

Научная статья

УДК 537.311.322; 378

DOI 10.25205/2541-9447-2023-18-2-105-117

Изучение электрофизических свойств анизотропных полупроводников в лабораторном практикуме вузовского курса физики

Владимир Владимирович Филиппов¹, Заворотний Анатолий Анатольевич²,
Михаил Юрьевич Смирнов³, Владимир Сергеевич Зияутдинов⁴,
Дмитрий Денисович Лыков⁵

^{1,5} Липецкий государственный педагогический университет
им. П. П. Семенова-Тян-Шанского
Липецк, Россия

^{1,3,4} Московский государственный университет технологий и управления
им. К. Г. Разумовского (ПКУ) – Липецкий казачий институт технологий и управления (филиал)
Липецк, Россия

² Липецкий государственный технический университет
Липецк, Россия

¹ wwfilippow@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4323-351X>

² aazavorotniy@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0008-6316-667X>

³ m_u_smirnov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9820-9253>

⁴ zevslipetsk@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5136-837X>

⁵ lykovdmitri2000@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-2980-1322>

Аннотация

Целью статьи является разработка теоретически и экспериментально обоснованной конкретной лабораторной работы для изучения анизотропии электрических свойств полупроводников в рамках учебных программ вышедших учебных заведений для таких направлений подготовки, как физика, техническая физика, радиофизика, электроника и нанoeлектроника. Актуальность проблематики обусловлена стремлением отечественной электроники к технологическому суверенитету и высокими требованиями к подготовке квалифицированных кадров для производства структур твердотельной функциональной электроники. На основе решения краевой электродинамической задачи получено выражение для электрического потенциала в области тонкого прямоугольного полупроводникового образца с тензорным характером проводимости. Итогом работы стала разработка оригинальной лабораторной установки для демонстрации и практического изучения анизотропии электрических свойств полупроводниковых кристаллов. Предлагаемая методика позволяет определять основные электрокинетические параметры анизотропного полупроводника – удельную проводимость, концентрацию холловскую подвижность основных носителей заряда. Предложена принципиальная схема установки и формулы для расчета погрешностей измеряемых величин. Полученные результаты могут также представлять и научный интерес при изучении анизотропных полупроводниковых материалов в лабораторных условиях.

Ключевые слова

полупроводник, методика изучения, анизотропия, кристалл, электропроводимость, электрический потенциал, подвижность носителей тока, эффект Холла

Для цитирования

Филиппов В. В., Заворотний А. А., Смирнов М. Ю., Зияутдинов В. С. Изучение электрофизических свойств анизотропных полупроводников в лабораторном практикуме вузовского курса физики // Сибирский физический журнал. 2023. Т. 18, № 2. С. 105–117. DOI 10.25205/2541-9447-2023-18-2-105-117

© Филиппов В. В., Заворотний А. А., Смирнов М. Ю., Зияутдинов В. С., 2023

The Study of the Electrical Properties of Anisotropic Semiconductors in the Laboratory Workshop of the University Course in Physics

Vladimir V. Filippov¹, Anatoly A. Zavorotny²,
Mikhail Yu. Smirnov³, Vladimir S. Ziyautdinov⁴,
Dmitry D. Lykov⁵

^{1,5} Lipetsk State Pedagogical University named after P. P. Semenov-Tyan-Shansky
Lipetsk, Russia

^{1,3,4} Moscow State University of Technology and Management named after K.G. Razumovsky (PKU), Lipetsk Cossack
Institute of Technology and Management (branch)
Lipetsk, Russia

² Lipetsk State Technical University
Lipetsk, Russia

¹ wwfilippow@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4323-351X>

² aazavorotniy@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0008-6316-667X>

³ m_u_smirnov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9820-9253>

⁴ zevslipetsk@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5136-837X>

⁵ lykovdmitri2000@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-2980-1322>

Abstract

The purpose of the article is to develop a theoretically and experimentally substantiated specific laboratory work for studying the anisotropy of the electrical properties of semiconductors within the framework of the curricula of higher educational institutions, for such areas of training as “Physics”, “Technical Physics”, “Radiophysics” and “Electronics and Nanoelectronics”. The relevance of the problem is due to the desire of domestic electronics for technological sovereignty and high requirements for the training of qualified personnel for the production of structures of solid-state functional electronics. Based on the solution of the boundary electrodynamic problem, an expression is obtained for the electric potential in the region of a thin rectangular semiconductor sample with a tensor character of conductivity. The results of this work is the development of an original laboratory setup for the demonstration and practical study of the anisotropy of the electrical properties of semiconductor crystals. The proposed technique makes it possible to determine the main electrokinetic parameters of an anisotropic semiconductor – specific conductivity, concentration and Hall mobility of the main charge carriers. A schematic diagram of the installation and formulas for calculating the errors of the measured quantities are proposed. The results obtained may also be of scientific interest in the study of anisotropic semiconductor materials in laboratory conditions.

Keywords

semiconductor, study technique, anisotropy, crystal, electrical conductivity, electric potential, carrier mobility, Hall effect

For citation

Filippov V. V., Zavorotniy A. A., Smirnov M. Yu., Ziyautdinov V. S., Lykov D. D. The study of the electrical properties of anisotropic semiconductors in the laboratory workshop of the university course in physics. *Siberian Journal of Physics*, 2023, vol. 18, no. 2, pp. 105–117 (in Russ). DOI 10.25205/2541-9447-2023-18-2-105-117

Введение

В современных условиях быстро развивающейся силовой и функциональной электроники, а также микро- и наноэлектроники [1; 2] одной из актуальнейших проблем современного образования является подготовка кадров для электронной промышленности [3]. Важным разделом современной физики, с фундаментальной и прикладной точек зрения, является физика твердого тела, в частности физика полупроводников. Как правило, современные учебные планы по подготовке инженерно-технических и научных кадров (бакалавров, специалистов и магистров) для электронной промышленности включают в себя дисциплины, направленные на практическое изучение материалов электронной техники, в том числе полупроводников [4]. Имеются качественные апробированные учебные пособия по изучению свойств полупрово-

дников, например [5–7]. В то же время в современной функциональной электронике все более перспективны полупроводниковые кристаллы, проявляющие существенную анизотропию электрофизических свойств [8–11].

