Научная статья

УДК 532.526
DOI 10.25205/2541-9447-2023-18-2-54-65

Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя с внутренним подводом тепла и инжекцией однородного газа через пористую стенку

Сергей Александрович Гапонов

Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН
Новосибирск, Россия

gaponov@itam.nsc.ru

Аннотация

В работе исследовано влияние числа Маха и числа Рейнольдса на устойчивость пограничного слоя с внутренним подводом тепла и инжекцией однородного газа через пористую стенку. При фиксированном числе Маха зависимость степеней усиления возмущений от расстояния до передней кромки пластины не монотонна. С увеличением числа Рейнольдса фазовая скорость стремится к скорости в обобщенной точке перегиба. Наиболее растущими в пограничном слое являются двумерные волны. С увеличением числа Маха и при фиксированном расстоянии от кромки пластины имеет место сильная стабилизация пограничного слоя. При M = 4 максимальная степень усиления уменьшается по сравнению с соответствующей величиной при M = 0 более чем на порядок, а протяженность устойчивого пограничного слоя увеличивается в 2 раза. При этом частота в критической точке нейтральной кривой уменьшается примерно в три раза. Установлено, что как и при отсутствии инжекции газа через пористую стенку, так и при ее наличии внутренний подвод тепла оказывает стабилизирующее влияние на пограничный слой. В рамках принятой модели подвода тепла при M = 3 степень усиления понижается примерно в полтора раза в сравнении со случаем без внутреннего подогрева пограничного слоя.

Ключевые слова

сверхзвуковой пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, внутренний подвод тепла, инжекция газа

Источник финансирования

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00017, https://rscf.ru/project/22-21-00017.

Для цитирования

Гапонов С. А. Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя с внутренним подводом тепла и инжекцией однородного газа через пористую стенку // Сибирский физический журнал. 2023. Т. 18, № 2. С. 54–65. DOI 10.25205/2541-9447-2023-18-2-54-65

© Гапонов С. А., 2023

Stability of Supersonic Boundary Layer with Internal Heat Supply and Injection of Homogeneous Gas through a Porous Wall

Sergey A. Gaponov

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation

gaponov@itam.nsc.ru

Abstract

The influence of the Mach number and Reynolds number on the stability of the boundary layer with internal heat supply and homogeneous gas injection through the porous wall is studied. At a fixed Mach numbers, the dependence of perturbation amplification rate on the distance to the plate leading edge is not monotonic. As the Reynolds number increases, the phase velocity tends to the velocity at the inflection generalizing point. Two-dimensional waves are the most growing in the boundary layer. With increasing Mach number and a fixed distance from the plate, edge there is a strong stabilization of the boundary layer. At M=4 the amplification rate maximum decreases in comparison with the corresponding value at M=0 by more than an magnitude order, and the length of the stable boundary layer increases by a factor of 2. At the same time, a frequency at the neutral curve critical point decreases by a factor of about three. It has been establishing that both in the absence of gas injection through a porous wall and in its presence, the internal heat supply has a stabilizing effect on the boundary layer. Within the adopted model of heat supply at M=3 the degree of amplification decreases by about one and a half times in comparison with the case without internal heating of the boundary layer.

Keywords

supersonic boundary layer, hydrodynamic stability, internal heat supply, gas injection

Funding

The study was funded by the Russian Science Foundation grant No. 22-21-00017, https://rscf.ru/project/22-21-00017.

For citation

Gaponov S. A. Stability of supersonic boundary layer with internal heat supply and injection of homogeneous gas through a porous wall. *Siberian Journal of Physics*, 2023, vol. 18, no. 2, pp. 54–65 (in Russ). DOI 10.25205/2541-9447-2023-18-2-54-65

Введение

Одна из важных задач аэродинамики состоит в снижении сопротивления движущихся тел в газовой среде. Этому вопросу посвящено большое количество исследований. Среди них значительное место уделяется воздействию локального подогрева натекающего на тело газа. Достаточно подробный обзор работ этого направления имеется в [1]. Полезные результаты по влиянию локального подогрева на сопротивление движущихся тел имеются в публикациях [2–7]. Все упомянутые исследования проведены либо в рамках идеального газа, либо в условиях турбулентного обтекания тел. Впервые влияние подвода энергии внутрь турбулентного сверхзвукового пограничного слоя исследовалось в [8; 9]. При этом методы подвода тепла там не обсуждаются. Ярким примером внутреннего подвода тепла в пограничный слой является диффузионное пламя. Подробную информацию о пограничном слое с диффузионным горением топлива, подаваемого через пористую стенку можно найти в [10].

Среди задач управления пограничным слоем важное место занимает проблема его устойчивости и ламинарно-турбулентного перехода. К сожалению, решение задачи устойчивости пограничного слоя с горением в полной постановке осложняется необходимостью учитывать не только возмущения скоростей, давления и температуры, но также концентраций всех газов смеси, источников подвода тепла и порождения (убыли) компонентов смеси. К счастью, как показано в [11], важные выводы об устойчивости пограничного слоя с пламенем могут быть сделаны на примере устойчивости пограничного слоя однокомпонентного газа с внутренним подогревом, обеспечивающим распределение температуры по пограничному слою, близкое к ее распределению в условиях горения. Состояние пограничного слоя при сгорании

топлива, подаваемого через пористую стенку, зависит не только от источника энергоподвода, но и от скорости вдуваемого топлива. Впервые совместное влияние инжекции газа через пористую стенку и внутреннего подвода тепла при M<<1 изучено в [12].

Цель данных исследований заключалась в исследовании влияния числа Маха на характеристики устойчивости пограничного с внутренним подводом тепла и инжекцией однородного газа через пористую стенку.

