирования, проведенного в экспериментах CMS и ATLAS в 2018 году [10]. Взаимодействие со сгустками с большими  $q$  приводит к большему переданному импульсу для протона, движущегося вблизи центра отклоняющего сгустка (при  $x_p \lesssim 1,9\sigma$ ). Напротив, при относительно небольших расстояниях до центра (при  $1,9\sigma \lesssim x_p \lesssim 3,5\sigma$ ) больший переданный импульс продуцируется сгустками с меньшим весом хвостов  $q$ . При достаточно больших расстояниях ( $x_p \gtrsim 3,5\sigma$ ) до центра отклоняющего сгустка различие между переданным импульсом для гауссова и  $q$ -гауссова сгустков становится пренебрежимо малым ( $0,02 \div 0,03\%$ ).

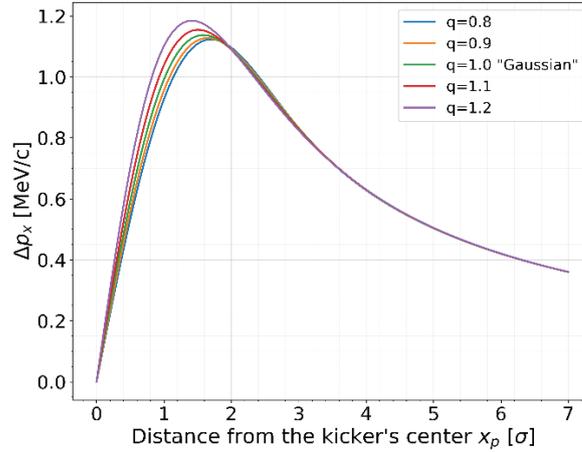


Рис. 2. Полный горизонтальный (в направлении  $x$ ) импульс, полученный ультрарелятивистским протоном с импульсом 6499 ГэВ/с при взаимодействии с встречным  $q$ -гауссовым сгустком, содержащим  $8,5 \times 10^{10}$  протонов такой же энергии, размера (RMS)  $\sigma = 97,1$ . Расчет представлен для пяти различных весов хвостов:  $q = 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2$

Fig. 2. The total horizontal (in the  $x$ -direction) momentum received by an ultrarelativistic proton with a momentum of 6499 GeV/c when interacting with an oncoming  $q$ -Gaussian bunch containing  $8,5 \times 10^{10}$  protons of the same energy, size (RMS)  $\sigma = 97,1 \mu\text{m}$ . The calculation is presented for five different tail weights:  $q = 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2$

## 2. Влияние взаимодействия пучков на светимость

Электромагнитное взаимодействие сгустков приводит к ошибке определения светимости методом вандермееровского сканирования, которая может быть оценена из отношения  $R = \Omega_{bb} \Omega_o$  интеграла перекрытия с учетом взаимодействия и без него (это отношение эквивалентно отношению соответствующих светимостей). Для вычисления для гауссовых пучков в [9] был предложен код В\*В, где отклоняющий сгусток представляется непрерывным распределением заряда, а отклоняемый сгусток представляется набором макрочастиц с определенным весом, пропорциональным плотности частиц, распределенным по узлам сетки в фазовом пространстве. Этот код был модифицирован автором (М. А. Абедом) для работы с  $q$ -гауссовыми распределениями: был имплементирован математический аппарат, приведенный выше.

Помимо отношения  $R$ , также была оценена ошибка калибровочной постоянной  $\sigma_{vis}$  (3), возникающая из-за электромагнитного взаимодействия сгустков, которая вычисляется по формуле [10]:

$$\frac{\Delta\sigma_{vis}}{\sigma_{vis,0}} = \frac{\sigma_{vis,bb} - \sigma_{vis,0}}{\sigma_{vis,0}} = \frac{\int R(\Delta x, 0) \Omega_o(\Delta x, 0) d\Delta x \times \int R(0, \Delta y) \Omega_o(0, \Delta y) d\Delta y}{R(0, 0) \left( \int \Omega_o(\Delta x, 0) d\Delta x \times \int \Omega_o(0, \Delta y) d\Delta y \right)} - 1. \quad (8)$$

Для вычислений были использованы параметры программ вандермееровского сканирования в экспериментах CMS и ATLAS 2018 г. (см. табл. 1) [10] в предположении, что пучки имеют  $q$ -гауссово распределение частиц. Рассмотрены пять различных весов хвостов:  $q = 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2$ .