Для определения таких электрофизических параметров изотропных полупроводников, как концентрация n и подвижность μ носителей заряда, в учебном лабораторном практикуме широко используются стандартные методики [6; 7]. Однако их применение для исследований анизотропных полупроводниковых материалов встречает серьезные трудности. Они связаны, в первую очередь, со сложным характером распределения потенциала и плотности тока в анизотропных образцах при электрических измерениях [12; 13]. Кроме того, тензорный характер электропроводности σ и коэффициента Холла R_z усложняет как методику измерений, так и математическую обработку результатов [14; 15]. В известной литературе описаний учебных лабораторных работ для исследований анизотропных монокристаллов в настоящее время недостаточно. В то же время новые экспериментальные физические исследования анизотропных материалов и их перспективы в электронной технике заставляют искать пути и методы более детального их изучения.

В настоящей статье предлагается новая лабораторная работа «Измерение компонент тензора электропроводности и коэффициента Холла анизотропных полупроводниковых монокристаллов». Рассмотрена методика проведения эксперимента в рамках освоения студентами вузов дисциплин (практик), направленных на изучение материалов современной электроники.

1. Методика измерений компонент тензоров электропроводности и коэффициента Холла

В качестве исследуемого полупроводника используем образец в форме параллелепипеда вырезанного так, что его грани параллельны кристаллофизическим плоскостям. По периметру образца располагаем четыре контакта малой площади входных сечений, как показано на рис. 1. Для определения параметра анизотропии σ_y/σ_x , где σ_x , σ_y – удельные электропроводности вдоль осей X и Y соответственно (оси вдоль главных направлений тензора удельной электропроводности), ток I_{12} пропускаем сначала через контакты 1, 2 и между ними же измеряем разность потенциалов U_{12} , после чего находим сопротивление $R_{12} = U_{12}/I_{12}$.

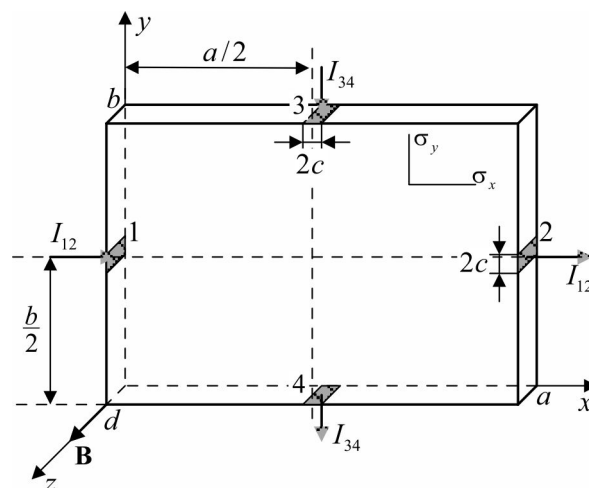


Рис. 1. Схема расположения токовых контактов на полупроводниковом образце
Fig. 1. Scheme of current contacts arrangement on a semiconductor sample

Затем ток I_{34} пропускаем через контакты 3, 4 и измеряем разность потенциалов U_{34} . Аналогично вычисляем сопротивление $R_{34} = U_{34}/I_{34}$.

Отношение R_{12}/R_{34} является функцией параметра анизотропии $\gamma = \sqrt{\sigma_y/\sigma_x}$, геометрического фактора a/b и относительного размера контакта c/b [14; 15]:

$$R_{12}/R_{34} = f(\gamma, a/b, c/b). \quad (1)$$

Зная вид этой функции и геометрические размеры образца, можно из (1) вычислить параметр анизотропии γ .

Для определения компонент электропроводности по результатам измерений можно воспользоваться формулами

$$\frac{U_{12}}{I_{12}} = \frac{1}{\sigma_x d} M(\gamma, a/b, c/b) \Rightarrow \sigma_x = \frac{1}{R_{12}} \frac{1}{d} M(\gamma, a/b, c/b), \quad \sigma_y = \gamma^2 \cdot \sigma_x, \quad (2)$$

где d – толщина образца, а множитель M может быть рассчитан теоретически.

Для определения коэффициента Холла R_z образец помещается в поперечное магнитное поле B_z , ток пропускается через контакты 1 и 2, ЭДС Холла ξ_{34} измеряется между контактами 3 и 4 (см. рис. 1). По результатам измерений вычисляется коэффициент Холла R_z из формулы

$$U_{34}^B - U_{34}^0 = \xi_{34} = I_{12} R_z B_z / d. \quad (3)$$

Совершенно аналогично можно пропускать ток через контакты 3, 4, а ЭДС Холла измерять между контактами 1, 2. Зная кинетические коэффициенты σ_y, σ_x, R_z , вычисляется концентрация n и компоненты тензора холловской подвижности носителей тока [16, 17]:

$$\mu_x = \sigma_x R_z, \quad \mu_y = \sigma_y R_z, \quad R_z = A/(n \cdot e). \quad (4)$$

Коэффициент A зависит от механизма рассеяния носителей тока. Для рассеяния на акустических колебаниях решетки он равен 1,38, для рассеяния на ионах примеси – 1,93, для рассеяния на нейтральной примеси – 1 [7].