1. Основные уравнения

1.1. Стационарное (основное) течение описывается уравнениями пограничного слоя, которые в безразмерной форме имеют вид [12]:

$$\frac{\partial(u\rho)}{\partial x}+\frac{\partial(v\rho)}{\partial y}=0\ ,$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\ \frac{\partial u}{\partial y}\right), \qquad (1)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial I}{\partial x}+v\frac{\partial I}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\mu}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial I}{\partial y}+\mu\left(1-\frac{1}{\mathrm{Pr}}\right)u\frac{\partial u}{\partial y}\right]+\rho Q\ ,$$

$$I=h+u^2/2\ ,\ \mu=T^{3/2}\left(1+\frac{T_s}{T_e}\right)\left(T+\frac{T_s}{T_e}\right)^{-1}$$

с граничными условиями: $u(0)=0$, $v(0)=j/(\rho(0))$; $y=\infty$: $u(\infty)=T(\infty)=1$.

Здесь u и v — проекции вектора скорости на ортогональные координаты: x (параллельная поверхности пластины) и y (нормальная к поверхности) соответственно, ρ – плотность, T – температура, $h=T/(\mathrm{M}^2(\gamma-1))$ – энтальпия, Q – количество тепла введенного в единицу времени на единицу массы, μ – динамический коэффициент вязкости, j – массовый поток газа через стенку, Pr – число Прандтля, M – число Маха на внешней границе пограничного слоя, γ – показатель адиабаты. Предполагается, что число Прандтля постоянно, T_s = 110 °K.

Система (1) и граничные условия нормализованы с помощью следующих масштабов: ν_e/u_e – длина, μ_e – вязкость, u_e – скорость, T_e – температура, ρ_e – плотность, u_e^2 – энтальпия, $u_e^4\rho_e/\mu_e$ – подвод тепла, $\rho_e u_e$ – массовый поток газа через стенку. Индексом e помечены размерные параметры на внешней границе пограничного слоя.

В локальном автомодельном приближении система (1) и граничные условия приводятся к виду [11]:

$$\frac{d}{dY}\left(C\frac{d^2\Phi}{dY^2}\right)+\frac{\Phi}{2}\frac{d^2\Phi}{dY^2}=0\ ,\ \frac{d}{dY}\left(\frac{D}{\mathrm{Pr}}\frac{dg}{dY}\right)+\frac{\Phi}{2}\frac{dg}{dY}=\frac{u_e^2}{I_e}\frac{d}{dY}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{Pr}}-1\right)D\frac{d\Phi}{dY}\frac{d^2\Phi}{dY^2}\right]-\bar{Q}\left(\frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Re}_b}\right)^2. \qquad (2)$$

$$\Phi=j\,\mathrm{Re},\ \frac{d\Phi}{dY}=u=0,\ T=T_w \text{ при Y=0;}\quad u\to 1,\ g\to 1 \text{ при Y}\to\infty.$$

Здесь $Y = \int_0^\eta \rho(\eta)d\eta$, $\eta = y/\mathrm{Re}$, $d\Phi/dY = u$, g=I/I_e, $D = \rho\mu$, $\rho = 1/T$, $\mathrm{Re} = \sqrt{x}$, Re_b – постоянное число Рейнольдса, при котором Q обеспечивает необходимое распределение температуры по пограничному слою, полученное любым методом (либо теоретическим, либо экспериментальным). В [11] на основании экспериментального температурного профиля работы [13] (M<<1) при $\mathrm{Re}_b = 180$ и расчетов на основе системы (2) было определено

$$Q = 15{,}25u(1-u)\exp\left(-\left(\frac{u-0{,}15}{0{,}158}\frac{T_{\max}(\mathrm{Re})}{T_{\max}(\mathrm{Re}_b)}\frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Re}_b}\right)^2\right),$$

которое использовалось в настоящих расчетах.

1.2. В приближении параллельного основного течения система однородных линейных дифференциальных уравнений для амплитуд ($\phi_i^d(Y)$) возмущений $\phi_i = \phi_i^d(Y)\exp[i(\alpha x + \beta z - Ft)$ (F=2πfμ$_e$/(ρ$_e u_e^2$), f – частота в Герцах) имеет вид [11]:

$$\frac{d\phi_1^d}{dY} = -i_c\phi_2^d + i_x\phi_5^d + i_z\phi_6^d - 2\mu_r\frac{du_w^d}{dY},\quad \frac{d\phi_2^d}{dY} = \rho\frac{dT}{dY}\phi_2^d - u_w^d - i_cTr^d,$$

$$\frac{d\phi_3^d}{dY} = -i_x\phi_2^d - \frac{du}{dY}\mu_t T^d + \phi^d{}_5/\mu_r,\quad \frac{d\phi_4^d}{dY} = -i_z\phi_2^d + \phi_6^d/\mu_r,$$

$$\frac{d\phi_5^d}{dY} = i_x\phi_1^d + i_c\phi_3^d - i_T^d + \rho\frac{du}{dY}\phi_2^d,\quad \frac{d\phi_6^d}{dY} = i_z\phi_1^d + (i_c - \mu_a)\phi^d{}_4 - i_z\mu_r u_w^d, \tag{3}$$

$$\frac{d\phi_7^d}{dY} = i\omega\,\mathrm{Re}\,T\phi_1^d + \rho\frac{dI}{dY}\phi_2^d - ui_t^d + i_cu\phi_3^d + (i_c - \mu_a/\mathrm{Pr})\phi_8^d,$$

$$\frac{d\phi_8^d}{dY} = -\mathrm{Pr}\frac{du}{dY}\phi_3^d - \frac{dh}{dY}\mu_t T^d + \mathrm{Pr}(\phi_7^d - u\phi_5^d)/\mu_R.$$

Здесь $\phi_1^d, \phi_2^d, \phi_3^d, \phi_4^d, \phi_5^d, \phi_6^d, \phi_7^d, \phi_8^d$ – амплитуды возмущений давления; нормальной, продольной и боковой скорости; сдвиговых напряжений τ_{12}, τ_{23}; теплового потока и энтальпии. Дополнительными членами системы являются:

