

Научная статья

УДК 025.441.47.02(047.31)

DOI 10.25205/2541-9447-2024-19-2-23-32

Развитие методов цифровой обработки сигналов с BPM*

Вячеслав Сергеевич Денисов¹
Юрий Анатольевич Роговский²

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН
Новосибирск, Россия

¹V.S.Denisov@inp.nsk.su
²Yu.A.Rogovsky@inp.nsk.su

Аннотация

Чтобы обеспечить непрерывность работы коллайдера ВЭПП-2000, необходимо точное измерение бетатронной частоты. Для этого в данной работе предлагается использовать уточняющие Фурье-преобразование методики, такие как интерполяция парабол (метод Гассиора), NAFF и оконные функции. Уточненная частота в дальнейшем используется при построении фазовых портретов пучка для контроля наводок магнитных полей высокого порядка. Кроме того, в работе рассмотрены методы выделения сигнала из смеси для последующего анализа – PCA и ICA. Наконец, для повышения точности определения частоты в работе описана простейшая имплементация фильтра Калмана для повышения точности последующего гармонического анализа. В дополнение ко всему вышеизложенному в работе кратко анализируется метод контроля работы самих датчиков положения пучка.

Ключевые слова

ВЭПП-2000, преобразование Фурье, оконные функции, NAFF, интерполяция, PCA, ICA, фильтр Калмана

Для цитирования

Денисов В. С., Роговский Ю. А. Развитие методов цифровой обработки сигналов с BPM // Сибирский физический журнал. 2024. Т. 19, № 2. С. 23–32. DOI 10.25205/2541-9447-2024-19-2-23-32

Development of Digital Signal Processing Techniques with BPM

Vyacheslav S. Denisov¹, Yuri A. Rogovsky²

Budker Institute of Nuclear Physics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation

¹V.S.Denisov@inp.nsk.su
²Yu.A.Rogovsky@inp.nsk.su

Abstract

In order to ensure the continuity of operation of the VEPP-2000 collider, accurate measurement of the betatron frequency is necessary. To do this, this work proposes to use methods that refine the Fourier transform, such as parabola interpolation (Gassior method), NAFF and window functions. The refined frequency is subsequently used in construction of phase portraits of the beam to control the interference of high-order magnetic fields. In addition, the work discusses methods for extracting a signal from a mixture for subsequent analysis – PCA and ICA. Finally, to improve the accuracy

* Статья подготовлена по материалам конференции Russian Particle Accelerator Conference (RuPAC'23), Budker INP, 11–15 September 2023.

of frequency determination, the paper considers the simplest implementation of a Kalman filter to improve the accuracy of subsequent harmonic analysis. In addition to all of the above, the paper briefly discusses a method for monitoring the operation of the beam position monitors themselves.

Keywords

VEPP-2000, Fourier transform, window functions, NAFF, interpolation, PCA, ICA, Kalman filter

For citation

Denisov V. S., Rogovsky Yu. A. Development of digital signal processing techniques with BPM. *Siberian Journal of Physics*, 2024, vol. 19, no. 2, pp. 23–32 (in Russ.). DOI 10.25205/2541-9447-2024-19-2-23-32

Методики уточнения частоты

Введение

Для обеспечения непрерывной работы коллайдера необходимо прецизионное измерение частоты бетатронных колебаний пучка частиц. Обычно из спектра колебаний получают значение следующей величины, называемой безразмерной частотой бетатронных колебаний:

$$v_x(s) = \frac{1}{2\pi} \int_s^{s+C} \frac{ds}{\beta_x(s)}.$$

Здесь $\beta_x(s)$ – бета-функция.

Стандартным и общеприменимым методом получения ее значения из спектра сигнала является дискретное преобразование Фурье (ДПФ):

$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-\frac{2\pi i k n}{N}},$$

где X_n , $n = 0, \dots, N-1$ – комплексные амплитуды синусоидальных сигналов, на которые разложен исходный сигнал, представляющий собой дискретный набор значений x_k , $k = 0, \dots, N-1$, N – количество измеренных значений сигнала [1].