Таким образом, задачей теории предлагаемого четырехконтактного метода измерений σ_y, σ_x, R_z является вывод формул (1)–(3) и получение аналитических выражений для функции f и множителя M потенциала электрического поля в образце при данных измерениях.

2. Теоретическое обоснование методики

В рассматриваемом случае прямоугольный образец помещен в поперечное магнитное поле B_z , ток пропускается через контакты 1, 2. При измерениях на постоянном токе векторы плотности тока $\mathbf{j}$ напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ и потенциал φ связаны соотношениями [17; 18]:

$$\text{div } \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{E} = -\text{grad } \varphi, \quad (5)$$

$$j_x = \sigma_x E_x + \sigma_x \sigma_y R_z B_z; \quad j_y = \sigma_y E_y - \sigma_x \sigma_y R_z B_z, \quad (6)$$

где σ_x, σ_y – диагональные компоненты тензора удельной электропроводности [16; 17]:

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_x \sigma_y R_z B_z \\ -\sigma_x \sigma_y R_z B_z & \sigma_y \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Отсюда следует, что потенциал электрического поля в образце удовлетворяет краевой задаче:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\gamma_y \partial \varphi}{\partial y} \right) \Big|_{x=0, a} = \begin{cases} -\frac{I_{12}}{2\sigma_x c d}, & y \in [b/2 - c; b/2 + c], \\ 0, & y \in [0; b/2 - c) \cup (b/2 + c; b], \end{cases} \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\gamma_x \partial \varphi}{\partial x} \right) \Big|_{y=0, b} = 0, \quad (10)$$

где a, b, d – длина, ширина, толщина образца, $2c$ – ширина токовых контактов;

$$\gamma^2 = \sigma_y / \sigma_x, \quad \gamma_x = \sigma_x R_z B_z, \quad \gamma_y = \sigma_y R_z B_z. \quad (11)$$

Для наилучшего соблюдения граничных условий (9), (10) и уменьшения влияния контактных явлений необходимо, чтобы площадь токовых контактов $2c \times d$ была много меньше площади боковых граней $2d(a + b)$ т. е. $c \ll a, b$.

Для случая относительно слабых магнитных полей (принимая $\mu_x \mu_y B^2 \ll 1$ или $(\sigma_x R_z)(\sigma_y R_z) B^2 \ll 1$ [14; 17]) будем считать, что компоненты σ_x, σ_y тензора электропроводности (7) не зависят от индукции магнитного поля B_z , т. е. пренебрегаем эффектом физического магнитосопротивления [7; 17].

Решение краевой задачи (8)–(10) представим в соответствии с граничными условиями (10) в виде ряда Фурье в комплексной форме [19]:

$$\varphi^*(x, y) = \sum_n X_n(x) \cdot \exp(i\beta_n y), \quad (12)$$

$$\beta_n = \pi n / b, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (13)$$

Подставляя (12) в уравнение (8) и освобождаясь от экспоненты путем интегрирования, получаем уравнение для $X_n(x)$:

$$\frac{d^2 X_n}{dx^2} + \gamma^2 \beta_n^2 X_n(x) = 0. \quad (14)$$

Решение (14) удобно представляется через гиперболические функции:

$$X_n(x) = C_n \operatorname{sh} \gamma \beta_n x + D_n \operatorname{ch} \gamma \beta_n x. \quad (15)$$

Постоянные интегрирования C_n и D_n определяем из граничных условий (9). Действительная часть выражения (12) имеет смысл потенциала электрического поля в образце и в линейном приближении по величине магнитного поля представляется в виде

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) = & -\frac{I_{12}}{\sigma_x d b} \cdot \left(x - \frac{2}{\gamma} \sum_{n=2,4,\dots} (-1)^{n/2} \cdot \frac{[\operatorname{ch} \gamma \beta_n (a-x) - \operatorname{ch} \gamma \beta_n x] \cos \beta_n y \sin(\beta_n c)}{\beta_n \cdot \operatorname{sh} \gamma \beta_n a \beta_n c} \right) - \\ & - \frac{I_{12} R_z B_z}{b d} \cdot \left(y + 2 \sum_{n=2,4,\dots} (-1)^{n/2} \cdot \frac{[\operatorname{sh} \gamma \beta_n (a-x) + \operatorname{sh} \gamma \beta_n x] \sin \beta_n y \sin(\beta_n c)}{\beta_n \cdot \operatorname{sh} \gamma \beta_n a \beta_n c} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Полученное распределение потенциала электрического поля в образце позволяет вывести расчетные формулы (1)–(3), необходимые для вычисления компонент электропроводности и коэффициента Холла.

Используя (16), ЭДС Холла ξ_{34} находится:

$$\xi_{34} = \varphi_3 - \varphi_4 = I_{12} R_z B_z / d. \quad (17)$$

Таким образом, для слабых магнитных полей и при пренебрежении шунтирующим влиянием токовых контактов получаем известную формулу Ван дер Пау [7].