$u_w^d = i_x\phi_3^d + i_z\phi_5^d$, $i_t^d = i_x\mu_r u_w^d + \mu_a\phi_3^d$ $\mu_a = (i_x^2 + i_z^2)\mu_r$, $\tilde{r} = \rho^d/\rho = g_m\phi_1^d - \rho T^d$, $T^d = g_{m1}\phi_8^d$,

$i_x = i\alpha\,\mathrm{Re}\,T$, $i_z = i\beta\,\mathrm{Re}\,T$, $i_c = \mathrm{Re}\,u_c = i\,\mathrm{Re}(u\alpha - F)$, $\mu_r = \frac{\mu\rho}{\mathrm{Re}}$, $\mu_T = \frac{1}{\mu}\frac{d\mu}{dT}$, $g_m = \gamma\mathrm{M}^2$,

$g_{m1} = (\gamma-1)\mathrm{M}^2$.

Система (3) решается с граничными условиями: $\phi_3^d, \phi_2^d, \phi_4^d, \phi_8^d = 0$ при $Y = 0, \infty$.

При заданных реальных значениях F и β находится комплексное значение $\alpha=\alpha_r + i\alpha_i$ как собственное значение задачи. При отрицательных значениях α_i возмущение растет вниз по потоку, пограничный слой неустойчив.

2. Результаты

Все расчеты проводились при температуре поверхности T_w = 640 °K, торможения T_0 = 290 °K, числе Прандтля Pr = 0,72, показателе адиабаты γ = 1,4, массовом потоке газа через стенку j = 0.004, Re_b = 180 и различных числах Маха и Рейнольдса.

2.1. На рис. 1 показаны распределения по пограничному слою скорости u, температуры T и параметра $K = \rho\frac{du}{d\eta}$, максимумы и минимумы которого являются необходимыми условиями

невязкой неустойчивости [14], при M = 3, Re = 180, j = 0.004 как в отсутствии подвода тепла: Q = 0 (*а*), так и с подогревом: $Q \neq 0$ (*б*). Прежде всего следует заметить, что зависимость скорости от координаты Дородницина – Ховарта (Y) практически не зависит от числа Маха. Это было подтверждено и расчетами при M << 1, 1,0, 2,0 и 4,0. За счет подогрева температура внутри слоя примерно в 2 раза превышает температуру на стенке, которая максимальна при отсутствии внутреннего подогрева. Обращает на себя внимание появление минимума наряду с максимумом в зависимости параметра K от Y. Он располагается вблизи стенки, в то время как его максимум находится в районе границы пограничного слоя. С учетом того, что шкала для параметра K на рис. 1, *а* сжата в два раза по сравнению со шкалой на рис. 1, *б*, максимальное значение K при внутреннем подводе тепла примерно в те же два раза меньше соответствующего значения K при отсутствии подогрева.

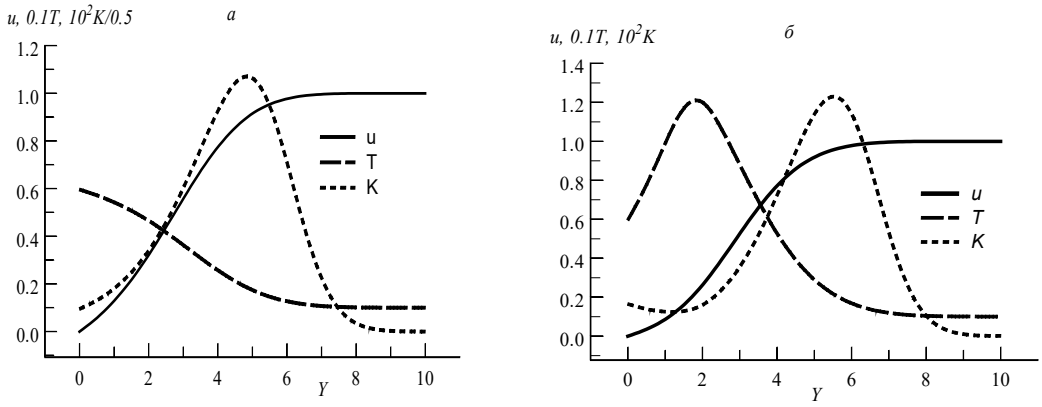

Рис. 1. Распределения по пограничному слою скорости, температуры и параметра K при M = 3 при отсутствии подвода тепла, Q = 0 (*а*) и при его подводе, $Q \neq 0$ (*б*)
Fig. 1. Distributions of velocity, temperature and parameter K across the boundary layer at M = 3 in heat supply absence, Q = 0 (*а*) and at its supply, Q ≠ 0 (*б*)

При наличии точки перегиба (максимумы или минимумы функции $K(Y)$) для случая несжимаемой жидкости Фьёртофтом [15], а для газа в [15] получено дополнительное необходимое условие для невязкой неустойчивости: $(u - u_{s,s1})\dfrac{dK}{dY} < 0$, где u_s, u_{s1} – скорости в максимуме и минимуме функции $K(Y)$ соответственно. В случае без внутреннего подогрева (рис. 1, *а*) условие Фьёртофта при всех значениях u. При подводе тепла оно выполняется при u_s в диапазоне $u > u_{s1}$. При u_{s1} условие Фьёртофта выполняется при $u > u_s$. Таким образом, при внутренним подогреве суммарно условие Фьёртофта выполняется при $u > u_{s1}$.