При использовании ДПФ наблюдается существенный недостаток, вызванный предполагаемой периодичностью входного сигнала. Преобразование Фурье, как и его дискретный аналог, справедливо для функций бесконечной длины (или для сигналов с бесконечной длительностью, если речь идет о применении в обработке сигналов). При преобразовании сигнала, имеющего конечную длину, он воспринимается как один период функции или сигнала с бесконечной длиной. При этом на стыке периодов возникает разрыв, так как реальный сигнал не периодичен. По этой причине происходит «утечка» мощности из пика в боковые лепестки. Для нивелирования данного эффекта возможно применение уточняющих методик.

Методики уточнения частоты

Для ликвидации разрывов в амплитуде сигнала на стыке периодов очень часто используют оконное преобразование Фурье:

$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k w(k-n) e^{-\frac{2\pi i k n}{N}}.$$

Здесь $w(k-n)$ – специально подобранная оконная функция. Применение подобных функций облегчает идентификацию нужного пика в спектре частот, так как подавляет паразитные сателлиты у пика в спектре [1].

Результаты применения разных оконных функций приведены на рис. 1.

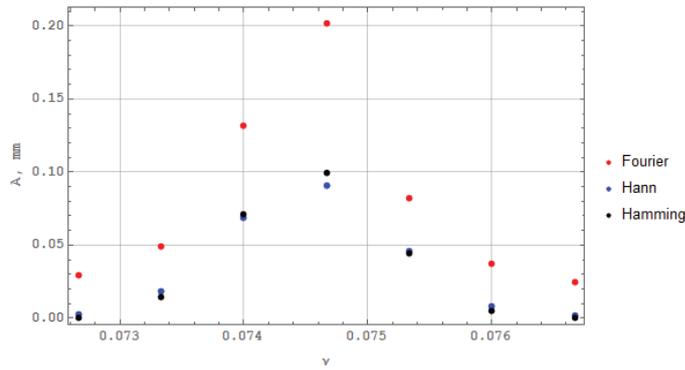


Рис. 1. Сравнение Фурье-пику с различными окнами и без них
 Fig. 1. Comparison of Fourier peaks with and without different windows

Другим методом улучшения дискретного преобразования Фурье является интерполяция многочленом второго порядка (метод Гасиора) [2]:

$$S(\varphi) = a(\varphi - \varphi_m)^2 + h.$$

Через точку максимума Фурье-спектра сигнала и две наиболее близкие к ней строится многочлен второго порядка (парабола), после чего ищется максимум уже этой параболы. Здесь φ_m является как раз искомой уточненной частотой.

Совершенно другой метод поиска частоты заключается в том, что выдвигается предположение о близости сигнала к синусоидальному. В таком случае используют метод под названием Numerical Analysis of Fundamental Frequencies (NAFF) [1]. Суть его заключается в том, что при наличии массива длиной N можно построить комплексную функцию вида:

$$F(\alpha) = \sum_{n=1}^N x_n e^{i2\pi\alpha n}.$$

Здесь x_n – это элемент массива данных, α – аргумент новой комплексной функции. Частоту сигнала определяют решением задачи на нахождение максимума модуля данной функции. При этом можно сразу из определения функции увидеть, что точность нахождения частоты зависит от шага, с которым набирается выборка по новой комплексной функции от α . Пример NAFF-спектра изображен на рис. 2.

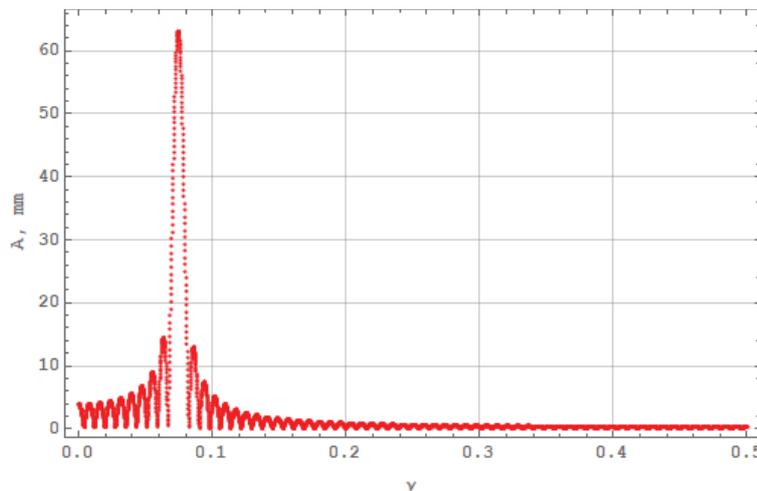


Рис. 2. NAFF-спектр
 Fig. 2. NAFF-spectrum

Результаты

Для каждого измеренного метода была измерена точность в зависимости от длины сигнала (от 100 до 3000) и амплитуды шума в отношении к амплитуде сигнала в процентах (от 0 до 100). Для иллюстрации в табл. 1 приведены величины ошибок при 500 точках и 50 % уровня шума.