Из (16) получаем также разность потенциалов U_{12} при отсутствии внешнего магнитного поля ($B_z = 0$) и, соответственно, теоретическое сопротивление R_{12} :

$$R_{12} = \frac{U_{12}}{I_{12}} = \frac{\langle \varphi_1 \rangle - \langle \varphi_2 \rangle}{I_{12}} = \frac{a}{bd\sigma_x} \left[1 + \frac{4}{\pi \cdot \gamma} \cdot \frac{b}{a} \sum_{n=2,4,\dots} \left\{ \frac{\text{ch}(\gamma \beta_n a) - 1}{n \cdot \text{sh}(\gamma \beta_n a)} \left(\frac{\sin(\beta_n c)}{\beta_n c} \right)^2 \right\} \right]. \quad (18)$$

Сравнивая (18) и (2), находим формулу для вычисления множителя M :

$$M(\gamma, a/b, c/b) = \frac{a}{b} + \frac{4}{\pi \cdot \gamma} \sum_{n=2,4,\dots} \left\{ \frac{\text{ch}(\gamma n \pi a/b) - 1}{n \cdot \text{sh}(\gamma n \pi a/b)} \left(\frac{\sin(n \pi c/b)}{n \pi c/b} \right)^2 \right\}. \quad (19)$$

Для случая квадратного образца, т. е. при $a = b$, получаем

$$M(\gamma, c/b) = 1 + \frac{4}{\pi \cdot \gamma} \sum_{n=2,4,\dots} \left\{ \frac{\text{ch}(\gamma \pi n) - 1}{n \cdot \text{sh}(\gamma \pi n)} \left(\frac{\sin(\pi n c/b)}{\pi n c/b} \right)^2 \right\}. \quad (20)$$

Значения множителя M для различных значений a/b , c/b и σ_y/σ_x легко могут быть вычислены на компьютере для конкретных исследуемых образцов. В качестве примера на рис. 2 представлены зависимости $M(\gamma, c/b)$ для квадратного образца при некоторых отношениях c/b .

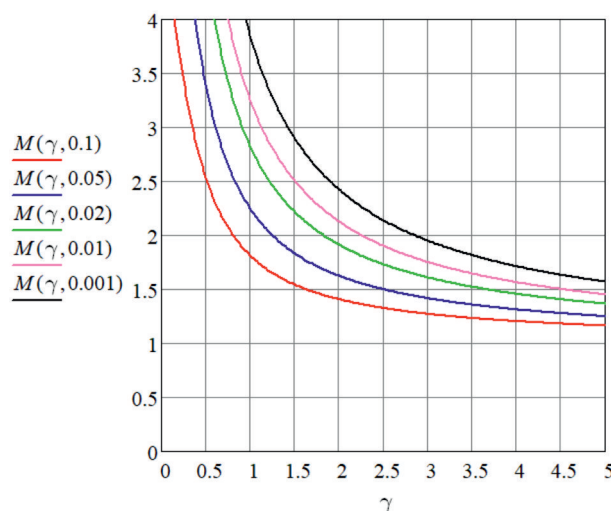


Рис. 2. Расчетная зависимость множителя M от параметра анизотропии γ
Fig. 2. Calculated dependence of the multiplier M on the anisotropy parameter γ

Вычисляя аналогичным образом теоретическое U_{34} при токе I_{34} , получаем теоретическое сопротивление R_{34} :

$$R_{34} = \frac{U_{34}}{I_{34}} = \frac{\langle \varphi_3 \rangle - \langle \varphi_4 \rangle}{I_{34}} = \frac{b}{ad\sigma_y} \left[1 + \frac{4\gamma}{\pi} \cdot \frac{a}{b} \sum_{n=2,4,\dots} \left\{ \frac{\text{ch}(\alpha_n b / \gamma) - 1}{n \cdot \text{sh}(\alpha_n b / \gamma)} \left(\frac{\sin(\alpha_n c)}{\alpha_n c} \right)^2 \right\} \right], \quad \alpha_n = \frac{\pi n}{a}. \quad (21)$$

При помощи (17) и (21) находим отношение:

$$\frac{R_{12}}{R_{34}} = f\left(\gamma, \frac{a}{b}, \frac{c}{b}\right) = \gamma^2 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \frac{\left[1 + \frac{4}{\pi \cdot \gamma} \cdot \frac{b}{a} \sum_{n=2,4,\dots} \left\{ \frac{\text{ch}(\pi \gamma n(a/b)) - 1}{n \cdot \text{sh}(\pi \gamma n(a/b))} \left(\frac{\sin(\pi n(c/b))}{\pi n(c/b)} \right)^2 \right\} \right]}{\left[1 + \frac{4\gamma}{\pi} \cdot \frac{a}{b} \sum_{n=2,4,\dots} \left\{ \frac{\text{ch}(\pi n(b/a)/\gamma) - 1}{n \cdot \text{sh}(\pi n(b/a)/\gamma)} \left(\frac{\sin(\pi n(c/a))}{\pi n(c/a)} \right)^2 \right\} \right]}. \quad (22)$$

Для квадратного образца ($a = b$) получаем:

$$f\left(\gamma, \frac{c}{b}\right) = \gamma^2 \frac{\left[1 + \frac{4}{\pi \cdot \gamma} \cdot \sum_{n=2,4,\dots} \left\{ \frac{\text{ch}(\pi \gamma n) - 1}{n \cdot \text{sh}(\pi \gamma n)} \left(\frac{\sin(\pi n(c/b))}{\pi n(c/b)} \right)^2 \right\} \right]}{\left[1 + \frac{4\gamma}{\pi} \cdot \sum_{n=2,4,\dots} \left\{ \frac{\text{ch}(\pi n/\gamma) - 1}{n \cdot \text{sh}(\pi n/\gamma)} \left(\frac{\sin(\pi n(c/b))}{\pi n(c/b)} \right)^2 \right\} \right]}. \quad (23)$$

Таким образом, отношение сопротивлений полупроводника зависит от размеров образца (безразмерных параметров a/b и c/b) и параметра анизотропии γ . При практических вычислениях для достижения вычислительной погрешности не более 1 % достаточно 100 членов ряда.