На рис. 2 показана зависимость температуры (*а*) и параметра K (*б*) при внутреннем подогреве и разных числах Маха (Re = 180, j = 0,004). Из приведенных данных следует, что при постоянной температуре торможения максимальная температура внутри слоя относительно температуры на внешней границе пограничного слоя возрастает, а величина параметра K уменьшается с увеличением числа Маха. Если отнести температуру в слое к температуре торможения, то ее максимальная внутри слоя величина будет практически неизменной при изменении числа Маха и равной $T^{\circ}\mathrm{K}=T_{\max} / (1 + \mathrm{M}^2(\gamma - 1)/2) \approx 4T_0$. Что касается максимального значения параметра K, то оно в этом случае росло бы с ростом числа Маха. Например, при M = 4 оно равнялось бы примерно $13 \cdot 10^{-2}$, в то время как при M = 0 оставалось бы равным примерно $4 \cdot 10^{-2}$. Положение максимального значения $K = K_{max}$ смещается к внешней границе

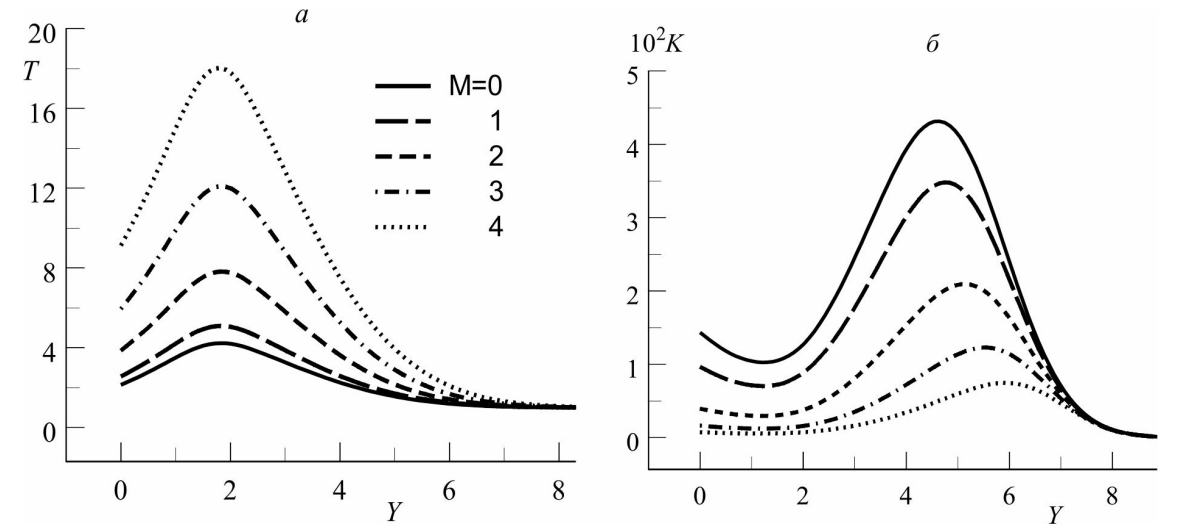

Рис. 2. Распределения по пограничному слою температуры (*а*) и параметра *K* (*б*) при внутреннем подогреве и разных числах Маха
Fig. 2. Distributions of temperature (*а*) and K parameter (*б*) across the boundary layer at internal heating and different Mach numbers

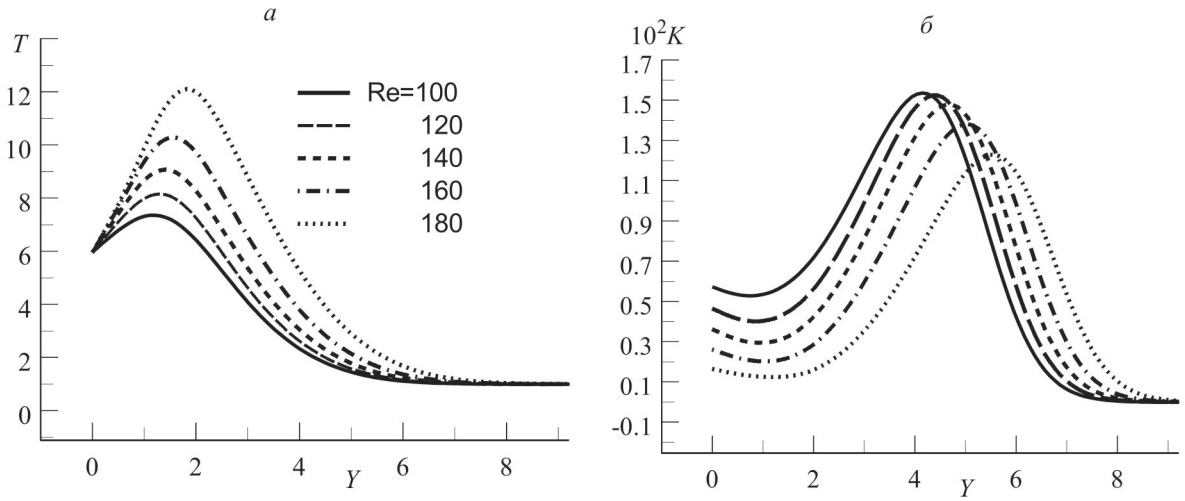

Рис. 3. Распределение по пограничному слою температуры (*а*) и параметра *K* (*б*) при внутреннем подогреве и разных числах Рейнольдса
Fig. 3. Boundary layer distribution of temperature (*а*) and parameter K (*б*) at internal heating and different Reynolds numbers

пограничного слоя с увеличением числа Маха. При этом минимальное значение *K* внутри слоя исчезает, и условие Фьёртофта начинает выполняться во всем диапазоне скоростей.

На рис. 3 приведены зависимости температуры (*а*) и параметра *K* (*б*) от нормальной координаты при разных числах Рейнольдса (M = 3, j = 0,004, Q ≠ 0). Из данных рис. 3, *а* видно, что температура в пограничном слое растет вниз по течению (с увеличением числа Рейнольдса), в то время как K_{max} уменьшается. Положение минимального значения параметра $K = K_{min}$ практически не меняется, в то время как его максимальное значение сдвигается к внешней

границе пограничного слоя. Условие Фьёртофта выполняется при $u > u_{s1}$, в соответствии с вышепроведенным анализом.