Таблица 1

Ошибки определения частоты

Table 1

Frequency detection errors

Метод уточнения	Величина ошибки
ДПФ	10^{-3}
Оконные функции	10^{-3}
Интерполяция	$2 * 10^{-4}$
NAFF	$3 * 10^{-5}$

Результатом изучения вышеизложенных методов стало программное обеспечение для ускорительного комплекса ВЭПП-2000. Интерфейс программы изображен на рис. 3.

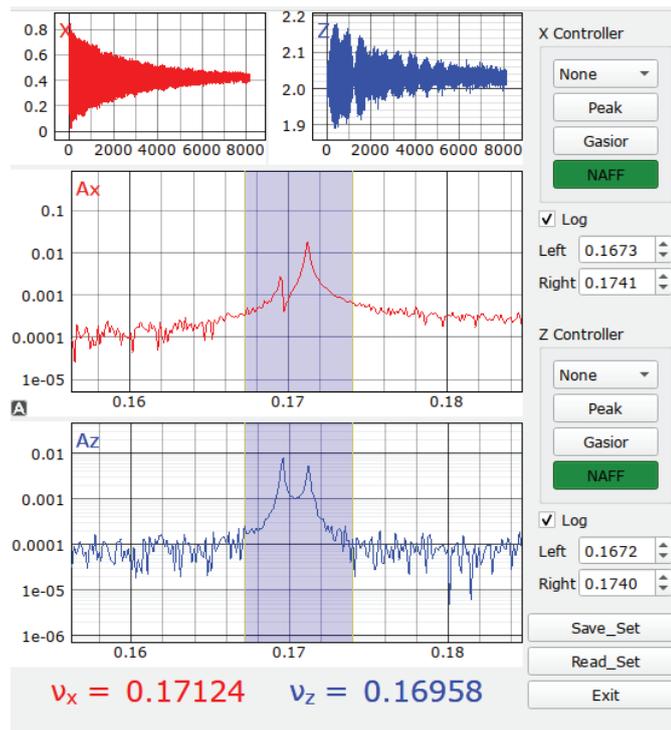


Рис. 3. Интерфейс программы для определения бетатронной частоты на коллайдере ВЭПП-2000

Fig. 3. Program interface for determining the betatron frequency at the VEPP-2000 collider

В данном программном обеспечении были реализованы все вышеизложенные методики улучшения дискретного преобразования Фурье, а также NAFF. Также программа позволяет производить поиск не во всем диапазоне частот, а лишь в заранее заданных оператором границах, что упрощает работу оператора, а также повышает скорость нахождения частоты.

Выделение частот поперечных колебаний пучка частиц

Введение

Ввиду наличия множества частот в спектре колебаний пучка (имеющих как физическую природу, так и паразитную) особый интерес представляют методы, которые позволят в дальнейшем автоматизировать выделение нужной частоты. При этом представляется возможным использование того факта, что на кольце коллайдера имеется несколько датчиков, позволяющих получать векторы колебаний пучка.

Далее будут рассмотрены метод главных компонент (principal component analysis, далее PCA) и метод независимых компонент (independent component analysis, далее ICA). Также рассмотрено применение с целью повышения точности рекуррентной фильтрации – фильтра Калмана. Это сильно упростит задачу выделения независимых подкомпонент из начальной смеси, в дальнейшем нужно будет только с требуемой точностью проанализировать спектры выделенных гармоник.