На рис. 3 представлены рассчитанные в вычислительной программе MathCad [20; 21] графические зависимости $R_{12}/R_{34} = f(\gamma, c/b)$ при различных размерах контакта для квадратного образца. Использование квадратного образца наиболее удобно, поскольку наглядно показывает отличие сопротивлений в двух различных направлениях протекания тока при аналогичных геометрических параметрах полупроводникового кристалла. В случае точечных контактов ($c/b < 0,001$) при $a = b$ можно воспользоваться рассчитанными зависимостями на рис. 4.

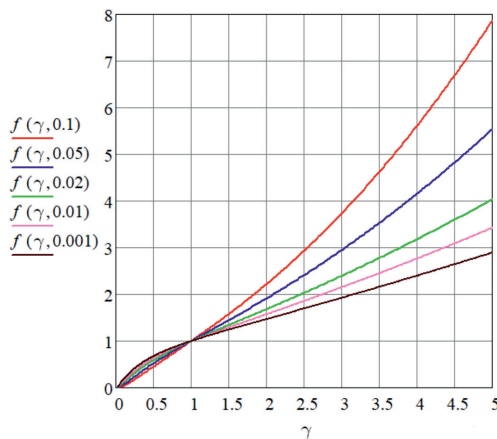


Рис. 3. Расчетная зависимость отношения сопротивлений f от параметра анизотропии γ

Fig. 3. Calculated dependence of the resistance ratio f on the anisotropy parameter γ

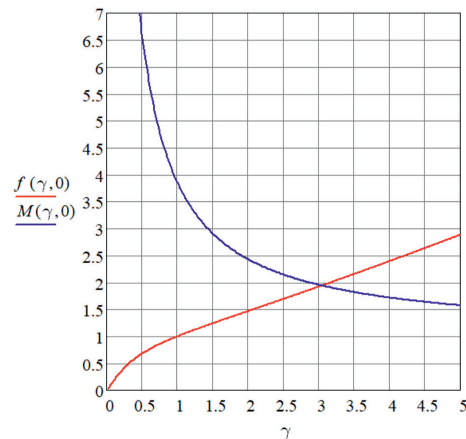


Рис. 4. Расчетная зависимость величин f и M от величины анизотропии γ для точечного контакта

Fig. 4. Calculated dependence of the parameter f and M on the value of anisotropy γ for a point contact

3. Экспериментальная установка

Принципиальная схема измерительной установки приведена на рис. 5. Образец полупроводникового кристалла закрепляется в специальном держателе с четырьмя контактами. В качестве контактов в зависимости от объекта исследования могут применяться прижимные вольфрамовые зонды или сплавные контакты. Для улучшения электрических свойств контактов необходимо провести их формовку электрическим разрядом. Однако если измерения разности потенциалов между зондами производить компенсационным методом или высокоомным вольтметром, то требования к омичности контактов не являются жесткими. При измерениях компонент тензора электропроводимости зонды 1, 2 (или 3, 4) служат для включения образца в электрическую цепь, т. е. через них пропускается ток, который измеряется цифровым учебным мультиметром (например, Ф4800, Keithley 2400 или аналог). В качестве источника тока используется источник постоянного напряжения (Б5-44 или аналогичный), величина тока регулируется магазином сопротивлений (Р-33 или аналог). Контакты 1–4 служат для подведения тока и измерений разности потенциалов, в качестве измерительного прибора для холловской разности потенциалов рекомендуется использовать высокоомный вольтметр В2-34 или аналог.

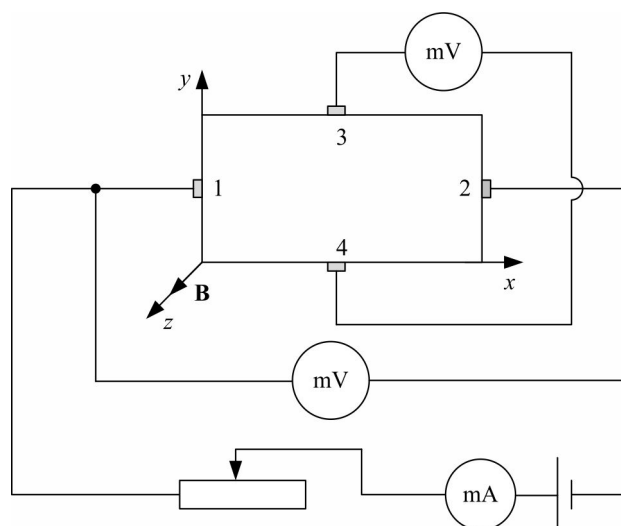


Рис. 5. Схема экспериментальной установки
Fig. 5. Scheme of the experimental setup

Для измерений ЭДС Холла необходимо замкнуть токовую цепь через контакты 1, 2, контакты 3, 4 служат для измерения холловского напряжения. Образец помещается в поперечное магнитное поле, которое создается регулируемым электромагнитом.

4. Методика выполнения работы

Размеры образца и расстояние между контактами можно определить при помощи штангенциркуля. Для образцов малых размеров эти величины необходимо определять более точно с помощью измерительного микроскопа (например, МБС-10). Так как контакты 3, 4 практически невозможно установить точно вдоль эквипотенциальной поверхности, то вольтметр будет показывать некоторое начальное напряжение U_{34}^0 и без внешнего магнитного поля (напряжение асимметрии). Для возникновения холловской ЭДС образец помещают в поперечное магнитное поле B_z (см. рис. 1), вольтметр при этом показывает значение U_{34} , ЭДС Холла ξ_{34} при этом равна:

$$\xi_{34} = U_{34} - U_{34}^0. \quad (24)$$

Заметим, что в (24) необходимо учитывать знак разности потенциалов U_{34} и U_{34}^0 на шкале вольтметра. Если знаки различны, то показания складываются.