2.2. На рис. 4 показаны зависимости пространственных степеней усиления – α_i косой волны с разными углами наклона волнового вектора к направлению набегающего потока $\chi = arctg(\beta / \alpha_r)$ при M = 3 (Re = 180, j = 0,004) от частотного параметра F. С увеличением угла χ область частот усиливающихся волн сужается преимущественно за счет высокочастотной части, а максимальные степени усиления уменьшаются. Поэтому ниже результаты будут представлены только для двумерных возмущений, χ = 0.

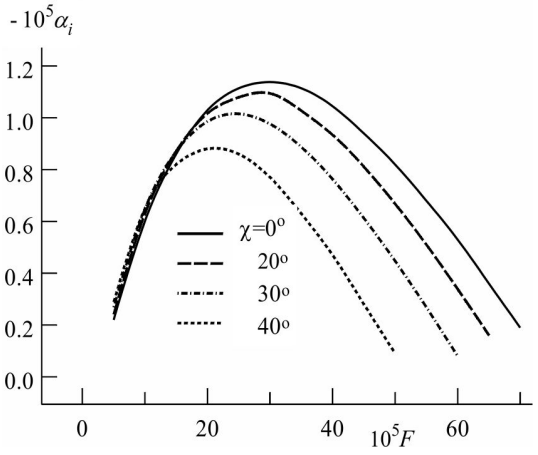

Рис. 4. Зависимости степеней усиления от частоты при разных направлениях волнового вектора к направлению основного течения
Fig. 4. Amplification rates dependences on frequency at different directions of the wave vector to the direction of the main flow

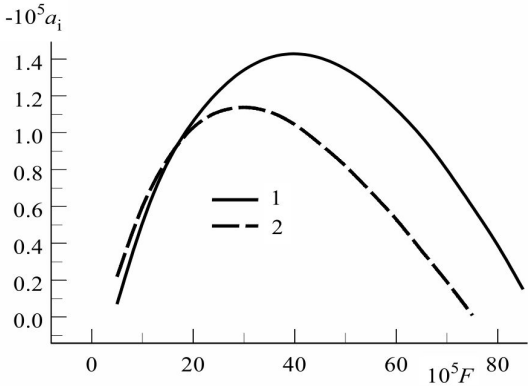

Рис. 5. Зависимость степеней усиления от частоты двумерной волны при отсутствии подвода тепла (*1*) и при внутреннем подогреве (*2*)
Fig 5. Amplification rates dependences on the frequency of a two-dimensional wave in the absence of heat supply (*1*) and at internal heating (*2*)

На рис. 5 сопоставлены степени усиления как при отсутствии подвода тепла, так и с внутренним подогревом. Видно стабилизирующее влияние внутреннего подогрева как за счет уменьшения степени усиления, так и за счет сужения частотной области нарастающих волн. Этот результат согласуется с данными работ по влиянию внутреннего подвода тепла на устойчивость пограничного слоя при дозвуковых скоростях с подачей однородного газа через пористую стенку [12] и при сверхзвуковом (M = 2) обтекании непроницаемой пластины [17].

Результаты вычислений степеней усиления и фазовых скоростей $C = F/\alpha_r$ при числе Маха M = 3 с подводом тепла при разных числах Рейнольдса (разные расстояния от передней кромки пластины) показаны на рис. 6. Из данных рис. 6, *а* видно смещение нарастающих волн в область низких частот с увеличением расстояния от кромки пластины. Изменение максимальных значений степеней усиления немонотонно. Например, максимальное значение $-\alpha_i$ при Re = 180 и 140 меньше соответствующего значения при Re = 160. Аналогичная немонотонность наблюдалась в [12] при том же значении j при M << 1, но отсутствовала в случае пограничного слоя на непроницаемой стенке [17].

С увеличением частоты темп увеличения фазовых скоростей замедляется (рис. 6, *б*) и в неустойчивой области достигает значения $C = C_{\max}$ на верхней ветке нейтральной кривой.

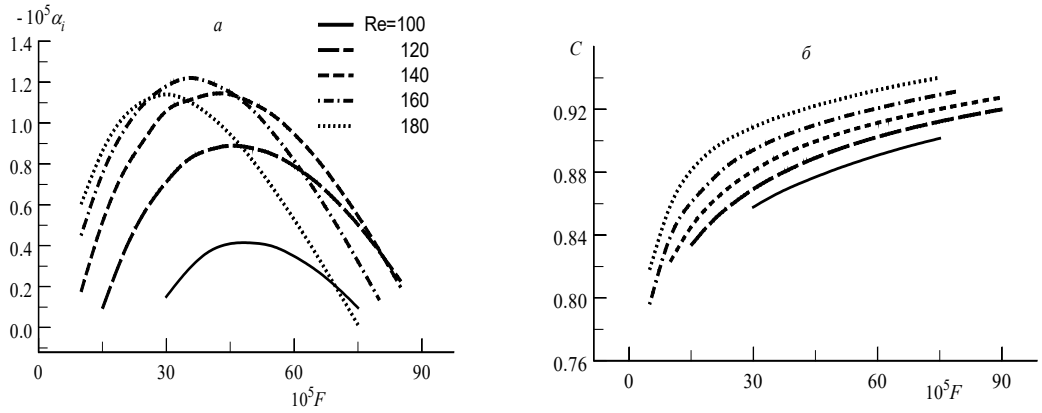

Рис. 6. Зависимости степеней усиления (*а*) и фазовых скоростей (*б*) от частоты двумерных волн при внутреннем подогреве при M = 3, j = 0,004 и разных числах Рейнольдса
Fig. 6. Dependences of amplification rates (*а*) and phase velocities (*б*) on the frequency of a two-dimensional waves under internal heating at M = 3, j = 0,004 and different Reynolds numbers