Метод главных компонент

Допустим, имеются n различных векторов с данными, которые описывают один и тот же сигнал или процесс в разное время и с разных позиций. Далее, из них составляется матрица M . Можно произвести ее сингулярное разложение по следующей формуле:

$$M = U\Sigma V^*.$$

Здесь M – матрица размера $m \times n$, где n – количество векторов с данными, m – длина (количество значений) этих векторов; таким образом, матрица может быть прямоугольной. С другой стороны от знака равенства стоят три матрицы ее сингулярного разложения: U – матрица ранга n , Σ – прямоугольная диагональная матрица $m \times n$, содержащая сингулярные числа, и V^* – эрмитово-сопряженная матрица ранга m . Столбцы матриц U и V называются, соответственно, левыми и правыми сингулярными векторами матрицы M [3].

Основная информация о полученном разложении содержится в сингулярных числах. Их квадрат пропорционален дисперсии, которую дает каждая компонента разложения в исходный сигнал. Первые правые сингулярные вектор-столбцы, которые дают наиболее значимый вклад в дисперсию, содержат в себе всю основную информацию об исходном сигнале. Таким образом, они представляют собой очищенный сигнал.

При исследовании метода на зависимость ошибки определения частоты от длины точек, уровня шума и близости частот была получена ошибка порядка 10^{-4} .

Метод независимых компонент

Кроме PCA, основным недостатком которого является ортогональность выделяемых им компонент, существует более общий метод – метод независимых компонент (independent component analysis, ICA) [4].

Данный метод основан на следующей гипотезе: исходный сигнал представляет собой смесь из статистически независимых подкомпонент негауссовой природы. Матрица M , составленная из векторов X_i , в таком случае, может быть записана следующим образом:

$$M = AS.$$

Здесь A – матрица смешивания, а S – матрица, составленная из искомым независимых компонент. Задача сводится к поиску обратной к A матрицы, которую мы обозначим W :

$$S = WM.$$

Основным преимуществом данного метода является в первую очередь то, что он не содержит условия на обязательную ортогональность выделенных подкомпонент – они могут быть

под любыми углами по отношению друг к другу. Весомым же недостатком является то, что поиск обратной матрицы W , в общем случае, нетривиальная задача.

Пример применения ИСА представлен на рис. 4.

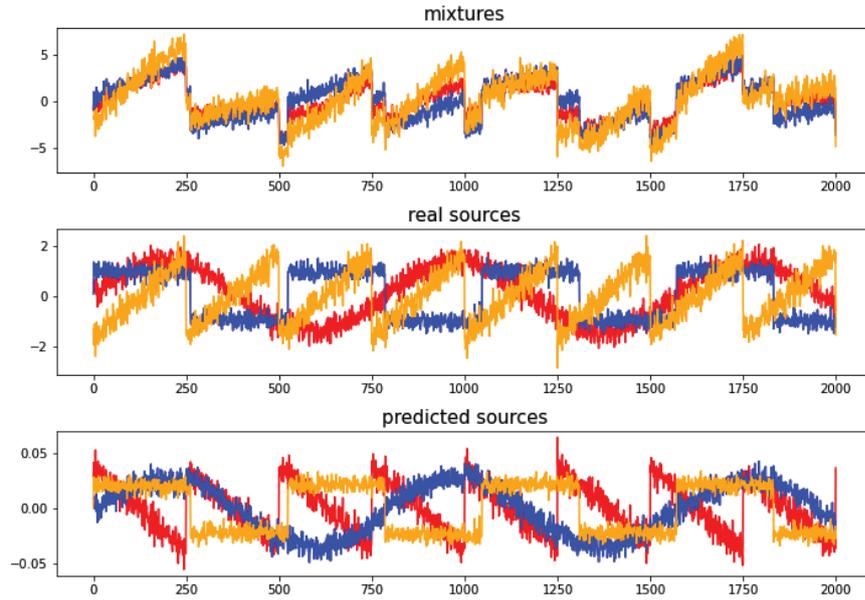


Рис. 4. Пример ИСА
Fig. 4. ICA example

При исследовании ИСА на зависимость ошибки определения частоты от длины точек, уровня шума и близости частот получили ошибку также порядка 10^{-4} .

Фильтрация сигнала

Шумовая составляющая сигнала, ввиду независимости многих ее составляющих от тока пучка, может вносить весомый вклад в ошибку определения частоты. По этой причине возникла идея предварительно отфильтровать шумы в изначальных сигналах, чтобы снизить влияние шумов на точность. Было решено попробовать использовать фильтр Калмана – эффективный рекурсивный фильтр, позволяющий произвести оценку вектора состояния динамической системы, используя при этом неполные и зашумленные измерения [5].