Чтобы устранить нежелательные сопутствующие ЭДС Холла эффекты [6], измерения ξ_{34} обычно проводят при двух направлениях магнитного поля. При этом ЭДС Холла определяют следующим образом. Помещают образец в магнитное поле и отмечают показания вольтметра U_{34}^1 , затем изменяют направление магнитного поля и снова снимают показания вольтметра U_{34}^2 , ЭДС Холла соответственно равна:

$$\xi_{34} = (U_{34}^1 - U_{34}^2) / 2, \quad (25)$$

где необходимо учитывать знак разности потенциалов по шкале вольтметра.

Для определения коэффициента Холла необходимо провести несколько измерений (не менее трех) холловской ЭДС при различных значениях тока через образец (50–100 мА). Для определения параметра анизотропии проводимости σ_y/σ_x также необходимо произвести не менее трех измерений U_{12} и U_{34} при различных значениях тока.

5. Обработка результатов и оценка погрешностей измерений

1. Используя теоретический график для данных размеров образца и контактов (a/b , c/b) и измеренных значений R_{12}/R_{34} (для квадратного образца можно использовать рис. 3), определить параметр анизотропии $\gamma = \sqrt{\sigma_y/\sigma_x}$.

2. Определив γ , найти значение множителя M для данного значения a/b и размера контакта $2c$ по соотношению (20) (по рис. 2 при $a = b$). Затем по формулам (1), (2) вычислить компоненты σ_x , σ_y тензора электропроводимости. В случае если при выбранном положении контактов получаем $\gamma < 1$, оптимально провести преобразование поворота на $\pi/2$, т. е. изменить нумерацию контактов.

3. Используя полученные данные, определить по формулам (4) параметры анизотропного полупроводника: компоненты тензора холловской подвижности и концентрацию свободных носителей заряда.

4. Исходя из формулы (3), оценить инструментальную погрешность измерения коэффициента Холла R_z :

$$\frac{\Delta R_z}{R_z} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \xi_{34}}{\xi_{34}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_{12}}{I_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2}, \quad (26)$$

где знаком Δ обозначены абсолютные погрешности соответствующих измерительных приборов. Случайную среднеквадратичную погрешность $\Delta R_z/\langle R_z \rangle$ находим из серии n измерений для заданной надежности $\alpha = 0,95$ [22].

Относительную инструментальную погрешность измерения γ можно определить как результат отдельных погрешностей измерений необходимых для ее определения величин:

$$\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_{12}}{I_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_{34}}{I_{34}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_{12}}{U_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_{34}}{U_{34}}\right)^2}. \quad (27)$$

Случайную среднеквадратичную погрешность $\Delta \gamma/\gamma$ следует определять с точностью измерений напряжений при данном геометрическом факторе.

Экспериментальная проверка распределений поля (16) в данной работе не приводится ввиду неоднократного представления сопоставления опытных данных и используемых теоретических потенциалов [12; 14; 15].

Заключение

Представленная экспериментальная методика изучения электрических свойств анизотропных полупроводников весьма уместна не только при изучении полупроводниковых кристаллов, но может быть использована при освоении физики твердого тела или в учебно-научной практике обучающихся. Наиболее рационально изучать анизотропию кристаллов после изучения классического эффекта Холла, когда обучающиеся достаточно подготовлены по данной теме.

Однако зачастую в учебном процессе не выделяют отдельных дисциплин для физики полупроводников или твердого тела, в таком случае предлагаемая методика определения анизотропии электронных свойств проводимости может изучаться в рамках лабораторного практикума по электродинамике. В стандартном курсе электродинамики есть раздел, посвященный изучению протекания электрического тока в различных средах. При этом практическое изучение анизотропии проводимости полупроводников существенно закрепит знания о тензорном характере электрических свойств кристаллов. Представленная (учебно-научная) лабораторная работа также может быть предложена студентам при изучении раздела общей физики «Квантовая физика», поскольку ее завершающей частью является изучение физики твердого тела и наиболее важных вопросов физической электроники.

Предлагаемая методика изучения электрических свойств анизотропных полупроводников может быть предложена не только «завтрашним» специалистам в области микро- и нанoeлектроники, но и химикам или будущим педагогам по направлению «Физика».

В качестве полупроводникового кристалла, проявляющего анизотропию, удобно выбрать соединения A_2B_5 , например диарсениды кадмия и цинка ($\sigma_y / \sigma_x = 3 \div 10$, анизотропия может количественно существенно различаться в зависимости от условий роста кристалла, выбранной ориентации, температуры, легируемых примесей) [23], поскольку данные материалы хорошо поддаются механической обработке и необходимые электрические контакты к этим материалам легко изготавливаются обычной пайкой олова. Омичность паянных оловянных контактов (без высоковольтной формовки) для $CdAs_2$, $ZnAs_2$, $CdSb$ подтверждена литературными данными [12; 23], а это значительно упрощает изготовление экспериментальной установки.

Предлагаемая в работе методика изучения анизотропных полупроводников может быть использована и в научной работе, поскольку необходимые электрокинетические параметры полупроводниковых кристаллов определяются при минимальном количестве контактов малой площади, и это позволяет сохранить целостность образца для дальнейших экспериментальных исследований.