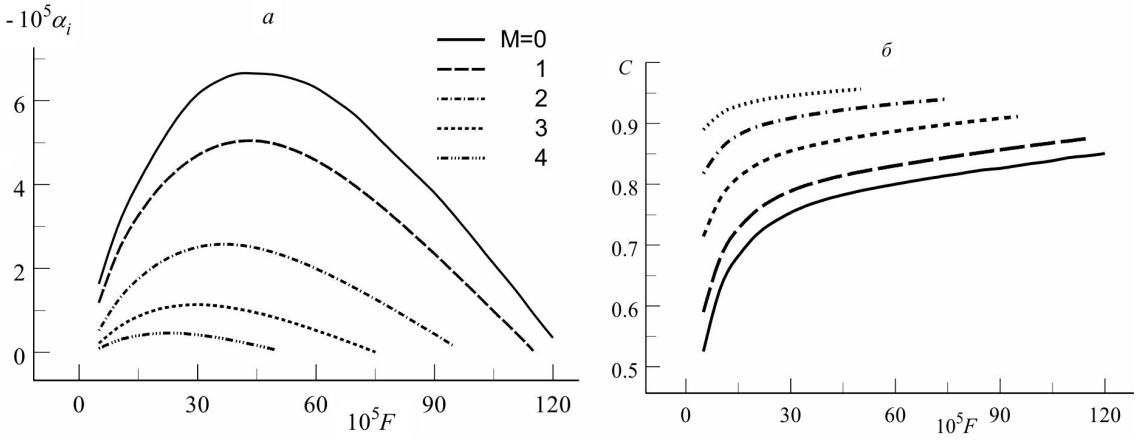

Рис. 7. Степени усиления (*а*) и фазовые скорости (*б*) в зависимости от частоты двумерных волн при внутреннем подогреве при Re = 180, j = 0,004 и разных числах Маха
Fig. 7. Amplification rates (*а*) and phase velocities (*б*) as a functions of frequency for the two-dimensional waves under internal heating at Re = 180, j = 0,004 and different Mach numbers

На рис. 7 показаны зависимости степеней усиления и фазовых скоростей от частоты двумерных волн при внутреннем подогреве при Re = 180, j = 0,004 и разных числах Маха. Из данных рис. 7, *а* видно сильное стабилизирующее влияние числа Маха. Например, при M = 4 максимальная степень усиления примерно в 14 меньше соответствующей величины при M = 0, а частотная полоса усиливающихся волн сокращается примерно в 3 раза. Сокращение частотной полосы происходит в основном за счет высоких частот. Фазовая скорость на верхней ветке нейтральной кривой увеличивается с ростом числа Маха.

Как при изменении числа Рейнольдса при M = 3, так и при изменении числа Маха при Re = 180 в неустойчивой области пограничного слоя скорость, равная фазовой скорости ($u = C$), удовлетворяет модифицированному условию Фьёртофта [15], как и в случае с дозвуковыми скоростями [12].

Влияние вязкости сказывается на разнице значений фазовой скорости на верхней ветке нейтральной кривой $C_{\max}$ и скорости u_s в обобщенной точке перегиба. Их сопоставление

приведено на рис. 8. При фиксированном значении числа Маха (M = 3) с увеличением числа Рейнольдса фазовая скорость не верхней ветке нейтральной кривой приближается к скорости в обобщенной точке перегиба (рис. 8, *а*). При достаточно большом удалении от передней кромки пластины (Re = 180) разница двух скоростей остается практически неизменной при изменении числа Маха (рис. 8, *б*) и достаточно малой величиной (примерно равной 2 % от скорости в обобщенной точке перегиба, u_s).

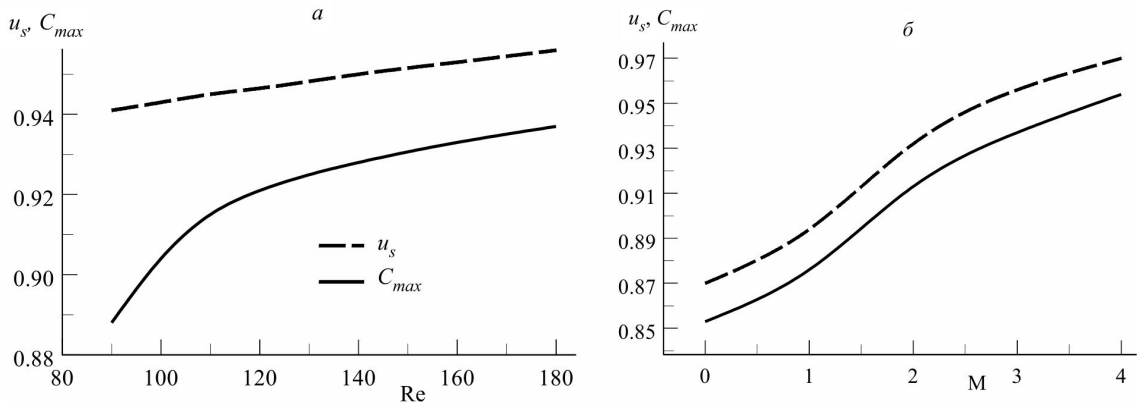

Рис. 8. Сопоставление фазовой скорости на верхней ветке нейтральной кривой и скорости в обобщенной точке перегиба при M = 3 (*а*) и Re = 180 (*б*)
Fig. 8. Comparison of the phase velocities on the upper branch of a neutral curve and the velocity at the generalized inflection point at M = 3 (*а*) and Re = 180 (*б*)