Таблица 1

Параметры пучка [10], используемые в расчетах

Table 1

Beam parameters [10] used in calculations

Количество частиц $N_1 = N_2 = N$	$p$ , ГэВ/с	$(Q_x, Q_y)$	$\beta$ [см]	Размер сгустка (RMS), мкм
$8,5 \times 10_{10}$	6499	(0,31; 0,32)	19,7	97,1

На рис. 3 показано влияние взаимодействия сгустков на светимость (отношение  $R$ ) в зависимости от расстояния между орбитами пучков. При малых расстояниях это влияние более значительно для сгустков с большим весом хвостов. Напротив, при больших расстояниях большее (по модулю) отношение  $R$  характерно для сгустков с меньшим весом хвостов.

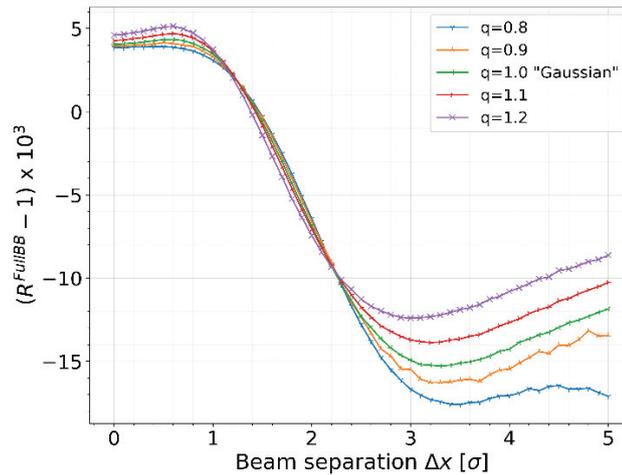


Рис. 3. Изменение отношения  $R$  в зависимости от расстояния между орбитами пучков (beam separation) для  $q$ -гауссовых пучков (параметры приведены в табл. 1). Поперечный размер сгустков (RMS)  $\sigma = 97,1$  мкм. Расчет представлен для пяти различных весов хвостов:  $q = 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2$   
Fig. 3. Change in the ratio  $R$  depending on the distance between the beam orbits (beam separation) for  $q$ -Gaussian beams (parameters are given in Table 1). Transverse beam size (RMS)  $\sigma = 97,1$   $\mu\text{m}$ . The calculation is presented for five different tail weights:  $q = 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2$

Влияние негауссовых хвостов на калибровочную постоянную (8) представлено в табл. 2. Ошибка определения  $\sigma_{vis}$  уменьшается (по абсолютной величине) с ростом веса хвостов  $q$ . Следует отметить, что даже для сравнительно малых весов хвостов (отличия  $q$  от 1) значение этой ошибки может достаточно заметно отличаться от значения, вычисленного для гауссовых пучков (при  $q = 1,0$ ).

Таблица 2

Ошибка, возникающая из-за электромагнитного взаимодействия пучков при определении калибровочной постоянной методом вандермееровского сканирования для пучков с  $q$ -гауссовым распределением пучков. Параметры пучка приведены в табл. 1

Table 2

Luminosity calibration bias due to the electromagnetic interaction of the colliding beams during van-der-Meer scan for beams with  $q$ -Gaussian particle distribution. The beam parameters are given in Table 1

Вес хвостов, $q$	0,8	0,9	1,0 (гауссов пучок)	1,1	1,2
$\Delta\sigma_{vis}\sigma_{vis,0}$ [%]	-0,268	-0,237	-0,211	-0,158	-0,108

### Заключение

Распределение частиц в сталкивающихся пучках значительно влияет на характер их электромагнитного взаимодействия. В частности, в работе показано (см. рис. 2), что электромагнитное взаимодействие сгустков с негауссовыми хвостами (описываемыми  $q$ -гауссовыми функциями) заметно отличается от такового для гауссовых пучков. Следствием этого является различный эффект электромагнитного взаимодействия на светимость коллайдеров и абсолютную калибровку светимости (проводимую методом вандермееровского сканирования) для гауссовых пучков и пучков с негауссовыми хвостами.

Целью работы являлось сравнение этого эффекта для гауссовых и  $q$ -гауссовых пучков в условиях вандермееровского сканирования, проводимого в условиях экспериментов CMS и ATLAS Большого адронного коллайдера. Постановка задачи объясняется тем, что распределение частиц в реальных пучках, действительно, скорее описывается  $q$ -гауссовыми функциями [12; 14], а не является чисто гауссовым. Результаты представлены на рис. 3 и в табл. 2. Показано, что даже если отличие параметра  $q$  от 1 (что характеризует отличие распределения от гауссова) не превышает 0,1, оценка влияния электромагнитного взаимодействия на значение калибровочной постоянной может отличаться весьма заметно.