Пусть R – это приблизительная амплитуда шума, а Q – ковариационное значение процесса.

1. Задаем начальное значение $K = 0$, $AE = 1$, параметры Q и R .
2. Получаем новое значение X . Если ошибка $|X - K|$ больше ε , то рассчитывается смесь старого значения фильтра и нового значения из фильтруемых данных:

$$K' = X * n + K * m.$$

Здесь K – это «старое» значение фильтра – отфильтрованный последний элемент из фильтруемых данных, X – текущий элемент, который мы хотим отфильтровать, m и n – константы, подбираемые вручную из условия:

$$m + n = 1.$$

Если $|X - K| \leq \varepsilon$, то $K' = K$.

3. Далее необходимо оценить общую ошибку предыдущей итерации OEA по формуле:

$$OEA = \sqrt{AE^2 + Q^2}.$$

4. Далее рассчитывается показатель доверия сторон H – именно от него зависит, насколько фильтр будет опираться в оценке на новое значение из фильтруемого вектора, а насколько – на предыдущие значения:

$$H = \frac{OEA^2}{OEA^2 + R^2}.$$

5. Далее вычисляется фильтрованное значение на основе предыдущего отфильтрованного, текущего, с которым работает фильтр, а также показателя доверия H :

$$K = K' + H(X - K').$$

6. После этого начинается подготовка к следующему шагу фильтра – пересчитывается накопленная ошибка:

$$AE = \sqrt{(1 - H) * OEA^2}$$

и переходим на шаг 2.

На рис. 5 показан пример отфильтрованного сигнала с коллайдера: синим цветом оригинальный сигнал с датчиков положения пучка, оранжевым – после обработки фильтром Калмана.

При точном подборе стартовых параметров можно добиться ошибки порядка 10^{-5} , что свидетельствует о применимости предварительной фильтрации при работе с сигналами с датчиков положения пучка.

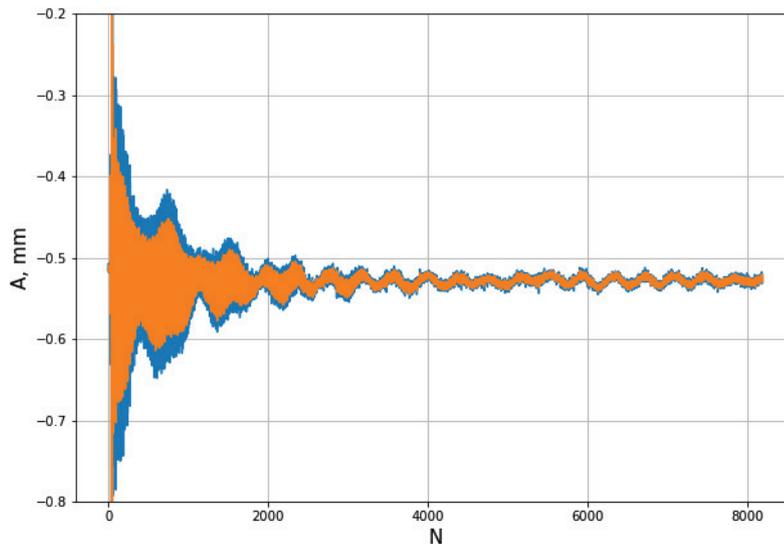


Рис. 5. Пример фильтрации сигнала с датчиков положения пучка на коллайдере ВЭПП-2000

Fig. 5. An example of filtering a signal from beam position monitors at the VEPP-2000 collider

Результаты

На основе изученных в данной работе методов выделения независимых компонент из смеси в сигнале и их фильтрации написано программное обеспечение. Оно позволяет оператору получить значение бетатронной, а также при необходимости иных частот, в режиме онлайн.

Программа обрабатывает поперечные колебания сразу по обоим осям и выводит на главный экран найденные частоты и спектры подкомпонент. Внешний вид интерфейса приведен на рис. 6.