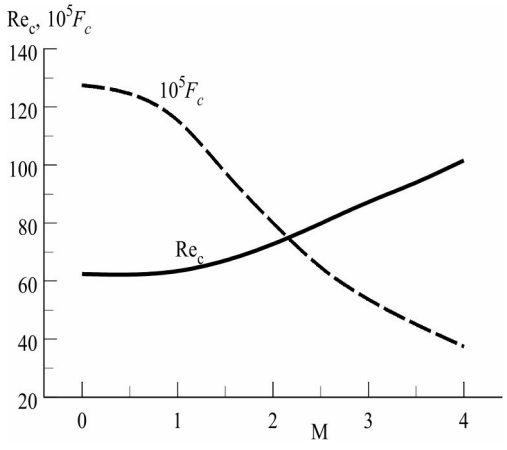

Рис. 9. Зависимость критических чисел Рейнольдса и соответствующих частот от числа Маха при подводе тепла
Fig. 9. Dependence of critical Reynolds numbers and the corresponding frequency on the Mach number at heat input

Стабилизирующее влияние числа Маха, наряду с его влиянием на степени нарастания, показанное на рис. 7, *а*, отражается на зависимостях критического числа Рейнольдса Re_c и соответствующей частоты F_c от числа Маха, показанных на рис. 9. При изменении числа Маха от M = 0 до M = 4 критическое число Рейнольдса увеличивается более чем в полтора раза. При этом частота в критической точке нейтральной кривой снижается примерно в три раза, что, по-видимому, связано с утолщением пограничного слоя с ростом числа Маха.

Заключение

На основании проведенных исследований влияния числа Маха на устойчивость пограничного слоя на пористой пластине с инжекцией однородного газа через ее поверхность и внутренним подводом тепла установлено следующее.

1. Наиболее растущими в пограничном слое являются двумерные волны, фронт которых параллелен передней кромке пластины.

2. Как и при отсутствии инжекции внутренний подвод тепла оказывает стабилизирующее влияние на пограничный слой, уменьшая степень усиления возмущения и частотную область растущих волн. При M = 3 максимальная степень усиления и частотная область усиливающихся волн за счет подвода тепла уменьшается примерно в полтора раза.

3. Как и в случае дозвуковых скоростей, при $M \geq 1$ в условиях инжекции газа и внутреннего подвода тепла максимальная по частоте степень усиления немонотонно зависит от числа Рейнольдса, в отличие от случая пограничного слоя на непроницаемой стенке [17].

4. Скорость потока в пограничном слое, равная фазовой скорости волны, удовлетворяет модифицированному условию Фьёртофта [15]. С увеличением расстояния от передней кромки пластины фазовая скорость на верхней ветке нейтральной кривой приближается к скорости в обобщенной точке перегиба. Например, при Re = 180 разница двух скоростей равнялась примерно 0,02 при всех числах Маха.

5. С увеличением числа Маха степень усиления и частотный диапазон нарастающих волн интенсивно снижаются, что ведет к увеличению критического числа Рейнольдса. Например, при M = 4 максимальная степень усиления примерно в 14 раз меньше соответствующей величины при M = 0, а частотная полоса усиливающихся волн сокращается примерно в 3 раза. При этом протяженность устойчивого пограничного слоя увеличивается примерно в 2 раза, а соответствующая ему частота уменьшается более чем в три раза. Снижение частоты, по-видимому, связано с утолщением пограничного слоя при увеличении числа Маха.

Список литературы

1. **Fomin V. V., Tretyakov P., Taran, J.-P.** Flow control using various plasma and aerodynamic approaches (short review) // Aerospace Sci. and Technology. 2004. Vol. 8, no. 5. P. 411–421. DOI:10.1016/j.ast.2004.01.005
2. **Bletzinger P., Ganguly B., Van Wie D., Garscadden A.** Plasmas in high speed aerodynamics // J. of physics D: Applied physics. 2005. Vol. 38, no. 4. P. R33–R57. DOI:10.1088/0022-3727/38/4/R01
3. **Zheltovodov A. A., Pimonov E. A., Knight D. D.** Energy deposition influence on supersonic flow over axisymmetric bodies // AIAA Paper. 2007. No. 2007–1230. 31 p. DOI:10.2514/6.2007-1230
4. **Knight D. D.** Survey of aerodynamic drag reduction at high speed by energy deposition // J. of Propulsion and Power. 2008. Vol. 24, no. 6. P. 1153–1167. DOI:10.2514/1.24595
5. **Левин В. А., Громов В. Г., Афонина Н. Е.** Численное исследование влияния локального энергоподвода на аэродинамическое сопротивление и теплообмен сферического затупления в сверхзвуковом потоке воздуха // ПМТФ. 2000. № 5. С. 171–179. https://doi.org/10.1007/BF02468738
6. **Георгиевский П. Ю., Левин В. А.** Сверхзвуковое обтекание тела при подводе тепла перед ним // Тр. МИАН СССР. Современные математические проблемы механики и их приложения. 1989. Т. 186. С. 197–202.

7. **Георгиевский П. Ю., Левин В. А.** Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий поток // МЖГ. 2003. № 5. P. 154–167. https://doi.org/10.1023/B:FLUI.0000007841.91654.10
8. **Казаков А. В., Коган М. Н., Курячий А. П.** Влияние на трение локального подвода тепла в турбулентный пограничный слой // МЖГ. 1997. № 1. С. 48–56. https://doi.org/10.1007/BF02697935
9. **Ларин О. Б., Левин В. А.** Энергоподвод к газу в турбулентном сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ. 2001. Т. 4, № 1. С. 98–101. https://doi.org/10.1023/A:1018812729144
10. **Лукашов В. В., Терехов В. В., Терехов В. И.** Пристенные течения химически реагирующих веществ. Обзор современного состояния проблемы // ФГФ. 2015. Т. 51, № 2. С. 23–36. https://doi.org/10.1134/S0010508215020033
11. **Гапонов С. А.** Приближенная формулировка проблемы устойчивости пограничного слоя с диффузионным горением // ФГВ. 2023. Том 59, № 2. С. 101–110. https://doi.org/10.1134/S0010508223020120
12. **Гапонов С. А.** Устойчивость пограничного слоя при внутреннем выделении тепла и подаче газа через пористую стенку // МЖГ. 2022. № 5. С. 41–50. https://doi.org/10.1134/S0015462822050044
13. **Volchkov E. P., Lukashov V. V., Terekhov V. V., Hanjalic K.** Characterization of the flame blow-off conditions in a laminar boundary layer with hydrogen injection // Combustion and Flame. 2013. Vol. 160. P. 1999–2008. DOI:10.1016/j.combustflame.2013.04.004
14. **Lees L.** The stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid // NACA TR. 1947. No 876. 47 p. DOI:10.1090/psapm/001/0029654
15. **Fjortoft R.** Application of integral theorems in deriving criteria of stability for laminar flows and for the baroclinic circular vortex // Geophys. Publ. Oslo. 1950. Vol. 17, no. 6. P. 1–52.
16. **Shin D. S., Ferziger J. H.** Linear stability of the reacting mixing layer // AIAA Journal. 1991. Vol. 29, no. 10. P. 1634–1642. https://doi.org/10.2514/3.10785.
17. **Гапонов С. А.** Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя при подводе тепла // Теплофизика и аэромеханика. 2021. Т. 28, № 3. С. 351–360. https://doi.org/10.1134/S0869864321030033