Таким образом, повышение точности определения светимости в коллайдерных экспериментах (например, в проекте HL-LHC заявляется о точности в 1 %) требует использования более реалистичных моделей пучка, нежели гауссовых; модель с использованием  $q$ -гауссовых функций распределения представляется более подходящей для этих целей.

### Список литературы / References

1. **Grafström P., Kozanecki W.** Luminosity determination at proton colliders. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2015, vol. 81, pp. 97148.
2. **Van-der-Meer S.** Calibration of the effective beam height in the ISR. *CERN Technical Report*, 1968, No. CERN-ISRPO-68-31.
3. **Drees A., White S.** Vernier Scan Results from the First RHIC Proton Run at 250 GeV at *Proceedings of International Particle Accelerator Conference*, 2010, P. MOPEC013.
4. **Drees A.** Analysis of vernier scans during RHIC Run-13 (pp at 255 GeV/beam). *BNL Technical Report*, 2013, No. BNL102438-2013-IR, C-A/AP/488 (RHIC).

5. **Sirunyan A. M., Tumasyan A., Adam W. et al.** Precision luminosity measurement in proton–proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV in 2015 and 2016 at CMS. *Eur. Phys. J. C*, 2021, no. 81(800).
6. **Aaboud M., Aad G., Abbott B. et al.** Luminosity determination in pp collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV using the ATLAS detector at the LHC. *Eur. Phys. J. C*, 2016, no. 76(653).
7. **Igankulov Z., Cruceru M., Kurepin A. B., et al.** Luminosity Measurement and Control at NICA. *Phys. Part. Nuclei Lett.*, 2019, no. 16(6), pp. 744753.
8. **Herr W., Pieloni T.** Beam-Beam Effects. *CERN Accelerator School: Advanced Accelerator Physics Course*, 2013, pp. 431459.
9. **Balagura V.** Van der Meer scan luminosity measurement and beam–beam correction. *Eur. Phys. J. C*, 2021, no. 81(26).
10. **Babaev A., Barklow T., Karacheban O., et al.** Impact of Beam-Beam Effects on Absolute Luminosity Calibrations at the CERN Large Hadron Collider. arXiv: 2306.10394 [physics.acc-ph], 2023.
11. **Fitterer M., Stancari G., Alexander V., et al.** Effect of a Resonant Excitation on the Evolution of the Beam Emittance and Halo Population. *CERN Technical Report*, 2017, No. CERN-ACC-NOTE-2017-0037.
12. **Timko H., Baudrenghien P., Brunner O., et al.** Operational and beam dynamics aspects of the RF system in 2016 at *Proceedings of 7th Evian Workshop on LHC beam operation*, 2016. p. 193.
13. **Fedotov A., Gálnanderm, B., Litvinenko V., et al.** Experimental studies of the magnetized friction force. *Phys. Rev. E*, 2006, no. 73(6), p. 066503.
14. **Papadopoulou P., Antoniou F., Argyropoulos T., et al.** Modelling and measurements of bunch profiles at the LHC. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2017, no. 874, p. 012008.
15. **Abed M., Babaev A., Sukhikh L.** Luminosity Calibration by Means of Van-Der-Meer Scan for Q-Gaussian Beams. arXiv: 2305.04023 [physics.acc-ph], 2023.
16. **Babaev A.** Coherent Deflection of Elliptic Bunches Colliding at Crossing Angle. arXiv: 2104.02595 [physics.acc-ph], 2021.
17. **Bassetti M., Erskine G.** Closed Expression for the Electrical Field of a Two-dimensional Gaussian Charge. *CERN Technical Report*, 1980, No. CERN-ISR-TH/80-06.

### Сведения об авторах

**Абед Мохамед Атеф**, аспирант

**Бабаев Антон Анатольевич**, кандидат физико-математических наук

**Сухих Леонид Григорьевич**, доктор физико-математических наук

### Information about the Authors

**Mohamed Atef Abed**, PhD student

**Anton A. Babaev**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences

**Leonid G. Sukhikh**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences

*Статья поступила в редакцию 13.09.2023; одобрена после рецензирования 21.09.2023;  
принята к публикации 20.12.2024*

*The article was submitted 13.09.2023; approved after reviewing 21.09.2023;  
accepted for publication 20.12.2024*