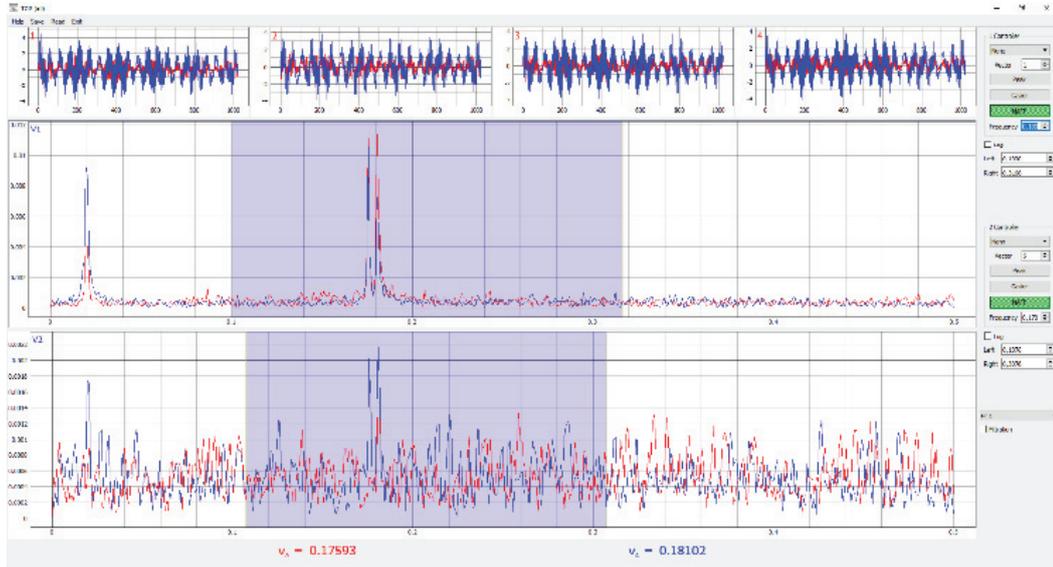


Рис. 6. Интерфейс программы для выделения подкомпонент из сигнала на коллайдере ВЭПП-2000
 Fig. 6. Program interface for isolating subcomponents from a signal at the VEPP-2000 collider

Кроме того, в процессе развития методов анализа данных был также освоен метод построения фазового портрета при помощи всего лишь одного датчика положения пучка. Пример фазовых портретов показан на рис. 7.

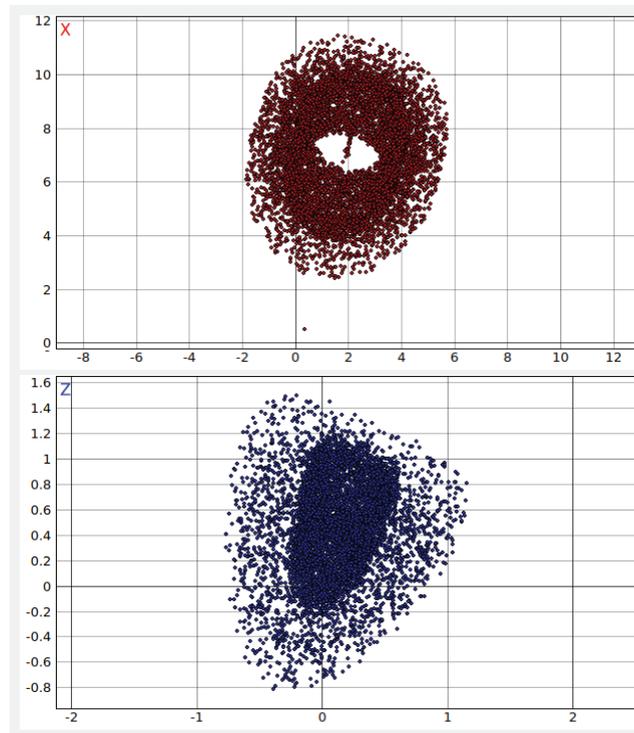


Рис. 7. Пример фазовых портретов, полученных на коллайдере ВЭПП-2000
 Fig. 7. An example of phase portraits obtained at the VEPP-2000 collider

Стандартная методика построения фазовых портретов предполагает, что набег фазы между 2 BPM известен, далее, используя этот факт, строится фазовый портрет. Метод, используемый на коллайдере ВЭПП-2000, основан на измерении набега фазы за оборот, что позволяет получить обе координаты фазового пространства, используя при этом лишь один датчик. Используется следующая формула:

$$X' = X_{i+1} - X_i * \cos(2\pi\nu_x) / \sin(2\pi\nu_x).$$

Здесь X – координата пучка, а X' – импульс.