References

1. **Fomin, V. V., Tretyakov, P., Taran, J.-P.** Flow control using various plasma and aerodynamic approaches (short review) // Aerospace Sci. and Technology. 2004. Vol. 8, no. 5. P. 411–421. DOI:10.1016/j.ast.2004.01.005
2. **Bletzinger, P., Ganguly, B., Van Wie, D., Garscadden, A.** Plasmas in high speed aerodynamics // J. of physics D: Applied physics. 2005. Vol. 38, no. 4. P. R33–R57. DOI:10.1088/0022-3727/38/4/R01
3. **Zheltovodov, A. A., Pimonov, E. A., Knight, D. D.** Energy deposition influence on supersonic flow over axisymmetric bodies // AIAA Paper. 2007. No. 2007–1230. 31 p. DOI:10.2514/6.2007-230
4. **Knight, D. D.** Survey of aerodynamic drag reduction at high speed by energy deposition // J. of Propulsion and Power. 2008. Vol. 24. No. 6. P. 1153–1167. DOI:10.2514/1.24595
5. **Levin, V. A., Gromov, V. G. & Afonina, N. E.** Numerical analysis of the effect of local energy supply on the aerodynamic drag and heat transfer of a spherically blunted body in a supersonic air flow // J Appl Mech Tech Phys. 2000. Vol.41. P. 915–922. https://doi.org/10.1007/BF02468738 (in Russ.)

6. **Georgievskii, P. Y., Levin, V. A.** Supersonic streamline of a body with heat input in front of it // Proceedings of the MIAS. 1989. Vol. 186. P. 197–202. (in Russ.)
7. **Georgievskii, P. Y., Levin, V. A.** Control of the flow past bodies using localized energy addition to the supersonic oncoming flow // Fluid Dynamics. 2003. Vol. 38. P. 794–805. https://doi.org/10.1023/B:FLUI.0000007841.91654.10 (in Russ.)
8. **Kazakov, A. V., Kogan, M. N. & Kuryachii, A. P.** Effect of local heat supply to a turbulent boundary layer on the friction // Fluid Dynamics. 1997. Vol. 32. P. 39–45. https://doi.org/10.1007/BF02697935 (in Russ.)
9. **Larin, O. B., Levin, V. A.** Energy Addition to a Gas in a Turbulent Supersonic Boundary Layer // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2001. Vol. 42. P. 87–90. https://doi.org/10.1023/A:1018812729144 (in Russ.)
10. **Lukashov, V. V., Terekhov, V. V. & Terekhov, V. I.** Near-wall flows of chemical reactants: A review of the current status of the problem // Combust Explos Shock Waves. 2015. Vol. 51. P. 160–172. https://doi.org/10.1134/S0010508215020033 (in Russ.)
11. **Gaponov, S. A.** Approximate formulation of the problem of boundary layer stability with diffusion combustion // Combust Explos Shock Waves. 2023. Vol. 59. P. 215–223. https://doi.org/10.1134/S0010508223020120 (in Russ.)
12. **Gaponov, S. A.** Stability of the boundary layer with internal heat release and gas injection through a porous wall // Fluid Dynamics. 2022. Vol. 57. P. 587–596. https://doi.org/10.1134/S0015462822050044 (in Russ.)
13. **Volchkov, E. P., Lukashov, V. V., Terekhov, V. V., Hanjalic, K.** Characterization of the flame blow-off conditions in a laminar boundary layer with hydrogen injection // Combustion and Flame. 2013. Vol. 160. P. 1999–2008. DOI:10.1016/j.combustflame.2013.04.004
14. **Lees L.** The stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid // NACA TR. 1947. No 876. 47 p. DOI:10.1090/psapm/001/0029654
15. **Fjortoft, R.** Application of integral theorems in deriving criteria of stability for laminar flows and for the baroclinic circular vortex // Geophys. Publ. Oslo. 1950. Vol. 17, no 6. P. 1–52.
16. **Shin, D. S., Ferziger, J. H.** Linear stability of the reacting mixing layer // AIAA Journal. 1991. Vol. 29, no 10. P. 1634–1642. https://doi.org/10.2514/3.10785.
17. **Gaponov, S. A.** Stability of a supersonic boundary layer with heat supply to a narrow band of the layer // Thermophys. Aeromech. 2021. Vol. 28. P. 327–335. https://doi.org/10.1134/S0869864321030033 (in Russ.)

Сведения об авторе

Сергей Александрович Гапонов, доктор физико-математических наук

Information about the Author

Sergey A. Gaponov, Doctor of Science (Physics and Mathematics)

Статья поступила в редакцию 07.08.2023; одобрена после рецензирования 08.08.2023; принята к публикации 09.08.2023

The article was submitted 07.08.2023; approved after reviewing 08.08.2023; accepted for publication 09.08.2023