Список литературы

1. **Лучинин В.** Индустрия микро- и наносистем: От импортозамещения к технологическому суверенитету // Наноиндустрия. 2018. Т. 11, № 6. С. 450–461. <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2018.11.5.450.461>
2. **Шелепин Н.** Глобализация и монополизация микроэлектроники в современных условиях // Электроника: наука, технология, бизнес. 2023. № 2 (223). С. 32–43. <https://doi.org/10.22184/1992-4178.2023.223.2.32.42>
3. **Эннс В.** Меры по развитию отечественной микроэлектроники в современных условиях // Электроника: наука, технология, бизнес. 2022. № 6 (217). С. 86–93. <https://doi.org/10.22184/1992-4178.2022.217.6.86.92>

4. **Кокин С. М.** О физическом образовании в вузах в условиях необходимости обеспечения технологического суверенитета страны // Физическое образование в вузах. 2022. Т. 28. № 4. С. 5–11. https://doi.org/10.54965/16093143_2022_28_4_5.
5. **Свистова Т. В.** Методы исследования материалов и структур электроники. Воронеж: Воронеж. гос. техн. ун-т, 2013. 225 с.
6. **Рембеза С. И., Синельников Б. М., Рембеза Е. С., Каргин Г. И.** Физические методы исследования материалов твердотельной электроники. Ставрополь: СевКавГТУ, 2002. 432 с.
7. **Павлов Л. П.** Методы измерения параметров полупроводниковых материалов. М.: Высш. шк., 1987. 240 с.
8. **Yang J., Li J., Zhang C., Feng Z., Shi B., Zhai W., Yan Y., Wang Y.** Excellent thermoelectric performance of BaMgSi driven by low lattice thermal conductivity: A promising thermoelectric material // Journal of Alloys and Compounds. 2020. Vol. 827. P. 154342. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2020.154342>
9. **Wang C., Zheng C., Gao G.** Bulk and Monolayer ZrS₃ as Promising Anisotropic Thermoelectric Materials: A Comparative Study // The Journal of Physical Chemistry C. 2020. Vol. 124, № 12. P. 6536–6543. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.0c00298>
10. **Немов С. А., Улашкевич Ю. В., Погумирский М. В., Степанова О. С.** Отражение от боковой грани кристалла PbSb₂Te₄ // Физика и техника полупроводников. 2020. Т. 54, № 3. С. 228–231. <https://doi.org/10.21883/FTP.2020.03.49023.9308>
11. **Япрынцев М. Н., Иванов О. Н., Васильев А. Е., Жежу М. В., Попков Д. А.** Синтез, структура и анизотропия термоэлектрических свойств соединения Bi₂Te_{2.7}Se_{0.3}, легированного самарием // Физика и техника полупроводников. 2021. Т. 55, № 12. С. 1156–1161. <https://doi.org/10.21883/FTP.2021.12.51699.16>
12. **Филиппов В. В., Бормонтов Е. Н.** Особенности распределения электрических полей в пластинах анизотропных полупроводников в поперечном магнитном поле // Физика и техника полупроводников. 2013. Т. 47, № 7. С. 878–881. <https://doi.org/10.1134/S1063782613070063>
13. **Балагуров Б. Я.** Электрофизические свойства композитов: Макроскопическая теория. М.: URSS, 2018. 752 с.
14. **Filippov V. V., Mitsuk S. V.** Modelling Magnetoresistance Effect in Limited Anisotropic Semiconductors // Chinese Physics Letters. 2017. Vol. 34, № 7. P. 077201. <https://doi.org/10.1088/0256-307X/34/7/077201>
15. **Филиппов В. В., Заворотный А. А., Тигров В. П.** Измерение компонент тензора удельной электропроводности анизотропных полупроводниковых пластин модифицированным методом Ван дер Пау // Известия вузов. Физика. 2019. Т. 62, № 1. С. 92–99. <https://doi.org/10.1007/s11182-019-01689-w>
16. **Баранский П. И., Буда И. С., Даховский И. В., Колмоец В. В.** Электрические и гальваномагнитные явления в анизотропных полупроводниках. Киев: Наукова думка, 1977. 270 с.
17. **Аскеров Б. М.** Электронные явления переноса в полупроводниках. М.: Наука, 1985. 320 с.
18. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2019. 656 с.
19. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. СПб.: Лань, 2003. 832 с.
20. **Черняк А. А., Черняк Ж. А.** Математические расчеты в среде Mathcad: Учеб. пособие для вузов. М.: Юрайт, 2023. 163 с.
21. **Maxfield B.** Essential Mathcad for Engineering, Science and Math. 2nd ed. Academic Press, 2009. 501 p.
22. **Прошин В. И., Сидоров В. Г.** Анализ результатов измерений в экспериментальной физике. М.: URSS, 2021. 172 с.
23. **Маренкин С. Ф., Трухан В. М.** Фосфиды, арсениды цинка и кадмия. Минск: Вараскин, 2010. 224 с.