Это позволяет проводить изучение динамики пучка; например, отличие фазового портрета от окружности показывает проявление нелинейной динамики, которая вызвана нелинейными полями/наводками на пучок.

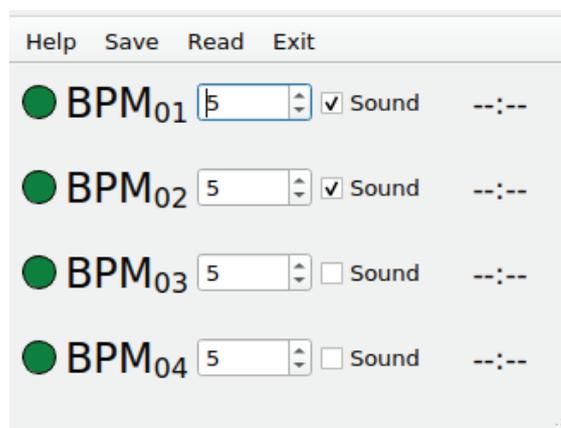


Рис. 8. Интерфейс программы для контроля поступления данных с BPM и оповещения оператора

Fig. 8. Program interface for monitoring the receipt of data from BPM and alerting the operator

Кроме того, было разработано ПО для контроля поступления данных с датчиков положения пучка, оповещающее оператора о неполадках. В течение заданного оператором периода программа производит мониторинг на предмет поступления данных. Если данные есть, запускается новый цикл, если же нет – срабатывает оповещение оператора с указанием, с какого именно датчика не приходят данные. Оператор контролирует 2 основных параметра – время цикла мониторинга, а также звуковое оповещение. Интерфейс ПО представлен на рис. 8.

Список литературы

1. **Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P.** Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing. Third edition. N. Y. Cambridge University Press, 2007. 1238 p.
2. **Gasior M., Gonzalez J. L.** Improving FFT frequency measurement resolution by parabolic and gaussian interpolation. Geneva. CERN. AB Division, 2004. 15 p.
3. **Shlens J.** A Tutorial on Principal Component Analysis. N. Y. Center for Neural Science, New York University, 2009. 12 p.
4. **Comon P.** Independent component analysis, A new concept? Signal Processing 36, Valbonne Cedex. Elsevier Science B. V, 1994. P. 287–314.
5. **Анисимов А. С., Чикильдин Г. П., Худяков Д. С.** Цифровая обработка сигналов: Учеб. пособие. Новосибирск, НГТУ, 2018. 109 с.

References

1. **Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P.** Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing. Third edition. N. Y. Cambridge University Press, 2007, 1238 p.
2. **Gasior M., Gonzalez J. L.** Improving FFT frequency measurement resolution by parabolic and gaussian interpolation. Geneva. CERN. AB Division, 2004, 15 p.
3. **Shlens J.** A Tutorial on Principal Component Analysis. N. Y. Center for Neural Science. New York University, 2009, 12 p.
4. **Comon P.** Independent component analysis, A new concept? Signal Processing 36. Valbonne Cedex. Elsevier Science B. V, 1994, pp. 287–314.
5. **Anisimov A. S., Chikildin G. P., Khudyakov D. S.** Digital signal processing: Textbook. Novosibirsk, NSTU, 2018, 109 p. (in Russ.)

Сведения об авторах

Денисов Вячеслав Сергеевич, аспирант, инженер-исследователь

Роговский Юрий Анатольевич, заведующий научно-исследовательской лабораторией, научный сотрудник

Information about the Authors

Vyacheslav S. Denisov, Graduate Student, Research Engineer

Yuri A. Rogovsky, Head of the Research Laboratory, Researcher

*Статья поступила в редакцию 15.09.2023; одобрена после рецензирования 20.09.2023;
принята к публикации 02.11.2023*

*The article was submitted 15.09.2023; approved after reviewing 20.09.2023;
accepted for publication 02.11.2023*