References

1. **Luchinin V.** Industry of micro- and nanosystems: From import substitution to technological sovereignty. *Nanoindustry*, 2018, vol. 11, no. 6, pp. 450-461. <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2018.11.5.450.461>
2. **Shelepin N.** Globalization and monopolization of microelectronics in modern conditions. *Electronics: Science, technology, business*, 2023, no. 2 (223), pp. 32-43. <https://doi.org/10.22184/1992-4178.2023.223.2.32.42>
3. **Enns V.** Measures for the development of domestic microelectronics in modern conditions. *Electronics: Science, technology, business*, 2022, no. 6 (217), pp. 86-93. <https://doi.org/10.22184/1992-4178.2022.217.6.86.92>
4. **Kokin S. M.** On physical education in universities in the context of the need to ensure the technological sovereignty of the country. *Physical education in universities*, 2022, vol. 28, no. 4, pp. 5-11. https://doi.org/10.54965/16093143_2022_28_4_5
5. **Svistova T. V.** Methods for researching materials and structures of electronics. Voronezh, Voronezh State Technical University, 2013. 225 p. (in Russ.)
6. **Rembeza S. I., Sinelnikov B. M., Rembeza E. S., Kargin G. I.** Physical methods for studying materials of solid-state electronics. Stavropol, North-Caucasian State Technical University, 2002. 432 p. (in Russ.)
7. **Pavlov L. P.** Methods for measuring the parameters of semiconductor materials. Moscow, Higher School, 1987. 240 p. (in Russ.)
8. **Yang J., Li J., Zhang C., Feng Z., Shi B., Zhai W., Yan Y., Wang Y.** Excellent thermoelectric performance of BaMgSi driven by low lattice thermal conductivity: A promising thermoelectric material. *Journal of Alloys and Compounds*, 2020, vol. 827, pp. 154342. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2020.154342>
9. **Wang C., Zheng C., Gao G.** Bulk and Monolayer ZrS₃ as Promising Anisotropic Thermoelectric Materials: A Comparative Study. *The Journal of Physical Chemistry C*, 2020, vol. 124, no. 12, pp. 6536–6543. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.0c00298>
10. **Nemov S. A., Ulashkevich Yu. V., Pogumirsky M. V., Stepanova O. S.** Reflection from the Side Face of a PbSb₂Te₄ Crystal. *Semiconductors*, 2020, vol. 54, no. 3, pp. 282–284. <https://doi.org/10.1134/S1063782620030161>
11. **Yapryntsev M. N., Ivanov O. N., Vasil'ev A. E., Zhezhu M. V., Popkov D. A.** Synthesis, structure and anisotropy of thermoelectric properties of Bi₂Te_{2.7}Se_{0.3} compound doped with samarium. *Semiconductors*, 2022, vol. 55, no. 14, pp. 2121. <http://dx.doi.org/10.21883/SC.2022.14.53856.16>
12. **Filippov V. V., Bormontov E. N.** Features of the electric-field distribution in anisotropic semiconductor wafers in a transverse magnetic field. *Semiconductors*, 2013, vol. 47, iss. 7, pp. 884-891. <https://doi.org/10.1134/S1063782613070063>
13. **Balagurov B. Ya.** Electrophysical properties of composites: Macroscopic theory. Moscow, URSS, 2018. 752 p. (in Russ.)
14. **Filippov V. V., Mitsuk S. V.** Modelling magnetoresistance effect in limited anisotropic semiconductors. *Chinese Physics Letters*, 2017, vol. 34, no. 7, pp. 077201. <https://doi.org/10.1088/0256-307X/34/7/077201>
15. **Filippov V. V., Zavorotny A. A., Tigrov V. P.** Modified Van der Pauw method of measuring the electrical conductivity tensor of anisotropic semiconductor films. *Russian Physics Journal*, 2019, vol. 62, № 1, pp. 105-113. <https://doi.org/10.1007/s11182-019-01689-w>
16. **Baranskij P. I., Buda I. S., Dahovsky I. V., Kolomoets V. V.** Electrical and galvanomagnetic phenomena in anisotropic semiconductors. Kiev, Naukova dumka, 1977. 270 p.
17. **Askerov B. M.** Electron Transport Phenomena in Semiconductors. World Scientific: Singapore, New Jersey, London, 1994. 412 p. <https://doi.org/10.1142/1926>

18. **Landau L. D., Lifshitz E. M.** Electrodynamics Of Continuous Media. Elsevier, New Delhi, India, 1984. 474 p.
19. **Korn G. A., Korn T. M.** Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review. Dover Publications, Inc., New York, 2000. 1152 p.
20. **Chernyak A. A., Chernyak Zh. A.** Mathematical calculations in the Mathcad environment: textbook for universities. Moscow: Urayt Publishing House, 2023. 163 p. (in Russ.)
21. **Maxfield B.** Essential Mathcad for Engineering, Science, and Math. 2nd edition. Elsevier Science, Academic Press, 2009. 501 p.
22. **Proshin V. I., Sidorov V. G.** Analysis of measurement results in experimental physics. Moscow, URSS, 2021. 172 p.
23. **Marenkin S. F., Truhan V. M.** Phosphides, zinc and cadmium arsenides. Minsk, Varaskin, 2010. 224 p.

Сведения об авторах

Владимир Владимирович Филиппов, доктор физико-математических наук

Анатолий Анатольевич Заворотный, кандидат физико-математических наук

Михаил Юрьевич Смирнов, кандидат физико-математических наук

Владимир Сергеевич Зияутдинов, кандидат педагогических наук

Дмитрий Денисович Лыков, студент, лаборант

Information about the Authors

Vladimir V. Filippov, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Professor

Anatoly A. Zavorotny, Candidate of Science (Physics and Mathematics), Assistant Professor

Mikhail Yu. Smirnov, Candidate of Science (Physics and Mathematics), Assistant Professor

Vladimir S. Ziyautdinov, Candidate of Science (Pedagogical), Assistant Professor

Dmitry D. Lykov, Student, Laboratory Assistant

*Статья поступила в редакцию 18.05.2023; одобрена после рецензирования 19.05.2023;
принята к публикации 21.09.2023*

*The article was submitted 18.05.2023; approved after reviewing 19.05.2023;
accepted for publication 21.09.2023*